UNIVERSITE MONTPELLIER I

FACULTE DES SCIENCES ECONOMIQUES

Ecole Doctorale « ECONOMIE GESTION »

Equipe d'accueil : ***CREDEN – LASER***

LA DECISION D'INVESTISSEMENT ET SON FINANCEMENT DANS UN ENVIRONNEMENT INSTITUTIONNEL EN MUTATION : APPLICATION DE LA THEORIE DES OPTIONS REELLES AU CAS DU NUCLEAIRE

THESE POUR LE DOCTORAT

ès Sciences Economiques

Formation Doctorale :

ANALYSE ECONOMIQUE – MODELISATION ET QUANTIFICATION

Groupe des Disciplines Sciences Economiques du CNU

Section 05

Par

Marie-Laure GUILLERMINET

Jury :

- **Monsieur Denis BABUSIAUX, Professeur à l'ENSPM (Rapporteur)**
- **Monsieur Jacques PERCEBOIS, Professeur à l'Université Montpellier I (Directeur de thèse)**
- **Monsieur Jean-Christophe POUDOU, Maître de Conférences à l'Université Montpellier I**
- **Monsieur Alban RICHARD, Professeur à l'Université Grenoble II (Rapporteur)**
- **Monsieur Jean-Marie ROUSSEAU, Professeur à l'Université Montpellier I**

7 janvier 2002

« La Faculté n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans cette thèse ; ces opinions doivent être considérées comme propres à leur auteur »

A mes parents,

A mes sœurs,

Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à remercier Monsieur le Professeur Jacques Percebois pour m'avoir encadrée dans mes recherches et m'avoir procuré au sein du CREDEN des conditions propices à mes travaux.

Je remercie également Messieurs les Professeurs Denis Babusiaux et Alban Richard pour l'attention prêtée à mon travail en ayant accepté d'en être les rapporteurs.

Ma gratitude va pareillement à Monsieur le Professeur Jean-Marie Rousseau ainsi qu'à Monsieur Jean-Christophe Poudou, Maître de Conférences, qui ont accepté de me faire bénéficier de leurs commentaires et de participer au jury de soutenance.

Mes remerciements s'adressent aussi aux membres du CREDEN qui m'ont témoigné leur soutien et leur amitié durant ces années de recherche. Parmi ces derniers, ma reconnaissance va plus particulièrement à François Mirabel, Maître de Conférences, pour ses conseils avisés ainsi qu'à Laurent, Cécile, Fady, Pierre et Thomas pour leur aide et leur écoute.

Enfin, je souhaite remercier ma famille, Marjorie, Karine et mes amis dont l'affection et la présence ont rendu possible l'achèvement de ce travail.

Sommaire

Introduction générale

Chapitre 1. La déréglementation et son impact sur la règle d'investissement

Chapitre 2. Approche théorique optionnelle des règles d'investissement et de financement en incertitude

Chapitre 3. La décision d'investissement nucléaire : l'influence de la structure industrielle

Chapitre 4. La décision d'investissement et son financement optimal dans un secteur en cours de déréglementation

Conclusion générale

Introduction Générale

Nous cherchons à analyser le comportement d'investissement d'une entreprise électrique, dans un marché européen qui, s'ouvrant à la concurrence, devient incertain. L'entreprise a l'opportunité d'investir dans un équipement nucléaire. Elle doit prendre une décision irréversible d'investissement, et doit choisir la part de la dette par rapport aux fonds propres dans son financement. Nous répondrons à ces deux questions dans les chapitres 3 et 4, après avoir développé les principes méthodologiques d'investissement et de financement dans les chapitres 1 et 2. L'entreprise acquiert une flexibilité stratégique pour faire face aux incertitudes de son environnement, qui portent dans ce travail sur le prix de revient.

La déréglementation du secteur électrique : un contexte institutionnel incertain

En France, la Directive électrique européenne 96/92/CE du 19 décembre 1996 ouvre le secteur de la production électrique à la concurrence (articles 4, 5 et 6). Ce mouvement de déréglementation trouve sa justification dans le cadre des marchés contestables (Baumol, Panzar et Willig[1982]). Le segment étant en rendements d'échelle décroissants, l'existence d'un monopole ne se justifie pas. L'entrée de producteurs indépendants est rendue possible sur un marché dont l'organisation ne sera définie qu'à l'ouverture complète en 2006, mais qui est d'ores et déjà caractérisé par l'incertitude du prix de revient.

Contrainte à la séparation ("unbundling") comptable de ses activités, Electricité de France (EdF), auparavant un monopole réglementé, va devenir un producteur indépendant sur un marché concurrentiel. Si le respect des missions de service public reste à la charge du régulateur, il n'en est pas de même pour la politique d'investissement qui demeure du ressort de l'entreprise. L'opportunité d'investissement porte sur un projet électronucléaire. Ce capital spécifique a un coût totalement irrécupérable ; l'entreprise ne peut pas désinvestir si les conditions de marché deviennent défavorables. Bien que la décision d'investissement soit irréversible, l'entreprise dispose d'une certaine marge de manoeuvre concernant le rythme de son investissement. Elle peut décider d'investir si les conditions de marché sont favorables, mais peut également attendre de

disposer de plus d'information sur les conditions futures de marché avant d'accepter le projet.

Dans ce contexte de déréglementation, deux rôles du régulateur doivent être précisés. Premièrement, cet équipement nucléaire est destiné à une production en base, et il est agréé par le régulateur, sensé assurer l'optimalité du parc de production par un système d'autorisations (qui imposent des normes de sécurité pour le nucléaire) et/ou d'appels d'offres. Deuxièmement, le régulateur veille à ce que l'appel aux différentes centrales de production en concurrence se fasse par ordre croissant des coûts marginaux, selon la règle du "merit order". Le nucléaire est néanmoins risqué. Ces risques sont dus, tout d'abord, à la fin du cycle nucléaire et à la possibilité d'accidents. Ils sont en partie résolus par la maîtrise technique que la standardisation de la technologie française (DIGEC[1][1997]) illustre. La logique de leur couverture, identique d'ailleurs en France et au Royaume-Uni (cf. le rapport Charpin, Dessus et Pellat[2000], annexe 9, pp. 241-245), met en avant la responsabilité limitée de l'entreprise exploitant l'installation nucléaire. En cas de défaillance de l'entreprise ou de l'assureur, l'Etat endosse tout ou partie de cette responsabilité. En France, le risque nucléaire est assuré par régime spécial, pour 10 ans et à hauteur de 600 millions de francs par l'entreprise, puis de 1500 millions de francs par l'Etat, et enfin de 2520 millions par l'Union Européenne. Enfin, les risques proviennent de la compétitivité du nucléaire comme moyen de production en base. L'évolution de nouvelles technologies rend possible l'apparition d'une nouvelle offre en base, e.g. celle des cycles combinés au gaz. Leur compétitivité en base est renforcée par le caractère moins irréversible et moins capitalistique de leur capital, et par des délais de construction plus courts. Cette technologie est moins risquée et son financement par endettement est facilité, surtout pour des scénarios de prix du gaz "bas". Nous pouvons constater que sur le marché concurrentiel britannique, les nouvelles centrales sont essentiellement des cycles combinés au gaz. Le risque nucléaire est diversifiable, comme nous le prouve la privatisation de British Energy, même si le parc de production n'est pas composé exclusivement de centrales nucléaires qui ont été amorties en partie avant la privatisation.

Ces producteurs indépendants pourront dès lors avoir recours aux fonds propres ou à l'emprunt pour financer leurs investissements. Nous n'avons pas considéré la recapitalisation comme un mode de financement possible parce qu'EdF est un établissement public à caractère industriel et commercial. Le principe de financement par une société-projet permet d'isoler les risques et les charges d'intérêt liés au projet du reste des opérations préexistantes de l'entreprise, tout en garantissant l'achèvement de la construction de la centrale. Certes, Bergougnoux[1987] a montré l'optimalité d'un financement de l'ensemble du parc, les flux de trésorerie générés par

[1]Direction du gaz, de l'électricité et du charbon.

les centrales plus anciennes finançant les plus récentes. De plus, les risques liés au nucléaire sont mieux acceptés par les créanciers s'ils sont mutualisés au sein d'un parc diversifié. Mais Lescoeur et Penz[1999] ont considéré que si le volume des capitaux propres est suffisant, l'entreprise peut emprunter. L'Etat n'est plus prêteur en dernier ressort, comme pour EdF actuellement. La dette met en exergue la responsabilité limitée des actionnaires.

La problématique de la décision optimale d'investissement et de la structure de son financement

Nous nous intéressons à la politique d'investissement dans un équipement nucléaire d'EdF, qui va produire non plus sur un marché monopolistique réglementé au coût du service, mais sur un marché concurrentiel. Elle décide de la programmation de son investissement : soit elle accepte le projet, soit elle le diffère. Elle détermine ainsi le seuil de déclenchement de l'investissement. Au-dessus de ce seuil, l'entreprise retient le projet. Mais en-dessous de ce seuil, il est optimal pour elle d'attendre de nouvelles informations sur les conditions futures de marché. La décision optimale de l'entreprise est basée sur ses anticipations des variations des paramètres de marché, qui prennent en compte les changements de comportement des autres agents et des siens propres. Ces variations de paramètres de marché tendent à refléter la dynamique de l'équilibre de l'industrie, sans pour autant faire l'objet d'un modèle d'entrée-sortie. Dans un tel processus, la décision de chaque entreprise, y compris des entrants potentiels, est cohérente avec les anticipations rationnelles du comportement optimal de toutes les autres (Dixit et Pindyck[1994, chap. 8 et 9]). De plus, cette entreprise va pouvoir s'endetter sur le marché des capitaux pour financer cet investissement, soit de façon résiduelle par rapport à son autofinancement, soit de façon optimale et les fonds propres complètent le financement.

Deux questions se posent alors. Dans ce contexte de mutation institutionnelle, quelle est la décision optimale d'investissement de l'entreprise ? Quelle est la structure de son financement ?

La théorie des options pour décider de l'investissement et de son financement

Nous avons identifié une source d'incertitude, le prix de revient, parmi toutes celles possibles en période de déréglementation, par exemple la demande ou la part de marché de l'entreprise. L'équipement nucléaire est irréversible et l'entreprise neutre au risque peut programmer son investissement. La flexibilité de cet investissement a de la valeur puisque l'entreprise peut attendre des informations supplémentaires données par le prix de revient futur. Il y a des possibilités de création d'opportunités nouvelles dans le futur incertain (Arrow et Fisher[1974], Henry[1974]).

Les actions futures sont contraintes par les actions courantes : prendre une décision irréversible à la date courante réduit les termes du choix dans le futur, alors que ce n'est le cas de l'attente qui ménage les options de l'avenir.

La théorie des options analyse les choix d'investissement et les décisions stratégiques en incertitude (Dixit et Pindyck[1994]). Le calcul économique qui les sous-tend doit évaluer la perte d'options qu'elle provoque : le critère marshallien de la valeur actuelle nette qui n'intègre pas ces valeurs d'options, est remis en cause. Le degré d'irréversibilité des décisions séquentielles est pris en compte dans les modèles dynamiques ainsi développés. Le critère de la théorie des options réelles est plus strict pour un projet irréversible. Il n'est optimal d'investir dans un tel équipement que lorsque sa valeur compense celle de l'attente d'informations supplémentaires sur les conditions futures de marché.

Parallèlement, les modèles d'options permettent, en théorie de la finance, de renouveler le débat sur la structure de financement des entreprises. Ils analysent les conflits entre actionnaires et créanciers, puisque la dette crée une option d'achat (option de passif) sur les fonds propres de l'entreprise. Ces modèles statiques se décomposent entre ceux pour lesquels la dette se justifie pour des raisons institutionnelles (Modigliani-Miller[1958], théorie du "pecking order" développée par Myers[1984]), et ceux qui admettent l'existence d'une dette optimale (théorie du compromis). Cette dette optimale ne s'obtient pas dans le cadre de référence du marché parfait des capitaux de Modigliani et Miller[1958], qui en ont déduit que les décisions d'investissement et de financement sont séparables. La théorie du compromis met en lumière le lien entre l'investissement et son financement, en prenant en compte deux imperfections du marché des capitaux : la possibilité de disparaître et l'impôt sur les sociétés. EdF est déjà soumise à un impôt sur les sociétés de 37,77%. La concurrence mise en place entre les entreprises dans le segment de la production peut entraîner la disparition de l'entreprise en tant que telle. Elle rend compte des stratégies concurrentielles de fusions et acquisitions. Nous envisageons cette interaction entre l'investissement et le financement pour pouvoir comparer les cas de monopole et de concurrence où cette hypothèse est réaliste, c'est-à-dire les règles d'investissement en avenir certain et incertain.

Le critère de la théorie des options réelles retarde l'investissement irréversible

La littérature en incertitude, à la suite de Brennan et Schwartz[1985], Abel, Dixit, Eberly et Pindyck[1996], Dixit et Pindyck[1998], détermine l'investissement et le désinvestissement marginal de l'entreprise pour une certaine capacité installée. Ces modèles ne s'intéressent pas à

la décision de production ; Mauer et Triantis[1994] ont montré que la flexibilité de la production est partiellement substituable à la flexibilité d'investissement. La valeur de l'entreprise n'est pas égale à sa valeur actuelle nette, car elle est également composée d'options d'expansion et d'options de flexibilité. L'opportunité d'investissement est une option d'achat d'une unité supplémentaire de capital dans le futur : une option d'expansion. En investissant, l'entreprise exerce cette option d'achat. Elle paie le capital initial du projet et reçoit cet actif supplémentaire dont la valeur inclut une option de flexibilité. Elle peut revendre cette unité marginale dans le futur.

Cette littérature met en évidence que ce sont les caractéristiques de réversibilité/irréversibilité et d'expansion/non expansion du projet, qui donnent la valeur de ces options d'expansion et de flexibilité. Si nous reprenons la démarche marginaliste, nous constatons que le coût du capital n'est plus égal à la valeur actuelle de l'investissement L'entreprise investit en incertitude quand ce coût est égal à la valeur actuelle étendue (concept de valeur actuelle nette étendue de Trigeorgis et Mason[1987]), qui intègre la composante stratégique de la valeur du projet. Dixit et Pindyck[1994] ont défini la valeur du multiple de la valeur d'option comme le rapport du coût du capital en incertitude sur celui dans le cas certain. Elle est donc égale au ratio des seuils d'investissement des critères de la théorie des options réelles et de la valeur actuelle nette. La valeur du multiple de la valeur d'option permet de voir si la règle d'investissement en incertitude anticipe ou non sur celle de la valeur actuelle nette.

Les résultats établis dans la littérature pour une évolution log-linéaire du prix de revient, montrent que, dans le cas d'un investissement irréversible et quel que soit son degré d'expansion, la valeur du multiple de la valeur d'option est supérieure ou égale à un. La valeur actuelle étendue, qui est déterminée par la décision d'investissement en incertitude, est supérieure ou égale à la valeur actuelle, obtenue à partir du seuil d'investissement du critère en avenir certain : la valeur du projet doit être suffisante pour compenser la valeur de l'attente d'informations supplémentaires sur le futur. Ces résultats s'interprètent en termes de prime d'option. La prime d'option est le prix de l'option, qui serait payé initialement pour l'acheter si l'option réelle était un titre commercialisable. Elle est définie comme le coût d'opportunité égal au potentiel de flexibilité de l'entreprise. Elle est positive pour un projet irréversible. Il y a indétermination des seuils optimaux d'investissement en incertitude et en avenir certain, dès que l'investissement est partiellement réversible.

L'équipement marginal électronucléaire

L'investissement nucléaire marginal que nous envisageons est irréversible et totalement expansible. L'opportunité est une option d'attente, égale à une option d'achat. L'équipement fonctionne en base et la technologie française est standardisée. Le flux de trésorerie est réduit au prix de revient puisque la quantité produite est normalisée. Le capital initial de l'investissement est constant. La littérature conclut sur une valeur du multiple de la valeur d'option supérieure ou égale à l'unité. Nous pouvons alors préciser les questions au centre de notre travail.

Est-ce que la déréglementation qui modifie les croyances sur l'évolution du prix de revient et est-ce que l'endettement de l'entreprise changent cette valeur du multiple de la valeur d'option ?

Nous avons schématisé la déréglementation par quatre scénarios de prix de revient probables. Le segment de la production est passé d'une réglementation monopolistique au coût du service, la tutelle connaissant parfaitement ou imparfaitement les coûts de production de l'entreprise, à un marché concurrentiel. Ce marché concurrentiel pourra être organisé autour d'un pool européen sur les exemples britanniques de l'Electricity Pool of England and Wales et, depuis le 1 avril 2001, du New Electricity Trading Arrangements (NETA), ou pourra être dominé par la technologie du cycle combiné au gaz, plus compétitive. Ces quatre scénarios envisagent une évolution certaine ou par ajustements discrets (sauts de Poisson) du taux de rendement compris dans le prix de revient pour le monopole, une évolution linéaire du prix sur le pool, ou autour d'un prix de revient fixé par les cycles combinés au gaz.

Nous allons développer ces quatre scénarios dans le cas d'un autofinancement, ou indifféremment d'une dette exogène. La dette est statique, c'est-à-dire que son montant est calculé à la date de l'investissement, puis il reste constant au cours de l'exploitation de l'équipement. Le coupon de la dette est constant et la politique de dividende est rigide. La durée de vie d'un emprunt est finie, mais Modigliani-Miller[1958] ont déjà envisagé que la maturité de la dette est infinie : ils ont ainsi posé l'hypothèse de l'indépendance de la dette par rapport au temps. Une innovation du marché des capitaux, le remboursement total in fine ("bullet repayment"), rend possible le refinancement, ce qui permet d'échelonner le service de la dette sur la durée de vie de l'équipement nucléaire. Nous supposons que ce refinancement se fait sans coût et que la durée de vie du projet est infinie. L'existence d'une dette exogène déplace les seuils d'investissement, dans les cas certain et incertain, d'un montant qui dépend du coupon. Cette translation laisse inchangée la valeur du multiple de la valeur d'option.

Si l'entreprise décide de son montant d'endettement, elle maximise sa valeur pour un montant d'emprunt optimal. Nous nous plaçons ainsi dans le cadre de la théorie du compromis qui met en exergue deux imperfections de marché des capitaux, la possibilité de disparaître et l'impôt sur les sociétés, par rapport à la théorie de Modigliani et Miller[1958] qui s'établit dans un marché parfait des capitaux. Nous allons calculer la dette optimale, avec les mêmes caractéristiques de remboursement in fine que précédemment, à partir du modèle de Leland[1994]. Nous préciserons si l'obligation incorpore des clauses de protection ou non, la dette étant alors risquée. Une fois que la structure optimale de financement du projet est fixée, l'entreprise choisit le seuil de déclenchement de son investissement. L'option est composite : l'entreprise qui investit exerce l'option réelle, et en même temps elle achète une option de vente (option d'achat pour les créanciers) sur ses fonds propres puisqu'elle s'endette.

Conséquences de la déréglementation

Nous constatons que la prise en compte de mouvements réalistes du prix de revient ne modifie pas la règle de décision d'investissement en incertitude. L'opportunité d'investissement est une option d'attente irréversible. Le critère de la théorie des options réelles détermine le seuil de déclenchement de l'investissement : la valeur actuelle étendue peut être supérieure ou égale à la valeur actuelle. En revanche, l'introduction de la dette modifie le caractère irréversible de l'option composite. Conformément à la littérature, ce seuil d'investissement peut être inférieur, égal ou supérieur à celui du critère de la valeur actuelle nette. Mais nous pouvons déterminer ce signe en fonction du coût de faillite et du taux d'impôt sur les sociétés. L'entreprise endettée peut donc investir, alors que la valeur actuelle nette du projet est négative. Ce faisant, elle cherche à bénéficier de l'information courante concernant essentiellement son emprunt.

Pour mieux analyser les décisions stratégiques de l'entreprise, il faudrait modéliser le processus d'équilibre de l'industrie, ainsi que le choix technologique qui s'offre à l'entreprise. L'entreprise peut entrer sur le marché de la production avec un cycle combiné au gaz, équipement plus réversible, plus facilement financé et adapté à un marché concurrentiel, ou avec une centrale nucléaire, irréversible qui permet d'élever des barrières à l'entrée dans le monopole. Or, le nucléaire étant standardisé en France, l'entreprise qui garde la maîtrise de cette technologie, conserve ses choix futurs d'investissement entre cycle combiné au gaz et nucléaire. Cette flexibilité technologique a de la valeur, surtout en cas de scénarios de gaz "hauts".

Nous allons dans le chapitre 1 constater l'inadaptation de la pratique décisionnelle de l'entreprise à la réalité d'un environnement incertain. Nous définirons le phénomène de déréglementation par l'incertitude sur le prix de revient, tout en sachant que d'autres variables comme la demande ou la part de marché seraient à prendre également en compte. Nous en déduirons quatre scénarios de prix de revient possibles, sur lesquels sera basé notre travail. Ces scénarios marquent le passage du segment de la production du monopole à la concurrence, que nous supposerons organisée autour d'un pool européen puisque la forme de marché ne sera décidée qu'en 2006. La construction de l'équipement nucléaire est autorisée par le régulateur qui gère l'adéquation de l'offre et de la demande. Nous mettons en exergue les principales caractéristiques de cet investissement : il est irréversible, standardisé et capitalistique. L'entreprise doit également financer cet investissement et peut avoir recours à l'endettement, surtout si le marché électrique est déréglementé. Le principe de financement sur un tel marché est le financement par projet, qui nous permet de nous concentrer sur l'évaluation du projet et sur son financement. Nous réduisons l'entreprise à son projet et nous parlerons indifféremment de l'une ou de l'autre. Quelle est la décision d'investissement de l'entreprise dans un tel contexte ? En pratique, l'entreprise choisit d'investir en fonction de la règle de la valeur actuelle nette. Cette règle ne prend pas en compte l'incertitude du prix de revient futur. Nous le constatons à partir de l'article de Berk[1998] qui reporte l'incertitude sur le taux d'intérêt futur : le taux d'intérêt hypothécaire et non le taux immobilier qui est un taux sans risque. Actualiser la valeur actuelle nette du projet à un taux incertain révèle que toutes les adaptations au risque de ce critère de la VAN, adaptations des flux de trésorerie ou du taux d'intérêt, sont limitées. Les axiomatiques d'univers risqué (Von Neumann et Morgenstern[1944]) et d'univers incertain (Savage[1954]) sont différentes.

C'est pourquoi nous nous consacrons dans le chapitre 2 à une revue de littérature sur l'investissement et le financement en environnement incertain. Cette littérature dégage une unité méthodologique de ces deux questions par l'approche optionnelle. D'une part, l'opportunité d'investissement est une option réelle composée d'options d'expansion et de flexibilité. Abel et al.[1996], Dixit et Pindyck[1998] ont évalué ces options à partir de leurs caractéristiques d'irréversibilité et d'expansion. Le projet nucléaire est totalement irréversible et l'option réelle est une option d'achat. Le choix de l'entreprise se fait entre l'investissement et l'attente, ce qui définit l'option comme une option d'attente d'après notre typologie. Dans le prolongement de la littérature sur les options d'actif, nous allons évaluer l'opportunité en autofinancement

et trouver ainsi le prix de revient seuil de déclenchement de l'investissement qui ne dépend pas du temps. D'autre part, la littérature sur le financement nous montre que l'endettement génère une option de passif : emprunter revient à acheter une option de vente sur les fonds propres. Nous allons classer les différentes théories en deux groupes. Nous considérons que le montant de la dette est fixé de façon exogène, pour des raisons institutionnelles, pour les théories de Modigliani et Miller[1958] ou du "pecking order". La structure du financement est déterminée de façon indépendante par rapport à la décision d'investissement pour Modigliani et Miller[1958]. Dans la théorie du "pecking order", le montant de la dette est déterminé par le pouvoir de négociation entre les créanciers et les actionnaires en asymétrie d'information. L'entreprise préfère s'autofinancer pour ne pas divulguer des informations à son environnement, mais elle peut décider d'un taux d'endettement cible par négociation entre ses détenteurs de titres. Le second groupe est constitué par la théorie du compromis : le montant de la dette est optimal et maximise la valeur de l'entreprise. Cette théorie met en avant deux imperfections de marché, la fiscalité et la faillite, et elle peut être élargie pour intégrer les coûts d'agence.

Est-ce que les caractéristiques d'irréversibilité et d'expansion de l'investissement nucléaire sont modifiées par le processus de déréglementation et par le recours à l'endettement ? Cette question est essentielle pour déterminer le prix de revient de déclenchement de l'investissement en incertitude.

Nous répondrons à la première partie de la question dans ce chapitre 3. Nous allons chercher la valeur de l'option d'attente en autofinancement ou pour une structure de financement exogène. L'option reste une option d'attente pour un endettement exogène. Pour la théorie de Modigliani et Miller[1958], il n'y a pas de lien entre la valeur du projet et son financement. L'investissement et son financement interagissent dans la théorie du "pecking order" en asymétrie d'information. Mais si nous considérons soit une symétrie d'information entre actionnaires et obligataires, soit l'existence d'un équilibre de négociation, nous obtenons un taux cible donné pour une valeur de l'entreprise. La littérature évalue cette option d'attente à partir d'une évolution log-linéaire du prix de revient. L'entreprise préfère attendre avant d'investir que la valeur du projet compense la valeur de l'attente d'informations sur les conditions de marché futures. La prime de l'option montre la différence entre les prix de revient seuils calculés respectivement par le critère de la valeur actuelle nette et par la théorie des options réelles : elle est positive. L'incertitude et l'irréversibilité augmentent la frontière seuil de déclenchement du prix de revient. En revanche, nous ne pouvons connaître leur impact sur l'accumulation du

capital puisqu'ils génèrent deux effets d'inertie et d'hysteresis qui respectivement diminue et augmente l'investissement quand l'incertitude s'accroit. Notons que nous travaillons en univers risque neutre, c'est-à-dire que nous pouvons mettre en évidence la prime de risque non diversifiable par le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) intertemporel. Mais selon le mouvement de prix de revient envisagé, le calcul de cette prime par le MEDAF intertemporel n'est pas possible. La prime de risque non diversifiable se déduit des contrats, alliances et partenariat par lesquels sont alors diversifiés les risques nucléaires et financiers. L'évolution du prix de revient de l'électricité n'est pas log-linéaire. Nous allons reprendre et préciser nos quatre scénarios de mouvement de ce prix. Le but de toute réglementation est de faire baisser le prix en tendance. Si la tutelle du monopole fixe le taux de rendement du "cost plus" une fois pour toutes, l'évolution du prix de revient est parfaitement déterminée et l'entreprise peut investir selon le critère de la valeur actuelle nette. En cas d'asymétrie d'information entre le monopole et sa tutelle, cette dernière peut ajuster le prix à la baisse. Cet ajustement n'est connu qu'en probabilité et ne tient pas compte de la période réglementaire. La concurrence sur le pool se caractérise par un prix aléatoire. Elle peut permettre l'entrée dans le segment de la production d'une technologie qui devient prépondérante : le cycle combiné au gaz (CCG). Le prix est plafonné en tendance par le prix de revient du CCG. Si nous tenons compte de la réforme du pool britannique, le NETA, cette concurrence peut se faire en base sur des contrats de long terme : le prix de revient n'est plus aléatoire et le prix des CCG donne le prix plancher ou plafond selon la compétitivité de cette technologie par rapport au nucléaire. Dans chacun de ces quatre scénarios, nous avons retenu un prix de revient qui n'évolue pas selon un mouvement brownien géométrique généralement utilisé par la littérature. Nos résultats corroborent ceux de la littérature, à savoir qu'en autofinancement ou pour une structure de financement exogène, l'entreprise attend pour investir en environnement incertain.

Dans le chapitre 4, nous nous basons sur la théorie du compromis : l'entreprise choisit le montant optimal de sa dette de façon à maximiser la valeur de l'entreprise. L'option n'est plus une option d'attente mais une option composite : l'adjonction de l'option de passif augmente la valeur de l'option d'actif. L'endettement modifie la valeur de l'option et nous nous demandons alors si l'entreprise endettée de façon optimale investit pour un prix de revient seuil supérieur en incertitude à celui du cas certain. Nous ferons le choix d'un endettement statique initial, que nous justifierons par rapport aux deux modèles de Mauer et Triantis[1994] et de Faig et Shum[1999]. Ces deux modèles montrent que le choix dynamique de la dette n'influence pas la

décision optimale de l'entreprise, que la technologie de production soit réversible ou irréversible. De plus, un ajustement instantané de la dette n'est pas réaliste. L'option composite est donc la somme de deux options successives : l'achat de l'option de vente sur les fonds propres qui résulte de l'emprunt succède à l'exercice de l'option d'investissement. A la date d'investissement, la valeur de l'entreprise endettée de façon optimale se différencie de celle autofinancée par le risque de faillite et par l'économie fiscale puisque le coupon de la dette est déductible des impôts. Elle met ainsi en exergue les deux imperfections de marché des capitaux retenues par la théorie du compromis à l'inverse de la théorie de Modigliani et Miller[1958]. Nous allons donc dans un premier temps calculer l'endettement optimal de l'entreprise selon un raisonnement similaire à celui de Leland[1994]. Nous particulariserons ensuite la règle de décision de la valeur actuelle nette pour le projet endetté de façon optimale, pour déterminer la décision d'investissement dans le cas incertain. Nous constaterons que l'option composite n'est pas toujours irréversible. Nous établissons ce résultat en constatant que la prime de l'option, différence entre les seuils d'investissement des règles de la valeur actuelle nette et de la théorie des options réelles, n'est pas toujours positive. En nous reportant au tableau des valeurs des primes d'option en fonction des caractéristiques d'irréversibilité et d'expansion d'Abel et al.[1996], nous nous rendons compte qu'une telle valeur caractérise un investissement partiellement réversible. Il peut exister des valeurs du taux d'impôt sur les sociétés et du coût de faillite pour lesquelles la valeur de la prime d'option est négative, c'est-à-dire que l'entreprise anticipe son investissement par rapport à la règle de la valeur actuelle nette. L'entreprise qui investit alors que la valeur actuelle nette de son projet est négative, cherche à bénéficier d'informations sur les conditions de marché actuelles qui deviennent certaines pour elle dans le futur. Ces informations portent sur la fiscalité et sur la faillite. Nous montrerons en extension que le taux d'endettement cible de l'entreprise peut varier en fonction du pouvoir de négociation des détenteurs de ses titres, après avoir supposé une ouverture du capital d'EdF.

Chapitre 1

La déréglementation et son impact sur la règle d'investissement

Dans ce chapitre, nous voulons montrer que le critère de la valeur actuelle nette ne convient plus pour évaluer un équipement nucléaire marginal en période de mutation institutionnelle.

Tout d'abord, nous constatons que le contexte institutionnel de l'industrie électrique en France est en train de se modifier : le pays ne développe plus son secteur de la production électrique, par l'intermédiaire d'Electricité de France (EdF), mais il met en place une concurrence entre producteurs indépendants, dont fera partie EdF (section 1). Au vu des limites de la réglementation publique comme réponse à la recherche de l'optimum collectif, c'est un marché contestable qui est mis en place. Nous allons schématiser cette mutation par le passage d'une réglementation monopolistique au coût du service, à un marché concurrentiel que nous supposons organisé autour d'un pool. Cette transition est marquée par l'ouverture du secteur à la concurrence, qui fait suite à la Directive électrique européenne 96/92/CE du 19 décembre 1996 transposée le 1 février 2000. Quel que soit le contexte, l'objectif recherché reste l'efficacité productive et allocative. Seule la réglementation mise en oeuvre pour l'atteindre change. Ainsi nous allons résoudre notre problématique pour quatre scénarios, qui traduisent quatre situations réglementaires. Le premier scénario rend compte d'une évolution certaine du prix de revient. La réglementation est monopolistique au coût du service, et sans révision du taux de rendement (le tarif reflète le coût marginal en développement), ce qui caractérise l'état stationnaire. Si l'état n'est pas stationnaire, comme l'envisage le deuxième scénario, l'évolution du prix de revient est connue en moyenne, et peut subir un choc à la baisse suite à la révision du taux de rendement par le régulateur. Sa décision s'impose à l'entreprise, qui ne peut pas agir contre lui. Dans le

cadre d'un marché concurrentiel, nous allons envisager l'émergence d'un pool européen. Cette hypothèse est probable, car l'organisation de ce marché ne sera décidée qu'à l'ouverture totale en 2006. Ce scénario trois met en exergue un prix qui, bien que tendant théoriquement à la baisse, est surtout aléatoire. Enfin, l'ouverture du marché peut permettre l'entrée de centrales à cycle combiné au gaz. Pour le quatrième scénario, cette technologie prédomine et guide le prix de revient de l'électricité. Finalement le prix de revient, qui constitue les fonds propres de l'entreprise, est la seule source d'incertitude possible. De plus, malgré le changement réglementaire, l'entreprise conserve la décision d'investissement : elle peut décider de retenir le projet ou d'attendre.

Nous allons ensuite définir l'investissement en section 2. L'opportunité dont dispose l'entreprise, est un équipement nucléaire marginal. Il présente la caractéristique d'être irréversible. Nous allons intégrer les coûts incertains de démantèlement et de fin de cycle du combustible, dans le capital initial, tout en supposant qu'une sortie du marché impliquerait des coûts totalement irrécupérables. De plus, l'équipement fonctionne en base, ce qui va nous permettre de normaliser le coût initial, la quantité produite et les coûts d'exploitation. Cet investissement étant risqué, son financement n'est envisagé que pour le seul projet. C'est donc la valeur marginale du projet que nous allons chercher à déterminer, indépendamment du reste du parc de l'entreprise.

Enfin, nous voulons évaluer ce projet en section 3, pour savoir si l'entreprise le retient ou le refuse, et pour déterminer ultérieurement son financement. Or l'incertitude, introduite par le prix de revient, crée de la valeur, qui n'est pas prise en compte par le critère de la valeur actuelle nette. La valeur actuelle nette du projet est égale à la somme des flux de trésorerie escomptés, nette du capital initial. La règle d'investissement qui s'en déduit, est telle que l'entreprise accepte tout projet dès que sa valeur actuelle nette est positive. L'investissement n'est pas retenu dans le cas contraire, l'entreprise perdant alors cette opportunité d'investissement. Ce critère est défini en univers certain, c'est-à-dire pour des flux de trésorerie connus. Mais cela ne correspond pas aux scénarios de prix de revient incertain que nous avons élaborés. Pour intégrer la valeur de la flexibilité de l'entreprise, qu'elle doit à sa décision de programmation de l'investissement irréversible, nous modifions le taux d'escompte du critère de la valeur actuelle nette en l'ajustant au risque. Cependant cette extension a deux limites. La première limite provient du fait que le modèle d'évaluation de ce taux d'escompte risqué n'est valable que pour une seule période. Nous pouvons étendre en continu ce modèle, dont nous nous servirons pour évaluer le risque diversifiable par le marché. La seconde limite découle de la différence

qu'il existe entre l'axiomatique des préférences de l'agent en environnement risqué, et celle en univers incertain. L'extension de l'une à l'autre n'est pas correcte.

Section 1 La mutation du contexte institutionnel : l'incertitude du prix de revient

Nous allons mettre en évidence le passage du secteur de la production électrique, d'un monopole réglementé à la concurrence.

Il résulte de la déréglementation mise en place dans l'industrie électrique. L'environnement de l'industrie électrique n'est pas convexe[1], puisqu'il existe des rendements d'échelle croissants dans les secteurs du transport et de la distribution. La concurrence est donc inefficace (Encaoua[1986]), et la tarification au coût marginal expose l'entreprise à un déficit budgétaire, puisque la décroissance des coûts maintient le coût marginal à un niveau inférieur au coût moyen. La tarification est alors basée sur le principe de Ramsey-Boiteux, et doit satisfaire des objectifs d'efficacité productive et allocative. Elle constitue une source de financement pour l'entreprise, par fonds propres. Les missions de service public imposent la présence d'un régulateur, qui a en charge de "sauvegarder l'intérêt collectif, lequel exige de prendre en considération des préoccupations macro-économiques comme l'indépendance nationale, l'aménagement du territoire, la redistribution des revenus, ou la sauvegarde des emplois" (Percebois[1997, p. 524]).

Par ce principe tarifaire, les prix de revient de l'électricité évoluent comme le coût marginal en développement. Ce système de prix peut être mis en place au niveau de l'industrie, soit par une réglementation publique du monopole, soit par un marché contestable. Ces deux organisations centralisée et décentralisée répondent aux objectifs d'efficacité productive et allocative, d'une recherche de réalisation de l'optimum collectif. Le remplacement de l'un par l'autre est dû aux limites de la réglementation monopolistique au coût du service. Il est concrétisé par la Directive électrique européenne 96/92/CE, qui ouvre le secteur de la production à la concurrence. Nous constatons que l'environnement certain de l'entreprise productrice devient incertain, et l'unique source d'incertitude que nous isolons est le prix de revient. C'est pourquoi seules nous intéressent les conséquences des différentes réglementations sur l'évolution du prix de revient, qui caractérise ainsi la structure industrielle.

[1] "Par univers convexe, j'entends que les entreprises sont à rendements non croissants et que les consommateurs ont des préférences convexes" (Freixas et Laffont[1983, p. 10]).

1.1 La recherche de l'optimum collectif dans l'industrie électrique

1.1.1 Définition de l'optimum collectif

A priori une organisation centralisée semble être à même de mieux contrôler l'utilisation des ressources de l'ensemble de la collectivité. Mais les choix décentralisés des agents rationnels, peuvent conduire à une allocation optimale des ressources, lorsqu'ils sont coordonnées par un système de prix approprié et considéré comme un signal exogène commun à tous des agents. Ainsi, pour une répartition des dotations initiales des agents, la détermination centralisée, conforme à l'optimum de Pareto, peut aboutir au même résultat que la réalisation décentralisée, associée à l'équilibre walrassien. Cette décentralisation de l'optimum de Pareto par l'équilibre général n'est valable qu'en environnement convexe, l'entreprise étant alors preneuse de prix. Notons que l'injustice de la répartition des dotations initiales peut rendre préférable une allocation centralisée, qui permet de corriger les inégalités. Mais le prix de marché transmet des informations, que la tutelle publique ne peut réunir que de façon coûteuse (Mougeot[1989, pp. 27-30]).

Cet optimum est défini à partir du critère de Pareto[1909], selon lequel toute décision qui accroît la satisfaction d'au moins un individu sans diminuer celle d'aucun autre est une mesure d'intérêt collectif. Ainsi un état de l'économie est meilleur qu'un autre s'il est préféré par tous les agents. "La définition de l'optimum de Pareto implique naturellement que la production soit efficace puisque, dans le cas contraire, on pourrait accroître la satisfaction de certains sans que celle des autres empire. On qualifie parfois les situations optimales d'efficaces au sens de Pareto (Arrow et Hahn) ou de maximum de rendement social (Allais)" (Mougeot[1989, p. 76][2]).

Cet optimum peut être décentralisé par un équilibre général concurrentiel. Arrow et Debreu[1954] ont démontré les deux théorèmes de l'économie du bien-être, fondamentaux pour l'analyse de la planification décentralisée. En effet ils permettent d'établir l'équivalence entre équilibre général concurrentiel et optimum de Pareto de premier rang, en univers convexe (théorème 2) :

Théorème (1 de l'économie du bien-être). *Tout équilibre général est aussi un optimum de Pareto.*

[2] Mougeot[1989, p. 76] a cité les deux références suivantes :

- Allais M.[1967], Les conditions de l'efficacité dans l'économie, CESES, Rapallo ;
- Arrow K.J. et Hahn F.H.[1971], General competitive analysis, Holden-Day inc., San Francisco.

"Le théorème 1 nous dit qu'il suffit des signaux représentés par les prix d'équilibre pour coordonner les activités économiques décentralisées de façon satisfaisante au sens du critère de Pareto" (Laffont[1988, p. 9]).

Théorème (2 de l'économie du bien-être). *Dès lors que les prix sont décentralisés par le marché, l'optimum paretien vérifie l'équilibre général.*

"Ce résultat est fondamental pour la compréhension de la planification décentralisée. [...] quel que soit l'optimum de Pareto que l'on cherche à décentraliser, donc quel que soit l'optimum de Pareto correspondant à un critère de justice donné, il est possible de le décentraliser comme équilibre concurrentiel à condition de bien choisir les revenus des agents, c'est-à-dire dans une économie de propriété privée, à condition de faire entre les agents des transferts forfaitaires appropriés" (Laffont[1988, p. 10]).

L'optimum de premier rang maximise le bien-être social et résulte d'un programme de maximisation de l'utilité sociale sous contraintes de production et de ressources exclusivement. Cet optimum est donc déterminé pour une distribution donnée des richesses (Pondaven[1994, pp. 4-8]). Ces deux théorèmes permettent d'analyser séparément les problèmes de répartition, des problèmes d'efficacité (productive et allocative). Dans le théorème 2, qui établit l'équivalence de l'optimum de Pareto et de l'équilibre général concurrentiel, tout se passe comme si le planificateur omniscient est neutre à la répartition initiale des richesses. Cela entraîne la séparation de fait des problèmes de redistribution et d'allocation des ressources. Ainsi des transferts forfaitaires, neutres par rapport à l'allocation des ressources, répartissent les richesses de façon acceptable. Un mécanisme de prix, neutre vis à vis de cette répartition, assure la réalisation décentralisée de l'optimum.

La tarification se fait au coût marginal, si :

- l'objectif de l'Etat est l'allocation optimale des ressources ;
- le secteur privé est parfaitement concurrentiel ;
- la répartition des revenus est optimale ;
- il n'y a pas de contrainte budgétaire de l'entreprise publique.

Or, les rendements d'échelle dans l'industrie électrique sont croissants, et l'entreprise publique qui tarife au coût marginal, s'expose à un déficit budgétaire car le coût moyen est toujours

supérieur au coût marginal. L'Etat intervient pour stabiliser le marché ou pour réguler les comportements. Cette intervention introduit des contraintes supplémentaires dans le programme de maximisation du bien-être social. Sans une contrainte supplémentaire, le bien-être social ne peut pas être garanti parce que la gestion au coût marginal du monopole naturel génère des déséquilibres budgétaires. L'Etat corrige ces déviances en fixant cette contrainte. L'optimum qui en résulte, ne peut être de premier rang, puisque toute contrainte supplémentaire réduit le domaine des optimums possibles du programme initial paretien. "Cette solution de moindre mal est qualifiée d'optimum de second rang ["*theory of second best*", cf. Meade[1955][3], Lipsey et Lancaster[1956][4]]" (Pondaven[1994, p. 116]).

Les prix de second rang se basent sur le coût marginal (principe de tarification optimale de premier rang), mais doivent vérifier une contrainte budgétaire. Ces prix sont déterminés par la règle de Ramsey-Boiteux[5], plutôt que par le coût moyen. Ils sont efficaces au niveau productif mais non allocatif, difficulté résolue par la tarification positive non linéaire : les prix d'EdF sont des tarifs binômes, et constituent aussi les fonds propres de l'entreprise.

1.1.2 Le monopole comme réalisation de l'optimum collectif

1.1.2.1 EdF, auparavant système verticalement intégré à dominante publique - Nationalisée par la loi du 8 avril 1946, EdF est un établissement public à caractère industriel et commercial (EPIC), qui regroupe les secteurs de la production, du transport et de la distribution. Elle est en quasi-monopole sur l'activité de production, les autres producteurs (des autoproducteurs en général) ayant une puissance installée inférieure à 8 MW. Au 31 décembre 2000 (hors DOM), la production d'EdF est de 482 TWh, soit 96% de la production nationale de 500 TWh. La production thermique est de 417 TWh, dont 82% est d'origine nucléaire, 13% d'origine hydraulique et 5% d'origine thermique classique. La puissance installée se compose de 63 000 MW en nucléaire, 23 300 MW en hydraulique et de 17 200 MW en thermique classique. Elle est en monopole sur le segment du transport et en quasi-monopole sur celui de la distribution. En effet, il existe 152 distributeurs non nationalisés (régies, sociétés d'intérêt collectif agricole, sociétés d'économie mixte ou sociétés anonymes), en monopoles locaux sur la base de

[3]Meade J.E.[1955], Trade and welfare, Oxford university press

[4]Lipsey R.G. et Lancaster K.[1956], The general theory of second best, *Review of economic studies* 24 n°1, 11-32

[5]Ramsey F.[1927], A contribution to the theory of taxation, *Economic journal* 37 n°1

Boiteux M.[1956], Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire, *Econometrica* XXIV n°1

concessions accordées par les communes (Mirabel[1999, p. 4]). Enfin, EdF détient le monopole des importations et des exportations d'électricité. Ce monopole réglementé compte parmi "les modalités d'une intervention publique pour réaliser un optimum de Pareto par une méthode de planification" (Laffont[1988, p. 11]).

Le statut juridique d'EPIC d'EdF place le monopole national sous tutelle de l'Etat. La réglementation a édicté les modalités de fixation des prix : la tarification marginaliste correspond à un système unique de prix, qui se base sur la contribution de la vente au coût marginal à la réalisation de l'optimum collectif. En effet "si l'activité du monopole ne fait pas l'objet de réglementations publiques, rien ne l'empêche d'abuser de sa situation dominante en augmentant, par exemple, ses prix de manière importante" (Chaton[1997, p. 43]) et de tarifer sa production au coût moyen.

Notons que le monopole public est un EPIC[6]. Les sources de financement de ses investissements proviennent soit des tarifs, soit des emprunts remboursables par les fonds propres si nous supposons que l'Etat n'intervient que comme régulateur[7] (l'Etat ne peut pas lever d'impôt pour financer un déficit). Quatre objectifs principaux macroéconomiques et micro-économiques, sont assignés a priori aux tarifs (Henry[1994, 1997]) :

- la référence à l'équilibre macroéconomique : le niveau des tarifs électriques influence la compétitivité nationale et le niveau général des prix est donc soumis à un objectif conjoncturel ;
- la redistribution sociale : l'objectif distributif se traduit par des péréquations internes entre catégories de consommateurs ;
- la neutralité (ou l'équilibre budgétaire) : dans un objectif comptable, le tarif est à la base des recettes et sert à couvrir les coûts de production. Ces coûts qui regroupent la rémunération des facteurs de production et les besoins d'investissement, sont financés par l'entreprise en fonction de sa structure tarifaire ;
- la référence à l'équilibre micro-économique : le tarif oriente la demande des consommateurs et remplit un objectif d'allocation.

[6] D'ailleurs, ce statut juridique d'EPIC nous permettra de ne pas envisager l'augmentation du capital comme source de financement. Les capitaux propres se montent au 31 décembre 2000 à 88 725 millions de francs (soit 13 526,04 millions d'euros), pour un ratio de la dette sur les capitaux propres de 1,23.

[7] Cette hypothèse est moins justifiée dans les deux premiers scénarios, mais elle nous permet d'homogénéiser les quatre situations de réglementation.

Nous nous concentrons sur le problème de l'efficacité productive et allocative, et non d'équité. Nous ne tenons pas non plus compte des répercussions macroéconomiques des choix d'investissement et de financement de l'entreprise (qui fonctionne en base par hypothèse). La structure tarifaire basée sur le coût marginal ne respecte pas l'objectif comptable, qui est donc introduit sous la forme d'une contrainte supplémentaire dans la recherche des tarifs optimaux. De plus, la tarification permet de planifier l'offre en orientant la demande.

1.1.2.2 La réglementation au coût du service -

a) Principe

En France, EdF est soumise à une réglementation au coût du service ("*cost-of-service regulation*"), encore appelée réglementation au taux de rendement ("*rate-of-return regulation*"). Le régulateur doit en déterminer le taux. Dans ce contexte l'offre oriente la demande. Le lien entre planification et tarification est alors évident puisque la modification des coûts relatifs de production implique logiquement un changement tarifaire. La tarification de l'électricité en France est donc basée sur le coût marginal en développement, qui permet d'orienter la demande en fonction des coûts induits futurs du développement du parc de production.

La réglementation au coût du service oblige le régulateur à définir les tarifs de l'entreprise, qui doivent lui procurer un profit net positif. Les recettes doivent donc couvrir le financement des investissements et les coûts d'exploitation.

Tout d'abord, la tutelle évalue les coûts de fonctionnement supportés par le monopole pendant la période de référence, ainsi que l'actif de l'entreprise. A partir de cette évaluation, elle détermine le niveau de recettes autorisées, qui intègre aux coûts un taux de rendement "raisonnable" du capital (Joskow[1998, p. 29]). Ce taux de rendement cible est défini comme le taux de rémunération de l'actif de l'entreprise, et doit donc au moins être égal au coût du capital.

Le régulateur définit alors un vecteur de prix qui correspond aux recettes autorisées. Il fixe ainsi le niveau général des prix et les prix relatifs des différents segments du monopole. Mais il peut revoir les tarifs de l'entreprise si le taux de rendement diffère du taux attendu. En établissant les tarifs, il ferme ainsi la boucle de la régulation par l'offre et par la demande.

b) Convergence vers des prix socialement optimaux

Logan, Masson et Reynolds[1989] ont montré que la réglementation de type "*cost-plus*" fait converger le système de prix vers une tarification de type Ramsey-Boiteux, socialement optimale. Ils ont d'abord établi qu'en état stationnaire, les prix sont conformes à la règle de

Ramsey-Boiteux. Le processus réglementaire fait ensuite converger les prix vers cet état stationnaire.

b.1) La tarification de type Ramsey-Boiteux

"Dans une économie comportant des secteurs à rendements croissants (secteur non-différencié), l'équilibre général concurrentiel peut ne pas exister ; toutefois, la décentralisation d'un optimum de Pareto est possible, sous certaines conditions, lorsque les entreprises du secteur non-différencié sont gérées au coût marginal et que les entreprises du secteur différencié, à rendements d'échelle décroissants, maximisent leurs profits. La conséquence de ce résultat est la nécessité de gérer au coût marginal les entreprises publiques dont les rendements d'échelle sont croissants" (Freixas et Laffont[1983, p. 66]). A contrario, la règle de l'équilibre budgétaire, assurée par la vente au coût moyen, provoque une perte sociale. Cette règle de l'équilibre budgétaire admet cependant deux justifications :

- une raison d'équité, puisque le déficit d'une entreprise dont les rendements sont croissants résulte de la vente au coût marginal. Or, ce déficit est un bien public, dont ne bénéficient que les consommateurs du bien produit par le monopole. La vente au coût moyen comble le déficit de financement et élimine ce problème d'équité ;
- la remise en cause de l'hypothèse d'information parfaite. En asymétrie d'information, Freixas et Laffont[1983] ont montré que si la règle de la vente au coût marginal domine la règle de vente au coût moyen en cas de rendements décroissants, les deux règles dépendent de la fonction objectif de l'entreprise pour des rendements croissants. En effet le choix de gestion de l'entreprise, qui se traduit par le choix du niveau d'une variable d'effort non observable et le choix d'un comportement déviant[8], entraîne une perte sociale mais rend la règle de vente au coût moyen préférable à la règle de vente au coût marginal dans certains cas. L'existence de cette variable d'effort non observable nécessite le recours à une méthodologie de second rang. Mais elle génère des inefficacités. C'est une des hypothèses principales de la théorie de la X-efficacité de Leibenstein[1978], ainsi définie : "[D]ans cette approche, les inputs alloués à une entreprise peuvent être utilisés de façon plus ou moins efficace. Plus l'efficacité est grande, plus le niveau d'output obtenu est élevé. Quand un

[8] L'asymétrie d'information est représentée par la non-observabilité d'une variable qui est le niveau d'effort du facteur travail. Ainsi en rendements croissants et pour une variable non observable d'effort, la vente au coût moyen peut être préférable à la vente au coût marginal selon la fonction objectif propre à l'entreprise, qui diffère généralement de celle du "Centre", indifféremment le régulateur ou l'Etat.

input n'est pas utilisé de façon efficace, la différence entre l'output obtenu et l'output maximum que l'on peut attribuer au même ensemble d'inputs est la mesure du degré de X-inefficacité. Une autre façon de mesurer la X-inefficacité est de calculer le supplément nécessaire à la production d'un output déterminé" (Freixas et Laffont[1983, p. 68]).

La tarification de Ramsey-Boiteux permet d'atteindre un optimum de second rang, en maintenant une structure marginaliste du prix sous contrainte d'équilibre budgétaire[9].

Soit un monopole multiproduits. L'ensemble des produits ou services qu'il propose est décrit par $N = \{1, ..., n\}$ et la demande en bien i est fonction de son prix, $q_i = D_i(p_i)$, $\forall i \in N$. Elle est indépendante de la demande en bien j, $\forall j \in N$, $\forall j \neq i : \frac{\partial D_i}{\partial q_j} = 0$. Le coût de production total est donné par la fonction $C(q)$, sachant que $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ est la production totale. Les prix de Ramsey-Boiteux sont solution du programme d'optimisation qui maximise le surplus collectif sous contrainte de profit non négatif :

$$\begin{cases} \max_{q_i} W \\ s/c\ \pi > 0, \end{cases} \tag{1.1}$$

où W est le surplus collectif et π est le profit du monopole. Le monopole respecte sa contrainte budgétaire selon un niveau permis par la tutelle. Le surplus collectif est la somme du surplus net global des consommateurs et du surplus net global du producteur, $W = SC + SP$.

Le surplus net global des consommateurs est défini comme la somme des utilités procurées par chaque unité marginale en bien i nette du prix payé pour la quantité totale en bien i, et ceci pour tous les biens du panier de consommation,

$$SC = \sum_{i=1}^{n} \left(\int_0^{q_i} D_i^{-1}(q_i)dq - D_i^{-1}(q_i)q_i \right).$$

Le surplus net global du producteur est égal à la recette totale nette du coût total :

$$SP = \sum_{i=1}^{n} D_i^{-1}(q_i)q_i - C(q).$$

[9]Il nous faut noter qu'il existe une seconde solution de réglementation du monopole naturel, toujours sous l'hypothèse d'absence d'externalité, qui consiste à tarifer à l'optimum de premier rang (tarification au coût marginal). Pour cette théorie du rendement social développée par Allais[1967], le déficit d'exploitation de l'entreprise publique, qui en résulte, est financé par subventions publiques, elles-mêmes financées par l'impôt. Cette tarification n'a pas été retenue historiquement et pose de plus le problème de la révélation des préférences des agents. Ce problème de révélation est développé par la théorie du passager clandestin, "*free-rider*" : il assimile l'électricité à un bien collectif pur produit autoritairement par l'Etat et financé par l'impôt.

Ainsi le programme (1.1) d'optimisation du surplus collectif sous contrainte d'équilibre budgétaire, que doit résoudre la tarification, se récrit :

$$\begin{cases} \max\limits_{q} \sum\limits_{i=1}^{n} \left(\int_0^{q_i} D_i^{-1}(q_i)dq \right) - C(q) \\ s/c \sum\limits_{i=1}^{n} D_i^{-1}(q_i)q_i - C(q) > 0 \\ s/c\ q > 0,\ \forall i \in N \end{cases} \tag{1.2}$$

La résolution de ce programme de Kühn-Tucker est obtenue par les conditions de premier ordre du lagrangien

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{n} \left(\int_0^{q_i} D_i^{-1}(q_i)dq \right) - C(q) + \lambda_{RB} \left(\sum_{i=1}^{n} D_i^{-1}(q_i)q_i - C(q) \right),$$

où λ_{RB} est le multiplicateur de Lagrange associé à la première contrainte de l'équation (1.2), par construction non négatif puisqu'il correspond au prix fictif de la contrainte.

Les n conditions du premier ordre retenues sont celles qui sont saturées à l'optimum de production, c'est-à-dire

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 \text{ pour } q_i > 0 \tag{1.3}$$

$$\Longrightarrow \tfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = D_i^{-1}(q_i) - \tfrac{\partial C(q)}{\partial q_i} + \lambda_{RB} \left(\left[\tfrac{\partial D_i^{-1}(q)}{\partial q_i} q_i + D_i^{-1}(q) \right] - \tfrac{\partial C(q)}{\partial q_i} \right) = 0,\ \forall i \in N.$$

A l'optimum de production q^*, tel que $q_i^* \in q^*$, les prix Ramsey-Boiteux sont notés $p_i^* = D_i^{-1}(q_i^*)$ pour tout bien $i \in N$. Ils vérifient les conditions du premier ordre (1.3) : $p_i^* - \tfrac{\partial C(q^*)}{\partial q_i} + \lambda_{RB} \left(\left[\tfrac{\partial p_i^*}{\partial q_i} q_i^* + p_i^* \right] - \tfrac{\partial C(q^*)}{\partial q_i} \right) = 0$

$$\Longleftrightarrow \frac{p_i^* - \frac{\partial C(q^*)}{\partial q_i}}{p_i^*} = -\frac{\lambda_{RB}}{1+\lambda_{RB}} \frac{1}{\eta_i^*},\ \forall i \in N. \tag{1.4}$$

Dans ces relations à l'optimum, $\frac{\partial C(q^*)}{\partial q_i}$ représente le coût marginal du bien i et η_i^* est la valeur absolue de l'élasticité-prix de la demande $D_i(p_i^*)$, $\eta_i = \frac{\frac{\partial q_i}{q_i}}{\frac{\partial p_i}{p_i}}$. Le nombre de Ramsey, $\frac{\lambda_{RB}}{1+\lambda_{RB}}$, correspond au coefficient budgétaire.

Les hypothèses sur lesquelles reposent ces prix Ramsey-Boiteux posent plusieurs problèmes :

– ils dépendent des élasticités-prix des fonctions de demande qui sont difficilement calculables ;

– le tarif est linéaire, ce qui revient à dire que le prix unitaire est identique quelle que soit la quantité consommée, et introduit un biais dans l'objectif d'allocation. C'est pourquoi les tarifs positifs sont des tarifs binômes[10], dont la structure reste de type Ramsey-Boiteux, mais qui permettent une discrimination parfaite des consommateurs ;

– l'équation (1.4) indique que plus la demande est rigide, c'est-à-dire que $\eta_i^* \to 0$, plus la différence entre le prix du bien i et son coût marginal de production augmente. Or une demande inélastique caractérise les usagers captifs. Ce système de tarification comporte des subventions croisées, "en ce sens que les recettes collectées par un groupe de biens servent à financer les coûts de fourniture d'un second groupe de biens" (Encaoua[1986, p. 28]) et que c'est également le cas entre les périodes de production. Nous ne retiendrons que trois périodes de production : la base, la semi-base et la pointe. Les prix Ramsey-Boiteux ne sont pas efficaces allocativement. Cette structure tarifaire est conservée par les tarifs binômes, efficaces au niveau productif et allocatif.

D'après ce principe tarifaire normatif, EdF a mis en place des tarifs binômes qui sont efficaces à la fois sur le plan productif, et allocatif (dans le sens où ils ne permettent pas de subvention croisée).

Scénario (1). *La tarification du monopole réglementé est de type Ramsey-Boiteux pour cet état stationnaire. Le taux de rendement est parfaitement déterminé par la réglementation. L'évolution du prix de revient est donc certaine. L'objectif collectif étant de diminuer le coût marginal en développement, cette évolution certaine du prix de revient se fait à la baisse.*

b.2) Convergence vers l'état stationnaire :

Le régulateur peut revoir les tarifs de l'entreprise, puisque la détermination du taux de rendement cible repose sur une estimation du coût marginal du capital. Pour éviter de mal rémunérer le capital de l'entreprise, ce qui dissuaderait les actionnaires[11] d'investir, il fixe en

[10] La tarification binôme comporte un coût fixe, la prime, et un coût variable proportionnel à la quantité consommée. Le tarif binôme est optimal si le prix uniforme tient compte du coût marginal. La prime donne droit à la consommation, et ce péage en constitue le prix appelé également charge, d'accès ou d'abonnement, au réseau. Il est intéressant de noter que sur un marché ouvert risqué, plus la consommation d'un usager est incertaine, plus la charge fixe dans le contrat tarifaire est importante, résultat obtenu par Keppo et Räsänen[1999] sur le NordPool.

[11] Pour l'instant, l'Etat est l'actionnaire principal.

général le taux cible comme étant égal à la borne supérieure de la fourchette d'estimation. Mais si le profit de l'entreprise, après définition (correction) de ce taux de rendement, reste positif, le régulateur va pouvoir (à nouveau) réviser ce taux de rendement, de façon à faire baisser le niveau général des prix pratiqués par l'entreprise vers le coût marginal en développement. A chaque révision du taux de rendement, le surplus du consommateur s'accroît. Toute variation à la hausse du prix est impossible.

La probabilité de révision est exogène (Klevorick[1973]), ou endogène (Bawa et Sibley[1980]). La probabilité de révision endogène dépend du montant excédentaire (ou déficitaire) des profits courants sur les profits raisonnables permis par la réglementation. Cette probabilité s'accroît quand les profits courants augmentent. La réglementation du monopole est stochastique. Mais elle fait converger le prix vers celui pour lequel il n'y a plus de différence entre profits courants et profits raisonnables, et elle minimise le coût.

Nous nous plaçons du point de vue de l'entreprise, sans analyser plus en détail la réglementation. La probabilité de révision qui s'impose à l'entreprise est considérée par elle comme exogène. Nous ne prendrons pas non plus en compte la période réglementaire, en permettant que la révision du taux puisse survenir à tout moment. Ainsi la diminution discrète du prix de revient est un choc ("*jump*") aléatoire à la baisse, qui fait suite à l'intervention du régulateur. Cette intervention est totalement imprévisible pour l'entreprise, qui n'a aucune information ni influence sur l'action réglementaire. L'entreprise ne l'anticipe que sous la forme d'une intervention erratique discrète.

Scénario (2). *En état non stationnaire, l'évolution du prix de revient doit également suivre la diminution du coût marginal en développement. Mais le monopole est soumis à une révision probable du taux de rendement, qui abaisse de façon aléatoire le prix de revient d'un certain pourcentage.*

c) Orientation de la demande par l'offre : la planification de la production

L'objectif de la tarification, dont la structure est basée sur les coûts marginaux, est de signaler[12] à chaque consommateur le coût de sa présence sur le réseau. Par cette vérité des prix, les consommateurs sont incités à choisir la solution de moindre coût pour maximiser leur surplus. Le coût marginal traduit aussi les conditions de l'offre et donc la politique d'investissement, qui

[12] "Ainsi, l'objectif de la tarification au coût marginal est explicite : Inciter les consommateurs à utiliser leurs équipements électriques au mieux de l'intérêt général grâce à des signaux de prix" (Chaton[1997, p. 45]).

répond à une augmentation de la demande[13]. L'optimisation globale du système électrique en monopole se fait en boucle itérative fermée :

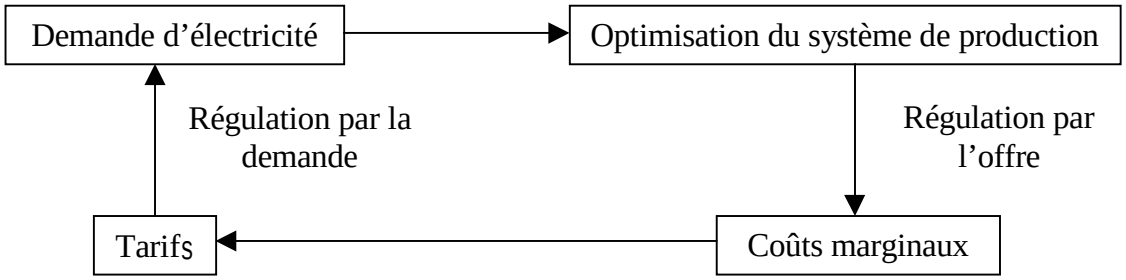

Fig. 1.1: Investissements-gestion-tarification-demande (source : Chaton[1997, p. 45])

Le coût marginal de court terme est le supplément de coût de production, de transport et de distribution d'une fourniture supplémentaire à parc d'équipement inchangé. Le coût marginal de long terme est le supplément de coût de production, de transport et de distribution entraîné par une adaptation du parc d'équipement nécessaire pour satisfaire une variation de la demande. Ce parc optimal de référence est en développement.

Si le monopole public intégré produit en univers certain, le coût marginal de court terme est égal au coût marginal de long terme pour une fourniture à parc adapté optimal. En effet si le coût marginal de court terme est supérieur au coût marginal de long terme, l'entreprise productrice a intérêt à investir pour satisfaire la demande à moindre coût. Si le coût marginal de court terme est inférieur au coût marginal de long terme, le parc est en surcapacité et l'entreprise productrice aurait pu satisfaire la demande à moindre coût avec un équipement moindre. Comme la demande et la disponibilité des équipements sont deux variables aléatoires, l'égalité vaut en espérance. La régulation monopolistique de type "*cost-plus*" a pour objectif d'optimiser le parc de production, ce qui revient à minimiser le coût actualisé de production de l'électricité en avenir incertain (i.e. dans le cas d'une révision probable du taux de rendement).

"La tarification au coût marginal doit donc être une tarification au coût marginal de l'équipement optimal, c'est-à-dire de l'équipement dont le coût marginal coïncide avec le coût en développement du parc de centrales" (Percebois[1989, p. 257]). Le choix de l'équipement optimal en France a lancé le programme électronucléaire. En effet, la part d'un actif de production dans le parc est d'autant plus importante, que le risque économique de cet actif est faible, même

[13] "En conséquence, la variation du coût de l'électricité générée par une variation de la demande du consommateur est déterminée entre autre par la politique d'investissement" (Chaton[1997, p. 45]).

si l'aversion pour ce risque est forte. De plus, l'incertitude des coûts actualisés des centrales à énergies fossiles est supérieure à celle liée au nucléaire. Enfin, le choix d'équipement irréversible pour concrétiser cet objectif correspond à la décision d'acquérir une compétence industrielle. Cela maintient une certaine flexibilité dans les décisions d'investissement futures de l'entreprise productrice (e.g. entre gaz et nucléaire, cf. Epaulard et Gallon[2000]), c'est-à-dire que ce choix a une valeur d'option.

d) Inconvénients

La réglementation au coût du service soulève le problème de l'efficacité de l'entreprise (David [2000, p. 172-189]). Le monopole n'a aucune incitation à abaisser ses coûts de production, puisque la moindre diminution de ses coûts est immédiatement répercutée sur les prix à la fin de la période réglementaire. Liston[1993] a répertorié les différents défauts de ce type de réglementation.

d.1) La surcapitalisation :

Une partie de la rémunération de l'entreprise productrice est basée sur le capital. La supériorité du taux de rendement par rapport au coût du capital, incite l'entreprise à surcapitaliser (effet Averch - Johnson[1962][14]). En effet, une telle supériorité entraîne la sous-estimation du coût marginal : l'entreprise est incitée à accroître la production de biens, ce qui nécessite une forte intensité capitalistique, et ainsi surcapitalise. Averch et Johnson[1962, p. 1054] ont montré que la structure des tarifs appliquée par l'entreprise réglementée correspond à celle d'un monopole non contraint dont les besoins en capitaux sont moindres.

Il y a des distorsions dans l'utilisation des facteurs de production, car l'entreprise les choisit par rapport à des prix relatifs biaisés du capital et du travail. De plus, le coût marginal sur lequel se base l'entreprise réglementée pour déterminer ses tarifs, est inférieur au coût marginal réel. La sous-optimalité ne concerne donc pas seulement les facteurs de production, mais également les choix technologiques et la structure de prix des biens produits. Le parc de production n'est pas optimal.

d.2) L'inefficacité financière :

Le ratio de la dette sur les fonds propres de l'entreprise réglementée peut être inférieur au

[14] Averch H. et Johnson L.L.[1962], Behavior of the firm under regulatory constraint, *American economic review* 52 n°5, 1053-1069

ratio optimal. L'entreprise bénéficie d'un taux de rendement garanti des fonds propres. Elle préfère ne pas s'endetter, le taux de rendement de la dette étant, quant à lui, risqué.

d.3) La captation du régulateur :

En présence d'asymétrie d'information entre le principal (l'agence de tutelle) et l'agent (l'entreprise), "les régulateurs sont constamment confrontés au dilemme de la détermination des coûts "justes", des taux de dépréciation et de profit appropriés à appliquer aux investissements en capital" (Joskow[1998, p. 29]). Cette théorie de la captation a été développée par Stigler[1971][15] et formalisée par Peltzman[1976][16]. Elle se positionne dans le courant du "*Public Choice"*, à la suite de la théorie de la bureaucratie (Buchanan et Tullock[1962][17]). L'organisation bureaucratique du monopole public peut générer des problèmes de surproduction et de surcoût (X-inefficacité, cf. Leibenstein[1978]), parce que la tutelle ne contrôle pas parfaitement les dirigeants de l'entreprise, et que les dirigeants n'ont pas intérêt à minimiser les coûts de production (ils ne peuvent en effet s'approprier les profits, du fait de la structure des droits de propriété de l'entreprise, cf. Coase[1937][18]). De plus, les organismes de tutelle peuvent finir par prendre la défense des intérêts des entreprises productrices, qu'ils sont pourtant chargés de contrôler (théorie de l'agence). Le caractère public du monopole favorise cette menace de captation.

Nous allons supposer que ce risque n'existe pas entre l'Etat et l'entreprise : le prix de revient est déterminé par le régulateur et s'impose à l'entreprise productrice.

d.4) Autres inefficacités :

– La mauvaise allocation des coûts : du fait que les activités du monopole sont intégrées, la tutelle ne dispose pas d'une information parfaite sur l'affectation des coûts. Le monopole peut alors pratiquer des subventions croisées dans les tarifs, au détriment des usagers captifs du monopole (en faisant supporter une partie des coûts de production des biens concurrentiels, ou des coûts joints, aux tarifs réglementés) ;

[15]Stigler G.J.[1971], The theory of economic regulation, *Bell journal of economics and management science* 2 n°1, 3-21

[16]Peltzman S.[1976], Toward a more general theory of regulation, *Journal of law and economics* 19 n°2, 211-248

[17]Buchanan J.M. et Tullock G.[1962], A generalized economic theory of constitutions, in The calculus of consent, chapitre 6, University of Michigan press, 63-84

[18]Coase R.[1937], The nature of the firm, *Economica* 4, 386-405

- L'inefficacité des biens de production : l'entreprise n'est pas incitée à augmenter sa production sur le marché concurrentiel, car elle accroît ainsi ses coûts et réduit son profit d'exploitation. En revanche, elle est incitée à développer la production des biens réglementés, puisqu'une partie de l'augmentation des coûts est répercutée dans les tarifs ;
- L'inefficacité des choix technologiques : s'il existe un intrant commun à deux technologies, l'une produisant pour marché réglementé et l'autre pour marché concurrentiel, et si l'accroissement du capital commun abaisse les coûts spécifiques, l'entreprise ne choisit pas le capital commun optimal. Elle surinvestit si la baisse marginale des coûts des biens réglementés reste inférieure à la part des coûts communs attribués aux biens concurrentiels, et sous-investit dans le cas contraire ;
- L'inefficacité procédurale : la réglementation entraîne des procédures longues et coûteuses. En effet pour éviter la captation du régulateur, des auditions publiques sont mises en place, dans lesquelles l'ensemble des parties concernées peuvent intervenir. Chaque révision de tarif nécessite le respect de cette procédure.

1.2 L'introduction de la concurrence par la Directive électrique européenne

1.2.1 L'objectif de concurrence

1.2.1.1 Au niveau du marché électrique - La concurrence apparaît comme un moyen de pallier les dysfonctionnements de la réglementation monopolistique de type "*cost-plus*", et de permettre une meilleure allocation des ressources à un coût moins élevé. L'objectif de la déréglementation est de permettre ainsi une baisse des prix du service avec une amélioration du bien-être des consommateurs. Pour reprendre les propos de Henry, cité par Mirabel[1999, p. 11] : "la concurrence est bénéfique quand elle introduit des produits nouveaux et utiles, élargit les marchés, abaisse les coûts de production, remplace les producteurs moins efficaces par des producteurs plus efficaces. Contrairement à ce que laissent entendre les textes de la Commission Européenne, qui ne distinguent pas assez les différentes formes de concurrence, elle peut être dommageable lorsqu'elle pousse à installer des capacités de production excédentaires ou à les renouveler prématurément pour prévenir l'entrée d'entreprises concurrentes. A ces gaspillages, s'ajoute la tentation de transgresser les règles du jeu en matière de sécurité et de législation du travail. Les services publics ne peuvent donc pas être abandonnés. Sous une forme ou une autre, une régulation publique est nécessaire".

Introduire la concurrence dans le marché électrique où existe un monopole naturel, consiste à rendre le marché contestable (disputable). En effet, l'activité de transport et celle de distribution sont à rendements croissants, ce qui assure à EdF une position de monopole naturel. Elle en a bénéficié pour l'ensemble de ses activités de production, de transport, de distribution et de fourniture, du fait de sa structure intégrée. Faulhaber[1975] et Posner[1975] ont défini un monopole naturel comme étant :

- soit une industrie dans laquelle la production réalisée par une multitude d'entreprises est plus coûteuse que celle d'un monopole. Cette définition fait référence à la sous-additivité de la fonction de coût ;
- soit une industrie vers laquelle les entrants potentiels ne sont pas attirés naturellement et dans laquelle ils sont incapables de survivre même en l'absence de mesure de prédation de la part du monopole. Le monopole est dit soutenable.

Ces deux définitions du monopole naturel, données par la théorie des marchés contestables, ne sont pas équivalentes. Baumol, Bailey et Willig[1977] ont démontré que seule la seconde condition implique la première, l'inverse n'étant pas vrai.

La théorie des marchés contestables (Baumol, Panzar et Willig[1982]) prévoit que l'ouverture des marchés à la concurrence, par la simple "menace d'entrée" d'entreprises concurrentes, va faire tendre le prix de revient de l'électricité vers le coût marginal en développement. En effet, un marché parfaitement contestable est caractérisé par :

- une possibilité d'entrée libre et de sortie sans coût ;
- la mise à disposition aux entreprises entrantes des technologies productives des entreprises en place ;
- un accès sans restriction aux mêmes marchés ;
- une concurrence de type Bertrand. Avant de se décider à entrer sur le marché, les entrants potentiels évaluent les opportunités d'entrée en fonction de l'historique des prix fixés par l'entreprise en place.

En présence de coûts d'entrée faibles, le marché est imparfaitement contestable. Mais s'il existe des coûts de sortie irrécupérables ("*sunk costs*"), le marché est faiblement voire non contestable. La notion de contestabilité du marché met en avant la caractéristique de coût irrécupérable plutôt que celle de coût fixe. Les segments du transport et de la distribution étant en monopole naturel, i.e. générant des coûts irrécupérables, il serait économiquement

discutable de dupliquer les réseaux. "Il faut donc un opérateur unique, mais le choix de cet opérateur doit se faire sur la base du "moins disant" [attribution aux enchères, "*competitive bidding*", des concessions de service public devant respecter un cahier des charges] et pour une durée qui ne soit pas trop longue afin d'éviter les rentes de situation" (Percebois[1997, p. 527]). Cette réglementation du marché permet d'imposer des prix Ramsey-Boiteux, qui sont efficaces économiquement et qui assurent la maximisation du bien-être social.

La notion de "menace d'entrée potentielle" est à mettre en relation avec la possibilité, offerte aux entrants potentiels, de mener des stratégies "*hit and run*". L'entrant n'a effectivement pas besoin de chercher une entrée permanente, mais peut chercher à bénéficier d'opportunités de profit transitoires ou temporaires. Il peut entrer ("*hit*") sur le marché, collecter les gains avant que la firme en place ne réagisse en s'adaptant à cette nouvelle situation, et sortir ("*run*") sans coût. Cette "menace d'entrée" exclut la présence des profits monopolistiques (leurs existences constituent une opportunité d'entrée pour les concurrents), et des subventions croisées (sinon l'entrant s'engagerait dans une stratégie d'écrémage, qui consiste à fournir les produits surtarifés).

Le marché contestable incite les entreprises en place à tarifer en respectant l'efficacité productive et allocative, i.e. à fixer des prix Ramsey-Boiteux. Le but du marché contestable est donc de dupliquer les résultats de la réglementation.

1.2.1.2 Au niveau de la production électrique - Pour rendre le marché électrique contestable (objectif de la Directive électrique européenne du 19 décembre 1996), le segment de la production est ouvert à la concurrence. La déréglementation a pour objectif de restaurer la concurrence dans le secteur de la production, activité dont les rendements d'échelle ne sont pas croissants et ne justifient pas l'existence d'un monopole. La production est ouverte à la concurrence par les articles 4, 5 et 6 de la Directive électrique européenne du 19 décembre 1996, par un système d'autorisations (qui contraignent au respect de critères sur la sûreté des réseaux, la protection de l'environnement, la nature des ressources primaires par exemples), et/ou par un système d'appels d'offres.

Ces deux procédures se basent sur des critères qui doivent être objectifs, transparents et non discriminatoires. Elles font suite à la proposition de restructuration et de déréglementation de l'industrie électrique, qui consiste à séparer les fonctions intégrées du monopole électrique en secteurs de production, de transport, de distribution et de fourniture. Cette séparation est d'abord comptable ("*unbundling*"), puis elle sera institutionnelle. Il apparaît que le réseau de

transport doit être géré par une seule entreprise en charge du "*dispatching*". Cette entreprise centralise les offres émanant de la production, pour satisfaire la demande à chaque instant. Elle fait appel aux différentes entreprises de production en concurrence selon la règle du "*merit order*"[19]. L'entreprise en charge du transport est régie soit par le système de l'Acheteur Unique, soit par celui de l'Accès des Tiers au Réseau ("*Third Party Access*").

En France, EdF a été soumise à la séparation comptable qui dé-intègre ses activités, pour qu'elle puisse devenir un producteur indépendant, en concurrence[20] avec d'autres producteurs indépendants ("*Independant Power Producers, IPP*") sur ce segment.

Au niveau de la production, le développement du secteur a nécessité la mise en place de centrales de taille importante : l'arbitrage s'est fait en faveur des économies d'échelle du fait, entre autre, d'une incitation technique. Mais nous assistons à présent à l'abaissement des barrières à l'entrée : le progrès technique permet le développement d'une production décentralisée, soit en cogénération, soit par les turbines à cycle combiné au gaz (CCG). Par rapport au nucléaire, cette technologie nécessite un capital initial inférieur, pour un rendement des centrales supérieur.

1.2.2 Le cadre réglementaire : la Directive 96/92/CE

La Directive électrique européenne 96/92/CE, du 19 décembre 1996, est justifiée par certains articles du Traité de Rome de 1957, notamment les articles 30, 37 et 90 :

- l'article 30 interdit les restrictions quantitatives à l'importation entre les Etats membres ;
- l'article 37 impose un aménagement des monopoles nationaux, qui exclut toute discrimination entre les ressortissants des Etats membres en ce qui concerne les conditions d'approvisionnement et de débouchés des produits ;
- l'article 90 rappelle que les entreprises chargées de la gestion de services d'intérêt général, sont soumises aux règles de la concurrence, tout en remplissant les missions de service public qui leur sont imparties.

[19] Le "*merit order*" est le système d'appel des centrales par ordre croissant de leur coût, i.e. que ce sont les centrales de la technologie 3, 2 puis 1 qui sont appelées, pour reprendre les caractéristiques de coût exposées au §2.1.2, fig. (1.2).

[20] En effet, la dissociation comptable (article 14 alinéa 13) permet d'obtenir une information correcte sur la répartition des coûts, et d'éviter ainsi les subventions croisées ou toute autre action de distorsion de la concurrence.

Elle fait suite à une première directive "transparence" et "transit", du 29 juin 1990, qui a pour objectif :

- d'instaurer une certaine transparence des prix aux gros consommateurs industriels, en rendant obligatoire la transmission de plusieurs types d'informations sur ces prix à l'Office Statistique des Communautés Européennes (OSCE) ;
- de favoriser les échanges et de permettre la libre circulation de l'électricité entre les pays membres.

La Directive électrique européenne 96/92/CE est parue au JOCE du 30 janvier 1997. Elle a été élaborée à partir d'un projet commun de directive datant du 25 juillet 1996, projet adopté le 11 décembre 1996 par le Parlement Européen. Cette directive est entrée en vigueur en février 1997 et devait être transposée dans la législation de chaque Etat membre avant février 1999. Elle réaffirme la nécessité :

- "de *restaurer la concurrence* sur les segments importations-exportations-production ; il s'agit d'une ouverture progressive des marchés puisque la libéralisation se fera en plusieurs étapes ;
- de *réglementer de manière efficace* les segments en situation de monopole naturel (transport-distribution) ;
- de respecter le *principe de subsidiarité*, c'est-à-dire de laisser à chaque Etat membre un certain degré de liberté dans la mise en oeuvre des directives (transposition des directives dans les droits nationaux de chaque pays membre dans les deux ans qui suivent leur entrée en vigueur)" (Mirabel[1999, p. 13]).

1.2.3 Nouvelle organisation du marché français : le respect du principe de subsidiarité

La Directive indique des principes de vente de la production électrique. Mais il va s'agir de répondre aussi à la question de l'organisation du marché de la production électrique qui sera mise en place.

En France, l'ouverture à la concurrence est progressive : le degré d'ouverture retenu n'est que de $26,5\%$ du réseau électrique en 1999. Seuls les clients éligibles ont le droit de s'approvisionner directement auprès de l'entreprise productrice. Ces consommateurs sont déclarés éligibles à partir d'un seuil de consommation, qui est peu à peu abaissé :

Echéance	**Seuil de consommation éligible**	**Part de marché concernée**	**Nombre de sites**
Février 1999	> 40 GWh/an	$26,6\%$	441
Février 2000	> 20 GWh/an	$29,75\%$	880
Février 2003	> 9 GWh/an	34%	2200

L'organisation des relations entre clients éligibles et producteurs indépendants n'est pas imposée par la Directive. Outre la vente directe des producteurs aux consommateurs éligibles (avec construction de lignes autorisée par l'article 21 de la Directive), chaque état membre doit choisir (principe de subsidiarité) entre deux systèmes (article 18) :

- le système de l'Acheteur Unique, par lequel une personne morale désignée par les Etats membres devient le seul acheteur à l'intérieur du territoire. Les producteurs indépendants doivent donc lui vendre l'électricité, afin qu'il la revende aux consommateurs éligibles. Ce n'est finalement qu'un mode particulier de l'Accès au Réseau ;
- le système d'Accès des Tiers au Réseau (ATR), par lequel les consommateurs choisissent leurs fournisseurs et sollicitent l'utilisation du réseau de transport et/ou de distribution. Le transit de l'électricité dans le réseau se fait moyennant un péage d'accès, qui peut être fixé au cas par cas (ATR négocié), ou qui est égal un tarif fixé au préalable et identique pour tous les agents (ATR réglementé). C'est ce dernier principe qui a été adopté par la France le 19 février 1999.

Mais l'organisation physique du marché concurrentiel ne sera pas décidée avant l'ouverture complète prévue pour 2006. Nous allons alors envisager l'émergence d'un pool électrique européen, en référence aux exemples concrets[21] de pools qui nous sont donnés par l'Angleterre et le Pays de Galles avec l'Electricity Pool of England and Wales, puis le New Electricity Trading Arrangements (NETA)[22], qui fonctionnent par demi-heure. Nous allons en retenir qu'en théorie[23], le prix du marché (comme la quantité échangée) est une variable aléatoire, qui fluctue

[21] Au niveau européen, il y a également le NordPool des pays scandinaves, qui fonctionne heure par heure.

[22] Sweeting[2000] a analysé le fonctionnement du NETA (Sweeting A.[2000], The wholesale market for electricity in England and Wales : recent developements and future reforms, Working paper WP-2000-007, MIT, Department of economics).

[23] Nous ne tenterons pas de modéliser les dysfonctionnements (le système n'incite pas à la baisse des prix, et modifie l'ordre d'appel des centrales) de l'Electricity Pool of England and Wales, qui ont conduit à la mise en place du NETA.

autour d'une tendance à la baisse. Cette tendance sur le marché en concurrence est donnée par le coût marginal en développement, qui est lui-même minimisé. Nous accepterons également qu'en pratique, le prix attendu du marché puisse être constant. Dans ce cas, l'évolution du prix du marché n'a qu'une composante aléatoire, l'aléa étant généré par l'inadéquation des quantités offertes et demandées sur ce marché. Nous pouvons enfin noter que l'existence du régulateur[24] contraint à la baisse le prix du bien final, contrainte qui peut notamment prendre la forme d'un plafond de prix ("*price cap*")[25]. Cette remarque n'est intéressante que si nous supposons une remontée, même partielle, de cette contrainte dans la chaîne des valeurs de l'industrie électrique.

Scénario (3). *L'évolution du prix de revient sur un pool européen est aléatoire. Mais en moyenne, elle est linéairement décroissante, voire constante.*

Or le progrès technique a abaissé les barrières à l'entrée du secteur de la production, ce qui permet une décentralisation de la production assurée par une technologie moins coûteuse et moins risquée au niveau des coûts de construction et d'exploitation : les centrales au CCG. Ces centrales bénéficient d'économies d'échelle inférieures, mais également de coûts fixes et variables compétitifs surtout en cas de scénario bas du prix du gaz. Elles sont en passe de concurrencer les centrales nucléaires pour la production en base (DIGEC[1997, pp. 49-53])[26]. Finalement, l'entreprise peut produire dans un marché où prédomine la filière de production au gaz. Le prix de revient de l'électricité a tendance à être fixé par les centrales CCG.

Scénario (4). *Le prix de revient de l'électricité fluctue, mais tend à revenir à un prix de long terme déterminé par la technologie du cycle combiné au gaz.*

Nous avons donc isolé une seule source d'incertitude possible dans l'environnement de l'entreprise productrice : le prix de revient, qui fournit les fonds propres nécessaires au financement du projet.

[24] L'agence de régulation du marché électrique européen peut s'inspirer du Director General of Electricity Supply (DGES), organe de régulation britannique. De plus, elle existe déjà en France : c'est la Commission de Régulation de l'Electricité (CRE), à laquelle est rattaché un observatoire des prix.

[25] La réglementation par un plafond de prix idéal (que nous devons à S.C. Littlechild, directeur du DGES) rend la structure des tarifs conforme à la règle de Ramsey. L'efficacité productive est respectée, ce qui n'est pas le cas de l'efficacité allocative : il existe des possibilités de subventions croisées.

[26] "Le nucléaire demeure généralement compétitif pour une production en base, mais cet avantage est moins "écrasant" que dans l'étude menée en 1993. [...] le cycle combiné au gaz est en revanche compétitif en base lorsqu'un taux de change favorable (1 USD = 5 F [= 0,76 euro]) est conjugué avec de bas prix du gaz (scénario de "bulle gazière" ou scénario "bas" de stabilité du prix du gaz à 2,7 USD / MBtu)" (DIGEC[1997, p. 49]).

1.3 La programmation de l'investissement

Au niveau de l'industrie électrique, les biens donnent lieu à une consommation divisible, mais leur caractère essentiel et une certaine défaillance du marché pour les produire (barrières à l'entrée de la branche et coûts irrécupérables) rendent nécessaire l'intervention de la puissance publique.

L'introduction de la concurrence doit conduire à une meilleure allocation des ressources pour la collectivité, tout en préservant les missions de service public qui incombaient à l'entreprise de réseau monopolistique. Le rapport Mandil[1993] a énoncé les principes de mission de service public, repris par Henry[1994, 1997] :

- le principe de continuité, qui respecte trois obligations de fonctionnement et de permanence du service. Premièrement l'alimentation permanente du réseau oblige à équilibrer à court terme l'offre et la demande par "*dispatching*". La deuxième obligation concerne la sécurité d'approvisionnement à long terme, c'est-à-dire l'investissement optimal en capacité de production afin d'équilibrer l'offre et la demande de long terme. Enfin une certaine qualité est exigée, parce que l'électricité est une consommation intermédiaire pour d'autres producteurs. "Cette condition revient à éviter de mettre les usagers (utilisateurs) dans une situation dommageable à laquelle ils ne peuvent que difficilement parer. Parfois ce concept est accompagné d'une exigence de mutabilité, faisant aussi référence à une capacité d'adaptation des services aux besoins et circonstances nouvelles" (Bezzina[1998, p. 89]) ;
- le principe d'universalité, qui conditionne la suppression éventuelle d'un service à la disponibilité d'un substitut "dans des conditions raisonnables de commodité et de prix" (Henry[1997, p. 171]) ;
- le principe d'égalité de traitement des situations identiques, qui "stipule qu'un handicap pesant sur un usager (en termes de ressources ou de localisation géographique) ne saurait constituer un motif de discrimination ou d'exclusion du bénéficiaire du service considéré. [...] ce principe a engendré dans de nombreux domaines un système de péréquations tarifaires" (Bezzina[1998, p. 90]).

Les industries de réseau servent l'intérêt général (notion de droit public, qui correspond au concept économique d'intérêt collectif) et sont soumises aux missions de service public. Une activité est un service public si, d'après Henry[1997], elle en présente le caractère essentiel, en plus de combler la défaillance du marché. C'est ainsi que s'est justifiée, dans le secteur

électrique, l'intervention de l'Etat, propriétaire du monopole naturel intégré verticalement. En introduisant la concurrence, la transposition de la Directive électrique européenne laisse en suspens la question des capacités de production et des choix énergétiques pour la France. Elle prévoit que le gestionnaire du réseau public de transport établisse, au moins tous les deux ans et sous contrôle de l'Etat, un bilan prévisionnel pluriannuel des besoins en capacités de production. Sur la base de ce bilan, l'Etat planifie pluriannuellement les investissements de production. Si les capacités de production, résultant des autorisations d'exploitation, ne répondent pas aux objectifs de la programmation pluriannuelle des investissements, l'Etat peut alors recourir à la procédure d'appels d'offres, après avis de la Commission de Régulation de l'Electricité et du gestionnaire du réseau de transport. L'organisation et le contrôle du respect des missions de service public vont être pris en charge par le régulateur.

Les tarifs doivent être efficaces et équitables, et l'équipement envisagé est contraint par des normes de sécurité notamment. En revanche, l'entreprise conserve la programmation de l'investissement. Elle a l'opportunité d'investir dans un équipement nucléaire, et elle peut, à tout moment, décider d'investir ou d'attendre. Elle ne perd pas cette opportunité si elle décide d'attendre pour investir : il n'y a pas de jeu concurrentiel avec des entreprises concurrentes. Il s'agit alors pour l'entreprise de déterminer la date optimale de son investissement, et de décider de son financement.

Section 2 L'irréversibilité de l'investissement

Mais de quel investissement s'agit-il ? Nous allons constater que l'équipement nucléaire envisagé est :

- un investissement standardisé, dont nous n'allons pas prendre en compte ni la durée de vie finie ni le démantèlement, mais qui est capitalistique ;
- un investissement destiné à un fonctionnement en base ;
- un investissement risqué.

Finalement l'irréversibilité est la principale caractéristique de cet investissement, dont l'entreprise garde la décision de programmation. Cette flexibilité crée de la valeur dont il faudra tenir compte dans l'évaluation du projet.

2.1 Les caractéristiques de l'équipement nucléaire

2.1.1 Un investissement standardisé

Le parc installé nucléaire d'EdF est composé de 34 réacteurs REP (réacteurs à eau sous pression) de 900 MW, 20 réacteurs REP de 1300 MW, 1 réacteur RNR (réacteur à neutrons rapides) de 1200 MW (Superphénix, dont l'exploitation commerciale a été arrêtée le 24 décembre 1996), 1 réacteur RNR de 250 MW (Phénix), et 2 réacteurs N4 (REP 1450 MW, palier "nouveau 4 boucles") couplés au réseau. Son expérience cumulée est évaluée à 600 "années-réacteurs".

Le capital initial est connu, même si les délais de construction d'une centrale sont longs. Ils sont néanmoins passés de 16 ans pour les premiers réacteurs REP de 900 MW à 6 ans pour les réacteurs N4, mais restent supérieurs à ceux d'une turbine à cycle combiné au gaz (2 ans). Du fait de cette standardisation de la technologie, nous allons supposer que le délai de construction est instantané, ce qui revient à ne pas prendre en compte l'évolution du prix de revient entre la date de décision de l'investissement (et de son financement) et celle de mise en service industriel de l'équipement. Par hypothèse également, le capital initial, qui comprend la construction, la R&D et le démantèlement, est normalisé. Ce dernier reste stable dans un environnement favorable. Il n'y a pas eu d'accident depuis 1986, qui aurait pu entraîner un renchérissement des coûts, et si le nucléaire peut bénéficier d'une prime suite aux accords de Kyoto, elle sera connue et donc normalisable. En effet, les accords de Kyoto, du 1 au 10 décembre 1997, ont répondu aux préoccupations environnementales imposées par le concept de développement durable (soutenable). L'entreprise productrice d'électricité doit se soumettre à ces nouvelles contraintes, notamment dans son choix d'investissement. L'industrie nucléaire n'est pas émettrice de gaz à effet de serre. Même si le nucléaire n'entre pas encore dans le cadre des accords de Kyoto, les entreprises productrices d'électricité devraient recevoir la prime prévue, ce qui tendrait à accroître la disponibilité des capitaux. La composition du parc de production entre les différents équipements est ainsi mise en avant, mais nous nous concentrons sur la spécificité de l'investissement nucléaire.

L'absence du nucléaire des accords internationaux montre les oppositions à intégrer le nucléaire civil dans un processus de développement durable de la production électrique. L'entreprise neutre au risque se trouve ainsi confrontée à l'opinion publique qui presse à l'arrêt des programmes nucléaires (comme il en a été question en Allemagne en 2000)[27], opinion que reprennent, au moins pour partie, les dirigeants de l'entreprise et le régulateur "averses au risque"

[27] Rappelons également l'arrêt anticipé de Superphénix le 24 décembre 1996.

(terminologie reprise de Laffont[1991, p. 269]). La contrainte n'est pas du côté des ressources, puisque les réserves courantes sont estimées à 300 ans au prix courant et que toute augmentation du prix multiplie ces réserves par quatre. Les raisons de ces oppositions au nucléaire civil viennent plutôt du lien historique avec le nucléaire militaire, du risque de prolifération et de l'irréversibilité des décisions d'investissement. Pour y répondre, les politiques mises en oeuvre (les autorisations, critères de sélection des investissements) sont centralisées et s'imposent à l'entreprise productrice d'électricité. Elles concernent la sécurité du fonctionnement (en terme réglementaire et de responsabilité, et en terme économique puisqu'elles modifient la rentabilité du projet d'investissement), et la fin du cycle (ces questions se posent pour les stockages internationaux des déchets[28], pour le retraitement de ces déchets, ainsi que pour le démantèlement des centrales dont le coût n'est pas connu avec certitude[29]). Ces normes de sûreté nucléaire ont été renforcées suite aux accidents survenus sur les réacteurs de Windscale en Grande-Bretagne du 7 au 12 octobre 1957, de Three Mile Island aux Etats-Unis le 28 mars 1979 et de Tchernobyl en ex-URSS, en Ukraine à présent, le 26 avril 1986. Depuis, elles ne se sont plus modifiées qu'à la marge et elles ne sont pas la cause d'une augmentation aléatoire des coûts.

La maîtrise technologique a valeur d'option face aux incertitudes énergétiques[30] et environnementales de long terme, puisqu'elle permet à l'entreprise productrice de l'envisager comme une alternative aux équipements thermiques classiques en cas d'augmentation des prix des combustibles fossiles (Henry[1974*b*], Arrow et Fisher[1974]). Cette flexibilité provient de l'irréversibilité de l'investissement dans un équipement nucléaire. Parce qu'elle a investi dans la R&D nucléaire, l'entreprise n'a pas restreint les termes de son choix (e.g. centrale nucléaire vs centrale au gaz)[31] dans le futur.

La durée de vie d'une centrale nucléaire est évaluée par le rapport Charpin, Dessus et Pellat[2000] à 41 et 45 ans, compris dans une fourchette de 30 à 50/60 ans[32]. Nous allons considérer cette durée de vie comme infinie. Nous ne tenons pas compte des très fortes incertitudes sur les dernières étapes du cycle (le démantèlement, le retraitement et le stockage des déchets[33]), tant

[28] Ces stockages internationaux des déchets vont se développer, la Chine l'ayant déjà envisagé par exemple.

[29] L'incertitude sur les coûts de démantèlement incite à l'allongement de la durée de vie des centrales comme aux Etats-Unis par exemple.

[30] par exemple, en termes d'indépendance énergétique.

[31] C'est une réponse à la compétitivité en base des CCG.

[32] Le rapport de la DIGEC[1997] estime la durée d'exploitation des N4 à 40 ans.

[33] Plus exactement, il y a deux solutions de fin de cycle : celle sans retraitement avec entreposage de 50 ans et stockage définitif des déchets, et celle avec retraitement qui permet de diminuer les besoins en entreposage de combustible.

en terme de faisabilité que de coûts, d'autant qu'elles concernent un futur très lointain (rapport Charpin, Dessus et Pellat[2000, p. 49]). Ces dépenses ne représentent que 2% des dépenses cumulées du parc nucléaire français. Pour ne considérer que l'influence de la variation du prix sur l'investissement, nous n'allons pas nous intéresser à cette incertitude supplémentaire : le coût du combustible est supposé constant et le coût de démantèlement, seul élément qui appréhende l'arrêt définitif de la centrale, est compris dans le capital initial. En revanche, nous supposons que l'investissement est totalement irrécupérable ("*sunk cost*") : la sortie du marché se fait au coût du capital initial.

2.1.2 Le fonctionnement en base

Parce que l'investissement est capitalistique, le prix de revient (le coût moyen actualisé) du nucléaire est composé d'un coût fixe important (d'investissement) et des coûts variables faibles (d'exploitation et de combustible). Cette structure des coûts du nucléaire français en fait un équipement de base, i.e. destiné à fonctionner 7000 à 8760 heures par an.

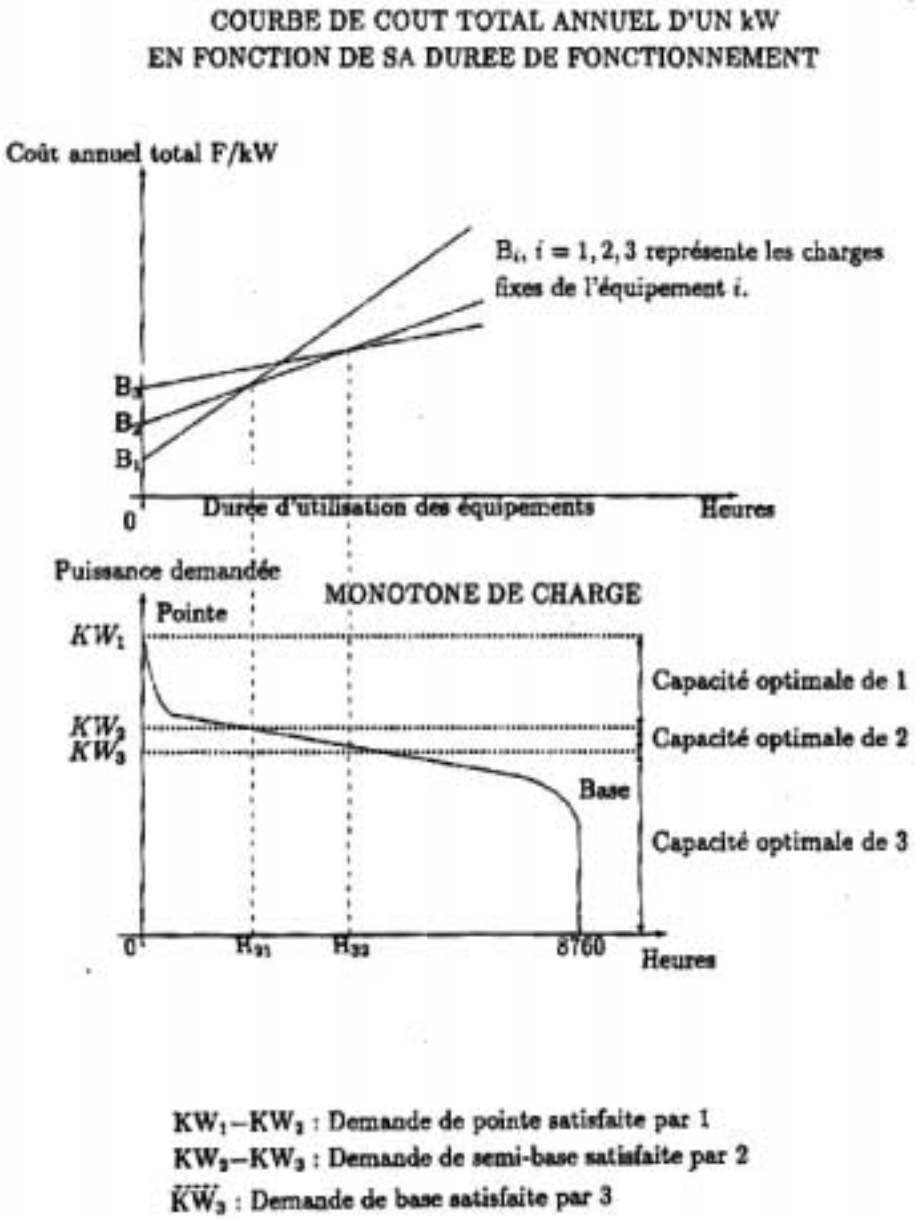

Fig. 1.2: Monotone de production (d'après Percebois[1989, p. 259])

En France, schématiquement,

- la technologie 1 utilise des équipements thermiques classiques ;
- la technologie 2 est composée d'équipements hydrauliques ou de centrales au cycle combiné au gaz ;
- la technologie 3 est nucléaire.

Pour restreindre l'incertitude à la seule variation du prix de revient du marché, de façon identique à celle du paragraphe précédent (§2.1), le prix de l'uranium, pourtant aléatoire sur un marché, est supposé constant. De façon similaire, l'étude de la DIGEC[34][1997] encadre l'évolution du prix de l'uranium naturel et obtient deux scénarios, de prix "bas" (20 USD/lb U308), et "haut" (25 USD/lb U308). De plus, le taux de disponibilité des tranches nucléaires est de 85% en moyenne[35]. Le fonctionnement de la centrale n'est pas continu, du fait d'indisponibilités programmées pendant la durée des arrêts (e.g. de maintenance) et des essais, d'avaries ou d'arrêts fortuits. La production ne fait pas l'objet de stratégie de la part de l'entreprise pour influencer son environnement, car cette technologie n'est compétitive qu'en base. Nous allons supposer que la production est constante, et normalisée à l'unité. L'entreprise ne peut ni arrêter de produire, ni moduler sa production en fonction du prix du marché. Toute l'offre trouve des débouchés, soit nationaux, soit à l'exportation. Si les conditions de marché deviennent défavorables, l'entreprise ne peut pas ni désinvestir (l'investissement étant irréversible), ni arrêter de produire.

Supposer la constance de cette production de base élimine les problèmes de satisfaction de la demande, d'écoulement de l'offre, de tarification de la demande de pointe et de l'optimalité même d'un investissement en pointe en nucléaire. Ces hypothèses de fonctionnement en base d'un équipement standardisé nous permettent de réduire les flux de trésorerie, générés par le projet d'investissement, au prix de revient.

2.1.3 L'investissement risqué

L'industrie nucléaire est confrontée à un risque économique spécifique, même si ce risque est diversifiable par les investisseurs comme nous le prouve la privatisation de British Energy[36] en

[34] Direction du Gaz, de l'Electricité et du Charbon.

[35] L'étude de la DIGEC[1997] donne un taux de disponibilité des centrales nucléaires de 84% en 1997.

[36] Le parc de production de British Energy n'est pas composé exclusivement de centrales nucléaires, qui de plus ont été amorties en partie avant la privatisation de l'entreprise.

1996 au Royaume-Uni. Ce risque économique synthétise trois types de risques. Tout d'abord les risques sont dus à l'existence des déchets et à la possibilité d'accidents. Les conséquences de ces accidents doivent être évaluées précisément, encore qu'une certaine incertitude subsiste sur le long terme, et sont prises en compte dans le modèle sous forme de coûts externes à internaliser dans le processus de décision d'investissement. Ces coûts ont une probabilité d'occurrence faible mais ont une valeur très élevée. Ils appréhendent une notion probabiliste et non déterministe de la sûreté des réacteurs nucléaires, ce qui se traduit par une hausse du taux d'escompte. Ces risques sont résolus en partie par la maîtrise technique. La logique de leur couverture, identique en France et au Royaume-Uni, met en avant la responsabilité limitée en montant et dans le temps de l'entreprise exploitant l'installation nucléaire. En cas de défaillance[37] de l'entreprise ou de l'assureur, l'Etat endosse tout ou partie de cette responsabilité. En France, le risque nucléaire est assuré par régime spécial, pour 10 ans et à hauteur de 600 millions de francs par l'entreprise, puis de 1500 millions par l'Etat et enfin de 2520 millions par l'Union Européenne. Ensuite les risques concernent la compétitivité du nucléaire comme moyen de production en base. L'évolution de la demande et des technologies rend possible l'apparition d'une nouvelle offre en base. Le pool reproduit l'ordre d'appel des centrales. Il y a donc une incitation technologique à avoir le coût marginal le plus faible[38], si le système mis en place par l'Opérateur Système révèle le coût marginal de l'entreprise (ce qui n'a pas été le cas pour le Pool britannique, notamment à cause d'un excédent de la capacité de production sur la demande). Enfin les risques sont liés au caractère capitalistique de tout équipement électrique et à l'irréversibilité de l'investissement nucléaire. Finalement le prix de revient est sans garantie, sauf en cas d'existence de contrats d'achat de long terme, et le financement d'un projet nucléaire est risqué.

Mais ces risques sont intégrés au calcul économique par le biais de leurs primes. La possibilité du financement de ces équipements nucléaires n'est plus alors remise en question. Nous allons nous concentrer sur la manière dont ces équipements capitalistiques sont financés. Plutôt que de détailler la typologie des emprunts possibles pour le nucléaire, nous allons déterminer les seuils d'investissement de l'entreprise électrique à partir d'un financement mixte par fonds propres et emprunt (l'augmentation du capital n'étant pas possible, pour le moment, du fait du statut

[37] Nous emploierons indifféremment le terme de défaillance, i.e. l'état de cessation de paiement de l'entreprise, et celui de faillite, la procédure judiciaire.

[38] "Le nucléaire demeure généralement compétitif pour une production en base, mais cet avantage est moins 'écrasant' que dans l'étude menée en 1993" (étude DIGEC[1997, p. 49]).

d'EPIC de l'entreprise). Mais les risques sont assumés pour chaque projet d'investissement, dont le financement se fait via une structure[39] juridique qui lui est dédiée, la société-projet (Lescoeur et Penz[1999]).

C'est pourquoi nous ne pouvons évaluer que ce projet marginal nucléaire, et chercher les décisions optimales d'investissement et de financement de l'entreprise le concernant.

2.2 L'irréversibilité de la décision d'investissement

2.2.1 Définition

"Que veut dire ici une 'décision irréversible' ? Une décision est considérée comme irréversible si elle réduit de façon significative, sur une longue période, la variété des choix qui serait possible dans le futur" (Henry[1974*b*, p. 1006]). Reprenons l'exemple de Henry[1974*b*], qui explicite les termes d'un choix qui se pose en 1974 : soit préserver Notre-Dame, soit construire un parking. La décision de préserver Notre-Dame n'est pas irréversible, car même si elle est retenue en 1974, elle ne réduit pas le nombre de possibilités pour un choix ultérieur. Mais la décision en 1974 de construire un parking est irréversible, car nous ne pourrons plus ultérieurement choisir de préserver Notre-Dame. La décision d'investissement dans un équipement nucléaire est irréversible, car elle implique des coûts complètement irrécupérables lors d'une sortie du marché. L'attente, avant de construire le parking, qui préserve Notre-Dame, a de la valeur, celle de la flexibilité laissée à l'entreprise dans ses choix futurs.

Le calcul économique, qui sous-tend la décision d'investissement, doit évaluer la perte d'options qu'elle provoque. Décider de ne pas retenir un projet irréversible en incertitude, crée des opportunités futures d'investissement et a de la valeur. Compte tenu de cet effet d'irréversibilité de l'investissement, la préférence pour la flexibilité est associée à l'anticipation d'une meilleure information future (Jones et Ostroy[1984]) : une meilleure information conduit à prendre une décision plus rentable.

Cet effet d'irréversibilité se définit de la façon suivante : "à une structure d'information plus fine, doit être associée une décision initiale moins irréversible" (Bouglet et Vergnaud[2000, p. 1]). Ainsi les trois caractéristiques importantes des problèmes d'irréversibilité décisionnelle admettent :

[39] Nous ne nous intéressons pas à la propriété de cette structure, dans des contextes où il y a création de producteurs indépendants ("*Independent Power Producers, IPP*") sur les pools et où la question de la privatisation des entreprises des industries de réseau se pose en concurrence monopolistique.

– la présence d'incertitude sur les conséquences futures des décisions, i.e. dans notre problématique sur les flux de trésorerie. Josselin[1997, p. 251] a distingué deux sources d'incertitude, interne et externe à l'entreprise, mais a montré qu'elles influencent toutes deux la décision d'investissement. Cette incertitude est résolue par l'arrivée d'information, qui pour nous sera contenue dans le prix de production (chapitres 3 et 4) ;

– l'irréversibilité de l'investissement, qui entraîne un effet d'hysteresis dû aux coûts irrécupérables (Dixit[1992]). Cet effet est défini par l'échec des décisions d'investissement à se retourner totalement quand les conditions du marché changent. Une fois le projet retenu, des conditions de marché défavorables ne justifient pas son abandon. Réciproquement, une amélioration des conditions du marché après l'abandon du projet, ne le rétablit pas ;

– la programmation par l'entreprise de son investissement, qui crée l'opportunité d'attente.

Arrow et Fisher[1974] et Henry[1974*b*] ont prouvé l'existence de l'effet d'irréversibilité, mais dans des modèles restrictifs où les décisions éliminent des options ultérieures. Comme ensuite Freixas et Laffont[1983], ils ont posé l'hypothèse de séparabilité intertemporelle qui signifie que la décision initiale n'est pas un argument de la fonction d'utilité future, mais qu'elle définit la contrainte de la décision future. Cette hypothèse est nécessaire[40], puisque les problèmes qui prennent en compte les externalités intertemporelles (i.e. sans séparabilité intertemporelle) ne généralisent pas cet effet d'irréversibilité.

La définition de cet effet repose sur la comparaison des choix optimaux irréversibles de la période décisionnelle initiale, en absence totale d'information C_0^*, et en information parfaite C_0^{**}. Ce problème d'irréversibilité est développé dans un cadre de révision bayésienne des croyances (au fur et à mesure de l'arrivée d'informations nouvelles), à deux périodes (la période initiale et la période future), en univers convexe et incertain. Le choix C_0^* en information imparfaite est préférée au choix C_0^{**} en information parfaite (C_0^{**} $\succ$ C_0^*)[41], ce que Henry[1974*b*] a établi, en énonçant que si la procédure de choix des investissements ne prend pas en compte les options, elle aboutit plus fréquemment à des décisions dont les conséquences sont irréversibles.

[40] Développée dans le cadre d'analyse bayésien, cette littérature permet l'évaluation des choix en posant les hypothèses de marchés contingents et de séparabilité intertemporelle.

[41] "$\succ$: est préféré à" répresente le préordre des préférences, qui sont complètes, réflexives et transitives.

2.2.2 Affinement de la définition de l'effet d'irréversibilité

Bouglet et Vergnaud[1999] ont affiné cette définition de l'effet d'irréversibilité en comparant[42] également les choix optimaux réversibles, pris à la période décisionnelle initiale, en absence totale d'information C_0', et en information parfaite C_0''. Il n'y a pas d'effet d'irréversiblité, ce qui implique qu'une amélioration de l'information dans le futur ne se traduit pas par une décision plus flexible à la période initiale : les choix C_0'' et C_0' sont équivalents ($C_0'' \approx C_0'$). En revanche, l'ajout d'une contrainte d'irréversibilité, non liante pour les choix optimaux de la période future, peut entraîner une situation telle que $C_0^{**} \approx C_0''$ $\mathsf{4}$ $C_0^* \approx C_0'$, ce qui ne prouve pas l'existence d'un effet d'irréversibilité, mais celle d'un effet informationnel.

Ils ont ainsi décomposé cet effet d'irréversibilité en trois effets qui caractérisent le rôle respectif des irréversibilités et de l'information :

- l'effet d'irréversibilité pur. A structure d'information donnée, l'agent arbitre, du fait d'une contrainte d'irréversibilité liante, en faveur de sa flexibilité décisionnelle à la période future et au détriment de son objectif décidé en période initiale, c'est-à-dire C_0^* $\mathsf{4}$ C_0' et C_0^{**} $\mathsf{4}$ C_0''. L'effet d'irréversibilité rend l'agent plus précautionneux, l'obligeant à relâcher ses contraintes de choix dans le futur (Bouglet et Vergnaud[1999, p. 7]) ;
- l'effet informationnel, ou "effet de précaution" pour Gollier, Jullien et Treich[1997][43], qui signifie qu'en l'absence de contrainte d'irréversibilité liante, une structure d'information plus fine rend toute décision à la période initiale plus flexible : C_0'' $\mathsf{4}$ C_0' ;
- l'effet d'irréversibilité informationnelle, qui s'obtient si la contrainte d'irréversibilité liante renforce l'effet informationnel, à savoir que si nous observons C_0'' $\mathsf{4}$ C_0', alors nous avons C_0^{**} $\mathsf{4}$ C_0^* également. Bouglet et Vergnaud[1999] ont montré que l'effet informationnel n'est pas systématique : plus d'information ne conduit pas nécessairement l'agent à être plus précautionneux. Mais s'il existe, l'effet d'irréversibilité informationnelle est obligatoirement avéré, car la présence d'irréversibilité renforce toujours l'effet informationnel.

[42] Ils ont obtenu ces différents cas en combinant trois types d'hypothèses :

- incertitude totale et processus d'information simples ;
- information parfaite vs absence totale d'information entre deux périodes ;
- existence d'irréversibilités.

[43] Gollier C., Jullien B. et Treich N.[1997], Learning and irreversibility : an economic interpretation of the "precautionary principle", Cahiers de recherche du GREMAQ n°97.27.470

La décision d'investissement et de financement, ne concerne que le projet marginal nucléaire, spécifique à l'entreprise. Le scénario 1 se déroule en information parfaite, alors que pour les scénarios 2 à 4, l'incertitude se résout au fur et à mesure que le prix courant est connu : la structure d'information est représentée par l'évolution du prix de revient. Nous allons comparer les choix irréversibles des scénarios 1 (en information parfaite) et 2, 3 ou 4 (en information imparfaite), i.e. les choix C_0^* et C_0^{**}. D'après la typologie établie par Bouglet et Vergnaud[1999], nous sommes en présence d'un effet d'irréversibilité informationnelle.

Il va falloir prendre en compte cet effet d'irréversibilité dans le critère de décision de l'investissement. Or le critère de la valeur actuelle nette est développé en information parfaite. Il n'intégre pas la valeur d'option, créée par la flexibilité de la programmation d'un projet irréversible en univers incertain. Ce critère va être ajusté au risque, mais cet ajustement va se révéler ne pas être correct : le futur n'est pas en effet prévisible.

Section 3 Le critère d'investissement en environnement certain

Le problème de l'investissement fait l'objet d'une des stratégies[44] menées par l'entreprise électrique, qui est l'agent économique retenu par la méthodologie microéconomique. Cette restriction du cadre d'analyse nous permettra d'envisager la décentralisation de la politique d'électricité. Un des critères possibles[45] pour juger de l'intérêt de la politique d'investissement d'une entreprise rationnelle est la maximisation du profit, calculé sur la base d'un échéancier des flux de trésorerie générés par le projet, nets de l'investissement. Parmi les limites soulevées par ce critère de maximisation du profit, nous éliminons celle de la compatibilité des projets d'investissement entre eux[46], en nous concentrant sur un projet indépendant. Les autres limites ont trait à la quantification des flux de trésorerie dont l'échéancier est analysé par le critère de la

[44] Citons pour mémoire les différentes analyses stratégiques, à savoir l'analyse externe, l'analyse des points forts et des points faibles, la construction de scénarios et la recherche d'un portefeuille d'activité équilibré (Babusiaux[1990, p. 10-13]).

[45] La recherche de la perte de revenu ou du manque à gagner entraîné par le choix d'un investissement envisagé, et la minimisation du coût pour atteindre un objectif fixé d'investissement sont deux autres critères possibles que nous pouvons donner en exemples.

[46] L'option de croissance dans le cadre de la théorie des options réelles résoudra cette limite.

valeur actuelle nette (VAN)[47].

Elle repose sur une approche de flux de trésorerie escomptés[48]. Les flux de trésorerie sont parfaitement prévus en univers certain et le taux d'actualisation est connu. Le problème d'arbitrage dans le temps met en évidence les limites du critère de la VAN. Ce critère de décision est élaboré dans un environnement certain. Il peut être étendu pour intégrer l'incertitude, par un ajustement au risque qui se fait par le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF). Mais cette extension s'avère insuffisante, tant au niveau des préférences des agents, mal prises en compte, qu'au niveau empirique. Ces limites se résument finalement dans l'inaptitude du critère de la VAN à prendre en compte la possibilité de retarder l'investissement. C'est pourtant une réponse de l'entreprise, dont l'investissement est irréversible, face à un environnement incertain. Nous lui préférerons alors la théorie des options réelles développée sur le modèle des options financières (chapitre 2).

3.1 Définition du critère de la valeur actuelle nette

Ce critère de la VAN est qualifié de marshallien puisqu'il se réfère à la théorie néoclassique du calcul économique dans l'entreprise. Il est appelé indifféremment critère du revenu actualisé ou du bénéfice actualisé.

Il met en avant le revenu actualisé d'un projet d'investissement, caractérisé comme la somme actualisée des flux de trésorerie qu'engendre ce projet au cours de sa période d'exploitation. Il s'agit de flux différentiels définis par rapport au cas où le projet ne serait pas réalisé, cas normalisé à 0 puisqu'alors l'entreprise ne subit aucune modification. Cette normalisation suppose que l'entreprise n'est pas pénalisée de ne pas avoir retenu le projet. L'investissement n'est donc pas envisagé comme une stratégie, ainsi qu'il peut l'être quand l'entreprise s'en sert pour établir des barrières à l'entrée du marché. Le revenu actualisé s'écrit[49] $R(\rho) = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+\rho)^t}$, où R_t est le flux de trésorerie à la date t, ρ est le taux d'actualisation et T est l'horizon de durée de vie de la centrale qui peut être infinie. Une durée de vie finie de la centrale nucléaire en projet serait néanmoins plus réaliste, mais le fait de ne pas l'envisager permet d'intégrer le coût du démantèlement dans le capital initial (cf. section 1). En général le flux de trésorerie

[47] La règle d'investissement de la VAN se traduit par "*the Net Present Value (NPV) of the investment rule*", et toute procédure d'estimation de l'investissement par "*capital budgeting*".

[48] "*discounted-cash flow (DCF) approach*". Le terme de flux de trésorerie n'est pas compris dans son acception comptable.

[49] Par simplification, nous garderons dans ce chapitre l'écriture de la VAN en temps discret.

initial est le coût de construction de la centrale à la période courante $t = 0$, $R_0 = -K < 0$, et alors $R(\rho) = -K + \sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+\rho)^t}$. L'échéancier peut également présenter plusieurs flux de trésorerie négatifs interprétés comme des coûts d'investissement du projet retenu.

La règle d'acceptation ou de rejet d'un projet unique indépendant de tout autre projet consiste à ne réaliser le projet que si le revenu actualisé est positif. Un tel projet permet de rembourser le capital initial engagé et de le rémunérer à un taux égal au taux d'actualisation ρ. Ce taux est donc le coût moyen du capital et il incorpore le taux d'intérêt, unique et sans risque, du marché r, puisque l'entreprise doit financer le projet d'investissement. Nous verrons également, à la suite de Garman[1976], Constantinides[1978], Harrison et Kreps[1979], Cox, Ingersoll et Ross[1985], que ce prix fictif du projet (qui correspond à une cession interne à l'entreprise de l'opportunité d'investissement) prend en compte le risque systématique de marché. Ce taux d'actualisation est alors ajusté au risque. La règle d'investissement du critère de la VAN s'énonce de la façon suivante : "investir si la VAN est positive", ou de façon équivalente "investir quand la valeur d'une unité de capital est au moins égale à son coût d'achat et d'installation" (Dixit et Pindyck[1994, pp. 6-7]). La décision d'investissement est prise quand la valeur d'une unité marginale de capital est égale à son coût marginal, définissant ainsi le seuil de déclenchement de l'investissement.

Toute programmation de l'investissement répond à l'évolution de la demande planifiée à l'instant courant, dans l'objectif de fermer la boucle de Régulation par l'offre - Régulation par la demande, fig. (1.1). Nous définissons la date de récupération comme la date qui correspond à la date à partir de laquelle le revenu actualisé devient positif. "Le temps de récupération d'un projet est égal à la durée d'exploitation de l'équipement nécessaire pour que les revenus dégagés permettent de récupérer le montant de l'investissement" (Babusiaux[1990, p. 44]) : $t'/\sum_{t=0}^{t'} \frac{R_t}{(1+\rho)^t} = 0$. La durée de récupération du capital, également appelée temps de retour sur l'investissement ou durée de remboursement[50], est un critère de sélection qui accepte les projets dont la date de récupération du capital initial est en deçà d'un seuil maximum. Elle est calculée ici à partir de l'échéancier des flux de trésorerie constants et certains sur la durée d'exploitation. En environnement incertain, ce critère permet de traduire l'attitude d'une entreprise par rapport au risque. En effet plus un échéancier est échelonné sur le long terme, plus il est considéré comme

[50]Il faut plus exactement distinguer le critère de délai de récupération des fonds investis qui ne sont pas actualisés, $t'/\sum_{t=0}^{t'} R_t = 0$, du critère du temps de retour sur investissement qui nécessite un échéancier actualisé des flux de trésorerie du projet, $t'/\sum_{t=0}^{t'} \frac{R_t}{(1+\rho)^t} = 0$ sachant ρ. Cette notion est aussi un critère de sélection des projets, qui définit un seuil maximum de récupération en deçà duquel les projets sont acceptés.

comportant un risque élevé, parce que les flux de trésorerie ne sont plus ni certains, ni constants. La durée de récupération est donc la durée d'exploitation au terme de laquelle les revenus du projet ont permis de rembourser le montant de l'investissement initial et de rémunérer le capital à un taux égal au taux d'actualisation ρ^{θ}.

3.2 La valeur actuelle nette vs le taux de rendement interne

Ce coût d'opportunité du capital ρ^{θ}, ou taux d'escompte sans risque des flux de trésorerie, définit un second critère de choix d'investissement, le taux de rendement interne (TRI)[51]. Ce taux est ici égal au coût moyen du capital. Le TRI d'un projet détermine le taux qui sert de seuil de déclenchement de l'investissement. Il se définit comme le taux de rendement attendu pour lequel la VAN de ce projet est nulle, "le taux maximum auquel on peut rémunérer des capitaux ayant servi à financer le projet, sans que l'opération devienne déficitaire" (Babusiaux[1990, p. 97]), c'est-à-dire finalement le taux de productivité marginale du capital.

Le TRI est non négatif et la règle d'investissement ne retient que les projets dont le taux d'actualisation est inférieur au TRI. Les critères de la VAN et du TRI concordent puisque les projets ainsi retenus ont un revenu actualisé non négatif. Mais tandis que le revenu actualisé dépend du taux d'actualisation dans le critère de la VAN, ce n'est pas le cas du taux de rentabilité du projet même si une hypothèse préalable sur sa valeur est nécessaire pour retenir le projet.

Ces deux critères marshalliens servent de fondement à la théorie néoclassique de l'investissement puisque l'investissement est réalisé jusqu'à ce que la valeur d'une unité incrémentale de capital soit égale à son coût. Deux approches[52] équivalentes à celle de la VAN, sont utilisées pour les estimations empiriques :

– l'approche de Jorgenson[1963] calcule la valeur empirique nette d'une unité incrémentale de capital, c'est-à-dire la recette marginale nette du coût marginal ou coût d'usage ("user cost") de l'entreprise à chaque période. Le stock de capital désiré par l'entreprise est obtenu quand la recette est égale au coût de la dernière unité incrémentale de capital. Le stock réel est ajusté à ce stock de capital désiré par un facteur de retard, qui est un coût d'ajustement ;

[51] "internal rate of return (IRR)"

[52] que nous pourrons étendre au cas de la décision en environnement incertain (cf. chapitre 2).

– l'approche de Tobin[1969] utilise un ratio, le quotient de Tobin, pour décider de l'investissement. Ce ratio, de la valeur capitalisée de l'investissement par rapport à son coût d'achat, est comparé à la valeur unitaire. La règle d'investissement établit que si $q > 1$, le projet est réalisé. En revanche si $q \leq 1$, l'entreprise décidera d'attendre et elle peut même réduire le capital existant si cela s'avère possible. La différence entre q et l'unité donne le taux optimal de croissance, ou de réduction, de l'investissement.

Toutefois le critère de la VAN est préféré au critère du TRI. En effet Hirshleifer[1958] a mis en évidence des cas pour lesquels il est impossible d'utiliser le critère du TRI. Un projet peut ne pas avoir de TRI ou avoir des TRI multiples sans que l'entreprise ne puisse recourir à un critère discriminant entre eux. Il n'existe pas alors de règle d'investissement. Mais, selon Oehmke[2000], le critère de la VAN présente également des limites pour la décision, concernant les mêmes projets qui révèlent des TRI sont multiples : la VAN augmente (et inversement diminue) avec le taux d'actualisation.

3.2.1 Une approche intuitive de la divergence des deux critères : le cas de deux projets incompatibles

Tout d'abord, il nous faut remarquer que ces deux critères soulèvent un problème de choix entre deux projets incompatibles. Pour ces deux projets, l'entreprise a défini deux taux d'actualisation, qui ne permettent pas aux deux critères de la VAN et du TRI de sélectionner le même investissement. Pour cela, il suffit qu'il existe un taux d'actualisation (ρ^E) pour lequel les revenus actualisés des deux projets soient égaux.

L'entreprise ne peut réaliser qu'un seul des deux projets A ou B, dont les revenus actualisés décroissants par rapport au taux d'actualisation sont représentés dans le graphique suivant. L'entreprise est confrontée à ce seul problème, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de contrainte de capital.

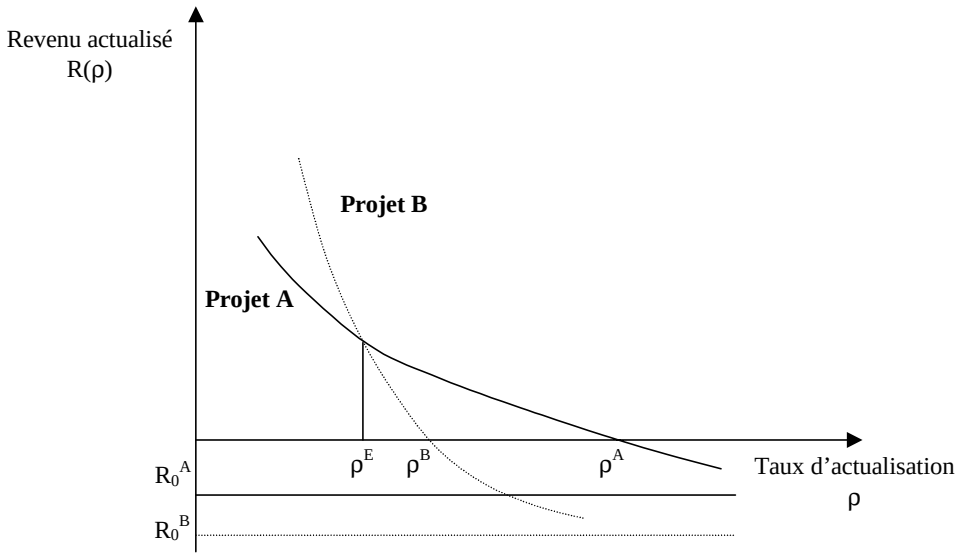

Fig. 1.3: Divergence possible des critères VAN et TRI pour sélectionner un des deux projets incompatibles (Babusiaux[1990, p. 99]).

Si les deux projets A et B sont incompatibles, le critère du TRI sélectionne celui qui présente le taux de rendement le plus élevé, ce qui correspond au projet A puisque $\rho^A > \rho^B$. Par contre le critère de la VAN retiendra celui dont le revenu actualisé est le plus important pour un taux d'actualisation donné. S'il existe un taux d'actualisation ρ^E pour lequel les deux projets ont le même revenu actualisé, l'entreprise est indifférente entre les deux investissements. Mais elle peut les discriminer à ce taux en fonction du délai de récupération en valeur actualisée. Si le taux d'actualisation ρ diffère de ce taux ρ^E, deux cas se présentent :

- si $\rho > \rho^E$ alors $R^A(\rho) > R^B(\rho)$ et le critère de la VAN retient le même projet A que le critère du TRI ;
- si $\rho < \rho^E$ alors le critère de la VAN diffère du critère du TRI en sélectionnant le projet B : $R^A(\rho) < R^B(\rho)$.

La comparaison des deux taux de rentabilité préconisée par le critère du TRI n'est pas pertinente (Babusiaux[1990, p. 100]), car c'est la supériorité du taux de rentabilité par rapport au coût marginal pour chaque investissement qui importe, et non celle du taux d'un projet par rapport à l'autre. Ce critère du TRI permet de sélectionner le projet dont le montant de l'investissement est inférieur. Cela revient à retenir le projet le moins capitalistique ou de plus petite taille. Or les échéanciers sont certains et l'entreprise rationnelle préfère bénéficier

des économies d'échelle plutôt que de la flexibilité[53]. C'est ce qu'illustre la comparaison des deux revenus non actualisés ($R^A(0) < R^B(0)$) ou, de façon équivalente si l'investissement est entièrement réalisé à la période courante ($t = 0$), celle des investissements courants obtenus comme des limites[54] des échéanciers de flux trésorerie quand le taux d'actualisation tend vers l'infini ($R_0^A < R_0^B / \ R_0^i = -K^i = \lim_{\rho \to \infty} R^i(\rho), \forall i \in \{A; B\}$).

Mais ce problème ne se pose pas en ces termes pour l'entreprise électrique puisque, par hypothèse, chaque projet est envisagé indépendamment. "Le critère du taux de rentabilité et celui du revenu actualisé conduisent donc bien à la même décision" (Babusiaux[1990, p. 98]). Cependant, comme nous allons le voir, le critère d'investissement de la VAN domine celui du TRI.

3.2.2 Les limites du critère du taux de rendement interne incitent à lui préférer le critère de la valeur actuelle nette...

Sugden et Williams[1978], Robison et Barry[1996], Jenkins et Harberger[1995] ont mis en évidence les cas pour lesquels aucun TRI n'existe ou ceux pour lesquels les TRI sont multiples.

Les deux critères de la valeur actuelle nette et du taux de rendement interne servent à retenir ou non un projet indépendant. Ils aboutissent à une décision d'investissement équivalente pour un projet simple. Ce projet simple est retenu quand le TRI est supérieur au taux d'actualisation, de façon concomitante au fait que la VAN soit positive.

Soit l'échéancier des flux de trésorerie :

$$R(\rho) = \sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+\rho)^t} \Longleftrightarrow (1+\rho)^T R(\rho) = \sum_{t=1}^{T} (1+\rho)^{T-t} R_t.$$

Rechercher le TRI $\rho^* \in \mathbb{R}_+$ revient donc à rechercher les racines d'un polynôme de degré T qui peut avoir T racines réelles, puisque $R(\rho^*) = 0 \Longleftrightarrow \sum_{t=1}^{T} (1+\rho^*)^{T-t} R_t = 0$.

Condition (suffisante : la règle des signes de Descartes). *Un polynôme ne peut avoir plus de racines positives que le nombre de changements de signes de la suite des coefficients de ce polynôme.*

Cette multiplicité des solutions soulève le problème du choix du TRI et de sa concordance

[53] Nous retrouverons, en sous-section 3.3, ce choix des économies d'échelle vs la flexibilité pour justifier l'approche par les options réelles (chapitre 2).

[54] La comparaison se fait en limite puisque, si $R(\rho) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{R_t}{(1+\rho)^t} = R_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{R_t}{(1+\rho)^t}$, alors $\lim_{\rho \to \infty} R(\rho) = R_0 = -K$.

avec le critère de la VAN. Elle constitue les limites du critère du TRI et incite à lui préférer le critère de la VAN comme critère de décision de l'investissement.

La multiplicité des TRI est la seule limite que nous analysons et qui relève de la "controverse de Cambridge" (Ingersoll et Ross[1992, p. 3]). En effet la seconde limite qui est l'absence de TRI conduit automatiquement à utiliser le critère de la VAN pour retenir ou non un projet d'investissement. Un projet qui n'admet pas de TRI positif est réalisé si son revenu actualisé est positif.

3.2.2.1 Conditions d'existence d'un taux de rentabilité unique - La méthode de Descartes donne une condition suffisante mais non nécessaire à l'existence d'un taux de rentabilité unique, à savoir l'unicité de changement de signe dans les flux de trésorerie. La méthode de Sturm en revanche permet de déterminer le nombre de racines distinctes du polynôme sur l'intervalle donné $[0, T]$.

Le théorème de Sturm (cf. annexe 1-a) énonce que si l'échéancier d'un projet admet deux TRI successifs, tout autre échéancier linéairement indépendant de cet échéancier, mais pour le même projet, a alors exactement un TRI compris entre les deux TRI du premier échéancier. Cette méthode cumule une difficulté de calculs à une interprétation économique de cet échéancier qui n'est pas évidente. Babusiaux[1990] a exposé des raffinements plus simples que la méthode de Sturm, mais aux résultats plus forts que la règle des signes de Descartes.

La règle de Soper considère la somme capitalisée à l'année t des flux de trésorerie des t premières années, c'est-à-dire $S(\rho, t) = \sum_{k=1}^{t} (1+\rho)^{t-k} R_k$. Cette somme s'interprète comme le bilan à l'année t d'un compte rémunéré au taux d'intérêt ρ. Le compte est crédité ou débité par les flux associés au projet.

Condition (de Soper). *Si ρ^* est le taux de rentabilité pour la durée de cet échéancier, ce taux est unique sur $[-1, +\infty)$ si $S(\rho^*, t) < 0, \forall t \leq T-1$.*

ρ^* est donc le TRI du projet pour toute sa durée de vie.

La règle de Norstrom raisonne à partir de la somme (non actualisée) des flux de trésorerie des t premières années, $\Sigma(t) = S(0, t) = \sum_{k=1}^{t} R_k$.

Condition (de Norstrom). *Un échéancier admet un taux de rentabilité unique non négatif $\rho^* > 0$ si la suite $(\Sigma(t))_t, t = 1, ..., T$ change de signe une fois seulement et si $\Sigma(T) \neq 0$.*

La condition de Bernhard généralise celle de Norstrom, en actualisant de façon décroissante

dans le temps les flux de trésorerie des t premières années. Cette règle se définit à partir de la suite $\Sigma'(t) = \sum_{k=0}^{t} C_{t-k}^{T-k} R_k$.

Condition (de Bernhard). *Un échéancier admet un taux de rentabilité unique ρ^* si la suite $(\Sigma'(t))_t, t = 1, ..., T$ change de signe une fois seulement et si $\Sigma'(T) \neq 0$.*

Un échéancier qui remplit cette condition satisfait également la règle de Norstrom, mais la réciproque n'est pas toujours vérifiée.

3.2.2.2 Typologie des projets - Babusiaux[1990] a proposé une typologie des projets, en fonction de l'unicité ou de la multiplicité des TRI qu'ils admettent.

Il a utilisé la condition suffisante de Descartes pour déterminer le nombre de TRI du projet, comme autant de racines positives du polynôme $(1+\rho^*)^T R(\rho^*) = 0$. La condition de Soper affine l'interprétation des projets qui admettent un TRI unique ou des TRI multiples. Les premiers peuvent ainsi être considérés comme de simples projets d'investissement ou de financement, mais les seconds sont interprétés comme une combinaison des deux.

a) Le projet est classique, simple ou "pur" : projet d'investissement, soit de financement

Ce projet présente un changement de signe unique des flux de trésorerie. Selon la règle de Descartes, un polynôme qui présente un seul changement de signe est un polynôme qui a, au plus, une racine réelle positive. Tout projet d'investissement a un échéancier composé d'un ou de plusieurs flux de trésorerie négatifs suivis de flux de trésorerie positifs. Un projet dont l'investissement est initial et dont la somme non actualisée des flux de trésorerie $R(0)$ est positive, par exemple, est un projet simple puisqu'un tel projet a au moins (et au plus) un taux de rentabilité positif : $R(0)$ est positif, et $\lim_{\rho \to \infty} R(\rho) = R_0 = -K$ est négative.

Selon la condition de Soper, le projet est un projet d'investissement simple, c'est-à-dire que le taux de rentabilité ρ^* est unique, si le projet est constamment débiteur à ce taux ρ^*.

La situation est symétrique pour un projet de financement simple. Un projet de financement simple est composé, à l'inverse d'un projet d'investissement, d'une ou de plusieurs rentrées de fonds suivies de plusieurs remboursements. Ces flux de trésorerie ont pour origine une opération d'endettement par la vente par l'entreprise d'obligations ordinaires. C'est bien une position symétrique à l'achat d'une opportunité d'investissement. Le taux d'intérêt réel ou taux actuariel de l'opération correspond également à un échéancier dont le revenu actualisé est nul, i.e. un échéancier sans bénéfice ni dette. Dans cet échéancier, les encaissements permettent de

rembourser exactement les décaissements (qui correspondent donc aux remboursements de la dette), et de les rémunérer à un taux égal au taux d'actualisation. Si l'entreprise n'a pas à faire face à une contrainte d'endettement, qui prend la forme d'un rationnement du crédit basé sur le ratio d'endettement, elle a toujours intérêt à s'endetter dès que le capital emprunté peut être rémunéré à un taux supérieur au taux d'intérêt, et que le revenu actualisé du projet de financement est positif. Cette règle de financement permet de retenir un projet quand son taux est dans une position symétrique au projet retenu par la règle d'investissement. Ainsi à la différence du taux de rentabilité qui doit être supérieur au taux d'actualisation, le taux actuariel doit lui être inférieur pour que l'entreprise réalise l'opération.

b) Le projet est "mixte", interprété à la fois comme un projet d'investissement et un projet de financement

En effet, si l'échéancier n'est pas composé de flux de trésorerie négatifs suivis de flux de trésorerie positifs, le polynôme peut admettre plusieurs racines réelles positives selon la règle de Descartes. Babusiaux[1990] en a donné trois exemples :

- les dépenses d'investissement correspondant à des renouvellements d'équipement durant la période étudiée (c'est-à-dire pendant la durée de vie de la centrale) prennent la forme de flux négatifs, qui peuvent précéder et suivre une suite de flux positifs dans l'échéancier ;
- l'existence d'une valeur résiduelle négative, quand les projets nécessitent en fin de période d'exploitation d'importants travaux de remise en état du site, se traduit par des flux de trésorerie négatifs en fin de période ;
- les flux de trésorerie considérés comme des flux différentiels associés à l'étude d'une variante d'un projet par rapport à un cas de référence, peuvent être positifs ou négatifs à certaines dates. Les projets différentiels regroupent les projets d'investissement, dont le but est d'augmenter la capacité de production d'une ressource disponible en quantité limitée, ou d'accélérer la mise en production d'une exploitation. Les échéanciers sont construits comme des échéanciers à flux différentiels. Les dépenses d'investissement peuvent ne pas entraîner une augmentation de la valeur courante des recettes, mais sont justifiées par une augmentation de leur valeur actualisée du seul fait du décalage dans le temps. Le revenu non actualisé $R(0)$ d'un tel projet peut être alors négatif.

Selon la règle de Soper, ce projet est débiteur à certaines périodes, et créditeur à d'autres périodes, au taux de rendement interne ρ^*. Le taux de rentabilité n'est donc plus un taux qui

s'applique seulement à un compte débiteur comme pour un projet d'investissement, ou à un compte créditeur qui définit tout projet de financement. Nous ébauchons l'idée que les problèmes d'investissement et de financement sont liés.

En pratique l'apparition de TRI multiples pour un projet est rare. Le degré de multiplicité est en général double. Les projets concernés sont ceux qui cherchent à accélérer la production, ou qui ont un revenu non actualisé $R(0)$ négatif.

3.2.3 ... mais les cas de taux de rendement interne multiples révèlent les limites du critère de la valeur actuelle nette

Si l'investissement total du projet K est initial en $t = 0$, et si les bénéfices nets d'exploitation $R_t, \forall t > 0$, sont positifs comme la définition retenue $R(\rho) = -K + \sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+\rho)^t}$ le suppose, alors $\frac{\partial R(\rho)}{\partial \rho} = \sum_{t=1}^{T} \frac{tR_t}{(1+\rho)^{t-1}}$ et $\frac{\partial R(\rho)}{\partial \rho} < 0$. Un accroissement du taux d'escompte entraîne ainsi une diminution de la VAN du projet. Or, les bénéfices nets ne sont pas tous positifs. Une hausse (voire respectivement une baisse) du taux d'escompte peut augmenter (et respectivement diminuer) la VAN du projet, ce que Hirshleifer[1958] a démontré de façon intuitive (l'intuition de cette démonstration a été constatée par Oehmke[2000]) à partir de la multiplicité des TRI. L'existence de flux de trésorerie négatifs est d'autant plus possible que le projet nécessite des coûts de réinvestissement périodiques.

Oehmke[2000] a établi la non applicabilité du critère, en fonction des caractéristiques du polynôme qui définit la VAN :

Condition (nécessaire). *le polynôme $R(\rho)$ admet au moins deux racines réelles ;*

Condition (suffisante). *le polynôme $R(\rho)$ admet (au moins) deux racines réelles distinctes.*

Le théorème de Sturm (cf. annexe 1-a) détermine le nombre de racines d'un polynôme dans un intervalle fermé et ce théorème peut être utilisé par séquences (preuve de Jacobson) pour calculer le nombre de racines du polynôme de la VAN.

Si le polynôme n'admet pas de racines réelles multiples, condition nécessaire et condition suffisante sont alors équivalentes. Le critère de la VAN concorde avec celui du TRI.

Si le polynôme $R(\rho)$ admet plus d'une racine réelle, alors il existe plusieurs TRI qui peuvent avoir la même valeur. Le critère de la VAN présente des anomalies : la VAN est toujours soit non négative, soit non positive. En pratique, la solution dépend de l'entreprise qui utilise ce critère :

- elle est quasi certaine du taux d'escompte utilisé : elle décide d'investir si le revenu actualisé du projet est non négatif pour ce taux ;
- l'entreprise peut également utiliser des taux différents pour emprunter et pour réinvestir, comme l'ont montré Robinson et Barry[1996] ;
- l'entreprise détermine la gamme des taux d'escompte pour laquelle la VAN est positive, et elle discrimine entre ces taux selon son propre critère de choix.

Le concept du TRI est contenu dans celui de la VAN et présente plus de limites en univers certain. De plus, pour reprendre Trigeorgis[1996, p. 30], "[D]ans le cas plus général d'un monde à plusieurs périodes ou d'un monde incertain, toutefois, le TRI peut ne plus être identique au rendement marginal des investissements productifs et la règle du TRI peut ne pas s'appliquer [le taux d'actualisation ne jouant aucun rôle dans le calcul des taux de rentabilité]. Le critère de la VAN, néanmoins, reste valide dans des situations à plusieurs périodes". Mais ce principe de la VAN repose sur des hypothèses implicites (de marché parfait), qui ne sont pas vérifiées en général par les projets d'investissement. Ainsi l'investissement est supposé réversible et l'entreprise peut sortir sans coût du marché, lorsque les conditions de marché sont en deçà de celles anticipées. Il se peut que l'investissement soit irréversible par hypothèse. Il obéit alors au critère de la VAN, de façon identique à la règle de décision "maintenant ou jamais" ("*now or never*", Dixit et Pindyck[1994, p. 6]) définie en avenir certain. En cas d'incertitude, ce projet est évalué différemment par le critère de la VAN et par la théorie des options réelles.

Le critère du TRI pourra être utilisé pour comparer les règles d'investissement dans les cas certain et incertain, mais seul celui de la VAN pourra être dans un premier temps ajusté au risque (sous-section 3.4), pour être dans un second temps étendu pour prendre en compte l'incertitude (chapitre 2).

3.3 Le critère des options réelles versus le critère de la valeur actuelle nette

L'investissement est en partie ou complètement irréversible, car son coût d'investissement est au moins en partie irrécupérable. Cet investissement est décidé en incertitude. Il est possible d'attendre avant de réaliser cet investissement et de décider de sa programmation. Ces trois caractéristiques influencent la décision d'investissement. Une entreprise qui a une opportunité d'investissement, détient une option. Elle doit arbitrer entre investir ou attendre. Si elle réalise cet investissement, elle exerce son option. Elle abandonne ainsi la possibilité de reporter

l'investissement pour recueillir une information supplémentaire sur le futur donnée par le prix de revient, sachant qu'elle ne pourra jamais prendre sa décision en certitude complète. Il n'est pas possible pour l'entreprise de désinvestir si les conditions de marché changent parce que l'investissement est irréversible. Par contre si l'investisseur attend, il n'obtient pas le profit que son investissement aurait réalisé à la période courante.

Le critère marshallien n'est pas optimal quand l'attente est possible. Nous allons le montrer en déterminant la politique optimale d'investissement d'une entreprise, à l'aide des deux critères de la VAN et de la théorie des options réelles. Dixit[1992] a utilisé l'approche du TRI pour démontrer que le seuil pertinent de déclenchement de l'investissement n'est pas M, qui est le seuil de déclenchement de l'investissement retenu par le critère marshallien, mais H, qui est le seuil déterminé par la théorie des options réelles. Par hypothèse, le TRI est unique et égal au rendement marginal de l'investissement (l'opportunité concerne un projet simple), et le revenu actualisé net courant varie en incertitude. Dixit[1992] a alors comparé les deux seuils M et H.

3.3.1 Le problème d'arbitrage dans le temps du critère de la VAN est illustré par un exemple simple

Soient deux projets de centrale nucléaire de deux tranches construites par périodes (le temps est discret, $t \in \mathbb{N}$, et le taux d'actualisation est égal à 8%)

- simultanément à la période courante ($t = 0$) pour la centrale A : l'entreprise qui adopte un tel projet, cherche à bénéficier des économies d'échelle par sa taille ;
- séquentiellement, une tranche à la période courante ($t = 0$) et une tranche à la période suivante ($t = 1$) pour la centrale B : l'entreprise qui réalise un tel projet, cherche à bénéficier de la flexibilité, notamment dans le rythme de son investissement, pour faire face à l'incertitude du futur.

Admettons que les flux de trésorerie se résument au prix de revient ($R_t \equiv p_t$), hypothèse envisageable dans le cadre d'une entreprise nucléaire qui produit en base et dont la technologie est standardisée[55]. Nous normalisons alors la production certaine de chaque centrale (à l'unité) et le coût de production connu et constant (à 0). Nous tiendrons compte seulement du coût d'investissement à la période courante. Ce coût d'investissement est un coût unitaire,

[55] Cette standardisation s'est faite par l'innovation technique puis la mise en service successives des différents paliers, qui constituent le palier P4 (c'est-à-dire les réacteurs à eau sous pression, REP, de 900 MWe), le palier P'4 (les REP de 1300 MWe) et le palier "nouveau 4 boucles" (N4) composé par les REP de 1450 MWe.

supérieur pour la centrale B : $K_A = 12,7 < K_B = 13,7$. Le coût unitaire d'investissement se renchérit quand le programme de construction concerne moins de tranches nucléaires (du fait de l'existence d'économies d'échelle). Le tableau ci-dessous donne les coûts d'investissement du nucléaire en France :

	Nucléaire N4 - Coûts d'investissement - c/kWh$^{(cents/kWh)}$			
	Actualisation à 8%		Actualisation à 5%	
	N4 $2^{ème}$ train (MSI 2000)	N4 amélioré (MSI 2005)	N4 $2^{ème}$ train (MSI 2000)	N4 amélioré (MSI 2005)
Programme de 10 tranches	$12{,}70^{(1,94)}$	$12{,}55^{(1,91)}$	$8{,}72^{(1,33)}$	$8{,}65^{(1,32)}$
Programme réduit à 4 tranches	$14{,}60^{(2,23)}$	$14{,}45^{(2,20)}$	$10{,}02^{(1,53)}$	$9{,}95^{(1,52)}$

(source DIGEC[1997, pp. 28-29])

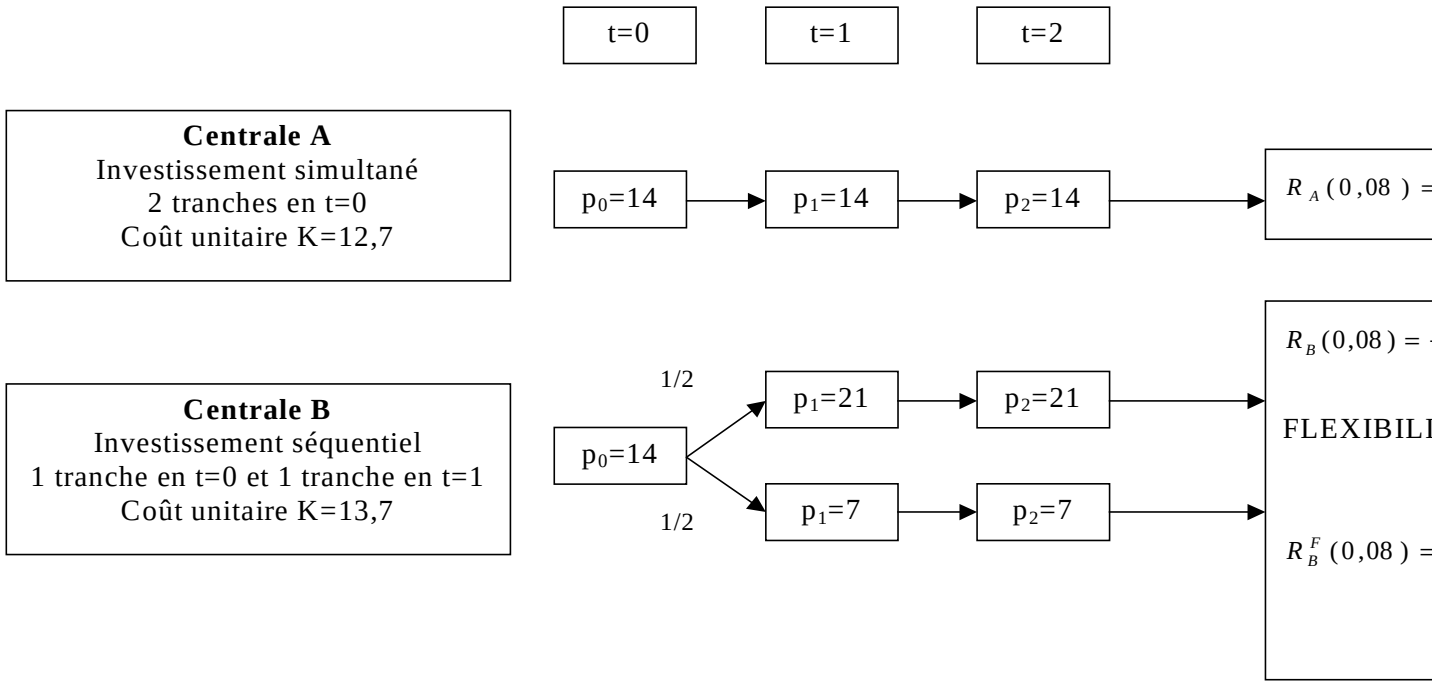

Fig. 1.4: Arbitrage de l'entreprise électrique entre économies d'échelle et flexibilité, à l'aide du critère de la VAN (d'après Dixit et Pindyck[1994, p. 52])

L'investissement est optimal dès la période courante pour les deux projets A et B, puisque le prix de revient est supérieur au coût unitaire de l'investissement ($p_0 = 14 > K_A = 12,7$ et $p_0 = 14 > K_B = 13,7$, ce qui implique une VAN positive : $R_i(\rho) > 0$, $i \in \{A; B\}$).

Dans le cas certain, le critère de la VAN, qui s'obtient par la somme des flux de trésorerie nette de l'investissement $R_i(\rho) = -K_i + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_t}{(1+\rho)^t}$, $i \in \{A; B\}$, nous permet de retenir le projet A puisque $R_A(0,08) > R_B(0,08)$.

Si l'incertitude qui pèse sur le futur revêt la simple forme d'une hausse et d'une baisse équiprobables du prix de revient à la période suivant immédiatement la période courante[56] ($t = 1$), le projet A n'est pas remis en question puisque la décision d'investissement se base sur un échéancier calculé en moyenne. En revanche le projet B permet de ne pas investir dans la seconde tranche en cas de baisse du prix de revient. Son échéancier prend en compte les flux de trésorerie nets générés par la construction de la première tranche, ceux qui proviennent de la construction de la seconde tranche en cas de hausse du prix, et le coût d'opportunité de ne pas avoir retenu la solution A quand le prix baisse. Nous remarquons que la VAN de ce projet B est supérieure à la VAN précédente et à la VAN du projet A, qui ont été calculées en univers certain. La différence entre les deux VAN du projet B évalue la flexibilité de l'investissement. Mais nous constatons également, par différence avec le projet A, que l'entreprise préfère un investissement flexible à un projet qui bénéficie d'économies d'échelle.

La flexibilité de l'investissement permet à l'entreprise de mieux appréhender l'incertitude du futur. Elle est prise en compte par la théorie des options réelles et une de ses mesures possibles (le multiple de la valeur d'option) s'obtient par la différence entre les deux seuils optimaux de déclenchement de l'investissement, respectivement trouvés par le critère de la VAN (M) et par les options réelles (H).

3.3.2 Les deux seuils de déclenchement optimaux de l'investissement M et H

La politique optimale d'investissement d'une entreprise répond à un objectif de maximisation de la valeur actualisée des profits attendus du projet. Pour comparer les seuils de déclenchement de l'investissement, nous nous intéressons aux cas où l'entreprise choisit d'investir à la date courante dans chacune des deux situations.

[56] Le prix de production subit donc un choc : $p_1 = p_0 + dq$, où $dq = \begin{cases} (1/2)\, p_0 \text{ avec la probabilité } 1/2 \\ -(1/2)\, p_0 \text{ avec la probabilité } 1/2 \end{cases}$, par analogie aux mouvements de prix que nous verrons ultérieurement.

Admettons par hypothèse, que le taux d'escompte ρ soit positif, le coût d'opportunité du capital K soit sans risque exogène, l'entreprise qui investit soit neutre au risque et la valeur d'attente soit indépendante du risque, ce qui revient à supposer que l'entreprise a un risque propre identique à celui de tout concurrent. Néanmoins il existe un risque systématique[57] de marché, qui est pris en compte d'après Pindyck[1991] dans les variations de ρ. Enfin si l'horizon du projet d'investissement T tend vers l'infini et si le profit généré par le projet est constant à toute période, le revenu actualisé se résume à $\frac{R}{\rho}$.

Le critère marshallien exige toujours que la valeur actualisée du projet nette du coût irrécupérable K soit positive pour que l'entreprise investisse, ce qui se simplifie grâce aux hypothèses en : $\frac{R}{\rho} > K$. Si M est le seuil marshallien de déclenchement de l'investissement, M est tel que $M = R = \rho K$. La décision d'investissement revient à choisir entre investir immédiatement pour obtenir $\frac{R}{\rho} - K$, ou ne pas investir et ne rien obtenir. Or la valeur actualisée nette de l'investissement est positive pour $R > M$, et nulle si $R \leq M$ (par continuité, l'attente est préférée à l'investissement pour des valeurs initiales de R infinitésimalement inférieures à M) puisque l'investissement n'est pas réalisé.

L'opportunité de réaliser un investissement peut être assimilée à une option d'achat américaine[58]. Son prix d'exercice est le coût irrécupérable K. Si l'option est exercée, l'actif réalisé générera des flux de trésorerie dont la valeur courante actualisée est égale à $\frac{R}{\rho}$. La valeur de ces flux de trésorerie actualisés nette du coût de l'investissement, $\frac{R}{\rho} - K$, est la valeur intrinsèque[59] de l'option. Il n'est cependant pas toujours optimal d'exercer l'option quand cette valeur nette devient positive puisqu'elle a également une valeur d'attente ("*holding premium*" ou "*time value*"). La valeur d'attente se définit comme la valeur positive due à la réduction sélective du risque dans le temps[60], nette du sacrifice des flux de trésorerie pendant la période d'attente. Il est optimal d'attendre que cette valeur d'attente soit nulle pour exercer l'option.

[57] Le risque systématique affecte l'ensemble des actifs du marché et se différencie ainsi du risque propre aux actifs de chaque entreprise.

[58] c'est-à-dire à un contrat qui confère à l'acquéreur le droit d'acheter un actif déterminé à un prix connu. Or exercer une opportunité d'investissement permet de posséder un équipement électrique, dont le capital nécessaire à sa construction est préalablement connu. Ces notions sont définies plus précisément dans le chapitre suivant (chapitre 2).

[59] La valeur intrinsèque d'une option (d'achat) est la valeur actualisée des flux de trésorerie nets attendus si l'option est exercée immédiatement, c'est-à-dire si le projet est réalisé. Elle est égale au prix de l'option auquel s'ajoute la valeur temporelle de cette option. La valeur de marché de l'option tend vers sa valeur intrinsèque à long terme, bien que ces deux valeurs puissent être très différentes dans le court terme.

[60] par l'arrivée de l'information contenue dans le prix de revient.

H est alors défini comme le seuil de déclenchement immédiat de l'investissement. Si le revenu actualisé net est suffisamment important, l'investissement est optimal sans attendre. La règle d'investissement est modifiée : le projet d'investissement n'est retenu que pour $H < R$, mais il devient optimal pour l'entreprise d'attendre quand $H > R$ (qui comprend toujours par continuité le cas de l'indifférence de l'entreprise entre attendre ou investir, $H = R$). Cependant la probabilité que dans le futur H devienne inférieur à R et génère une valeur nette positive, est positive. L'entreprise anticipe rationnellement cette probabilité, et la valeur nette actualisée est positive dès à présent. Cette valeur correspond à la valeur d'attente, option d'investissement à une date future qui est un coût d'opportunité.

D'après leurs définitions, $H > M$ et H délimite alors la région optimale d'investissement tandis que M délimite la région optimale d'arrêt. Chacun de ces deux seuils de déclenchement de l'investissement, M ou H, délimite les deux régions optimales de continuation (d'investissement) et d'arrêt dans chaque analyse utilisant le critère marshallien ou la théorie des options réelles.

Dixit[1992] a mis en évidence la divergence de ces deux critères en raisonnant à partir de H. La valeur totale de l'opportunité d'investissement est donnée par :

$$V(R) = \begin{cases} BR^{\beta}, \text{ la valeur d'attente}^{61} \text{si } R \leq H \\ \frac{R}{\rho} - K, \text{ la valeur de l'investissement si } R > H \end{cases}$$

où B et β sont deux constantes telles que $B > 0$ et $\beta > 1$ (suite à la condition posée pour que $V(R)$ ait une valeur finie, car sinon il n'est jamais optimal d'investir, cf. McDonald et Siegel[1986][62]). Chacune de ces deux fonctions n'est pertinente que dans sa région de validité.

[62] "La condition $\alpha_v < \mu$ [ici $\bar{\mu} < \rho$] assure que $\varepsilon > 1$ [$\beta > 1$], de sorte que la solution est bien définie. Si $\alpha_v > \mu$ [ici $\bar{\mu} > \rho$], alors le taux de croissance de la valeur du projet devrait excéder, en moyenne, le taux d'escompte. En conséquent, la valeur de l'opportunité d'investissement serait infinie, et il ne serait jamais rentable d'investir" (McDonald et Siegel[1986, p. 714]).

Dixit[1992] a ainsi interprété le graphique suivant :

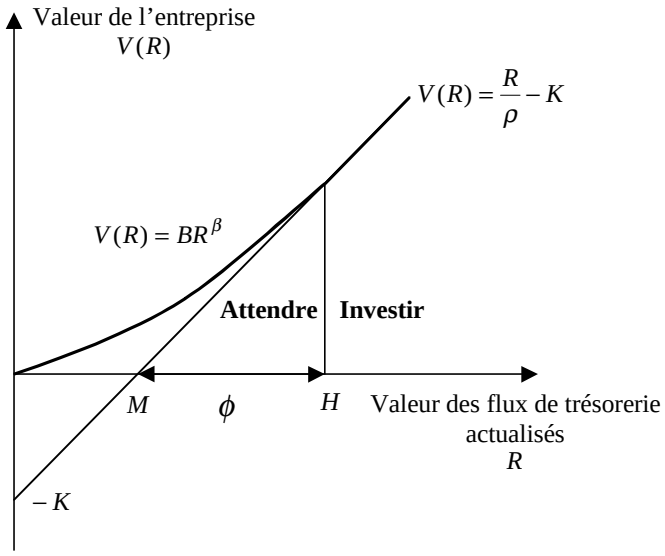

Fig. 1.5: Comparaison des seuils d'investissement par la VAN (M) et par la théorie des options réelles (H) : l'incertitude crée de la valeurϕ (d'après Dixit[1992, p. 112]).

Quand $R = H$, il y a indifférence entre investir et attendre parce que la valeur de l'option exercée ou conservée (valeur d'attente) est identique. Alors $BR^{\beta} = \frac{R}{\rho} - K$, sachant que la constante multiplicative B peut être déterminée par $\frac{H}{\rho} = K + BH^{\beta}$. La frontière libre, non contrainte ("*free boundary*"), $BR^{\beta} = \frac{R}{\rho} - K$, délimite les régions optimales de continuation et d'arrêt. Cette frontière n'est pas connue comme nous l'avons supposé précédemment en définissant M et H, mais elle est endogène au problème d'optimisation. L'interprétation de cette équation repose sur le fait que l'investissement immédiat a un coût d'opportunité, la perte de l'option d'attente BR^{β}. Ce coût d'opportunité est intégré au coût réel de l'investissement K dans le coût total de l'investissement immédiat. Le critère de la VAN est alors applicable après avoir défini de façon adéquate les valeurs d'options[63]. La règle d'investissement s'énonce : "[L]a valeur de l'unité doit excéder le coût d'achat et d'installation, d'un montant égal à la valeur de conservation [la valeur d'attente] de l'option d'investissement"[64] (Dixit et Pindyck[1994, p. 6]). L'investissement immédiat n'est donc justifié que si $\frac{R}{\rho} > K + BR^{\beta}$, ce qui se produit dès

[63]Nous voyons ainsi qu'il va être nécessaire d'étendre le concept de la VAN.

[64]Parce que "[Q]uand une entreprise fait une dépense irréversible, elle abandonne la possibilité d'attendre de nouvelles informations qui affectent la désirabilité ou la programmation de la dépense, et cette dernière valeur a un coût d'opportunité qui doit être inclus comme une part du coût d'investissement" (Dixit et Pindyck[1994, p. 412]).

que le revenu courant R atteint le seuil de déclenchement de l'investissement H défini dans ce cas par $\frac{H}{\rho} = K + BH^{\beta}$. Néanmoins Trigeorgis[1993] a démontré que le seuil d'investissement en incertitude ne vaut pas toujours H puisqu'il n'est pas toujours possible d'agréger les valeurs individuelles des options de flexibilité (au sens flexibilité vs économies d'échelle) : la valeur incrémentale d'une option est inférieure en cas de combinaisons d'options et elle décroît avec le nombre d'options. Dixit[1992] n'a donc envisagé que le cas d'une option générée par l'opportunité d'investissement[65].

Le choix de H doit faire l'objet d'un calcul optimal (cf. annexe 1-b). Cette valeur est maximale quand la courbe d'équation BR^{β} devient tangente à la droite d'équation $\frac{R}{\rho} - K$. La tangence nécessaire entre les deux courbes représentant les deux valeurs d'attente et d'investissement, est la représentation graphique de la condition de dérivabilité. Cette condition de dérivabilité pose l'égalité des pentes de la valeur de l'attente et de la valeur de l'investissement sur la frontière d'indifférence de l'entreprise, c'est-à-dire finalement pour H. Sur le plan algébrique, R est dérivé par H dans les deux équations en $R = H$, la frontière libre. L'égalité des pentes se récrit alors $B\beta R^{\beta-1} = \frac{1}{\rho}$. En divisant par l'équation qui détermine B, à savoir $K + BH^{\beta} = \frac{H}{\rho} \iff \frac{1}{H}(K + BH^{\beta}) = \frac{1}{\rho}$, l'égalité précédente se transforme : $\frac{B\beta H^{\beta-1}}{\frac{1}{H}(K+BH^{\beta})} = 1 \iff B(\beta - 1)H^{\beta} = K$. En substituant B par sa valeur donnée par l'équation $\frac{H}{\rho} = K + BH^{\beta}$, nous obtenons $H = \frac{\beta}{\beta-1}\rho K$.

Or $M = \rho K$ (critère de la VAN), donc

$$H = \frac{\beta}{\beta - 1}M = \phi M.$$

Soit ρ' le taux d'actualisation qui incorpore la valeur d'attente de l'option. Le critère marshallien revient alors à ne retenir le projet que lorsque sa valeur nette actualisée avec ce nouveau taux ρ' est positive, c'est-à-dire dès que $H = \rho' K$, où $\rho' = \frac{\beta}{\beta-1}\rho = \phi\rho$.

3.3.3 Le futur est incertain ou relativement peu valorisée : le critère de la VAN n'est pas pertinent

La différence entre ces deux critères se mesure par la différence entre les seuils de déclenchement M et H, ou encore par la différence entre les deux taux d'actualisation ρ et ρ'.

Le futur est incertain, et le revenu actualisé net courant R varie. S'il n'y a que peu d'incertitude, pour une volatilité σ^2 faible du revenu, la valeur d'attente de l'option est faible, et la différence entre les deux critères n'est pas importante. Par contre, en cas de forte incertitude

[65] En autres, l'investissement n'est pas séquentiel.

σ^2, un seuil de déclenchement élevé évite d'investir dans certains projets non rentables. Cette conséquence est également valable quand le taux d'actualisation ρ est faible. Le futur est revalorisé et les options qui évitent des investissements dans des projets futurs non rentables ont une valeur d'attente d'autant plus grande.

Pour isoler ces deux effets, nous supposons que le revenu actualisé net est constant en moyenne ($\bar{\mu} = 0$). Deux cas extrêmes opposés se dégagent (la valeur de β est obtenue pour un revenu actualisé net qui évolue selon un mouvement brownien géométrique, cf. annexes 1-b et 2-a) :

- soit le taux d'actualisation est grand ($\rho \to \infty$), ou le futur est certain ($\sigma^2 \to 0$). Alors $\beta = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + \frac{8\rho}{\sigma^2}}) \to \infty$ et $\frac{\beta}{\beta - 1} \to 1$. Les deux seuils de déclenchement H et M sont égaux et la valeur d'attente des options est nulle. Le simple critère marshallien peut être appliqué ;
- soit le taux d'actualisation est petit ($\rho \to 0$), ou le futur est incertain ($\sigma^2 \to \infty$). Alors $\beta = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + \frac{8\rho}{\sigma^2}}) \to 1$ et $\frac{\beta}{\beta - 1} \to \infty$. L'incertitude augmente la valeur d'opportunité de toute option d'investissement mais également la valeur critique à partir de laquelle il est intéressant d'investir. Il est optimal d'attendre plus longtemps pour recueillir plus d'informations sur le futur. A la date courante, le critère d'investissement accroît le seuil optimal d'investissement. La décision d'investir est moins fréquente, puisque l'entreprise préfère attendre au lieu d'investir quand son revenu est en deçà du revenu seuil. Si le coût d'opportunité lié à l'exercice de l'option n'est pas prise en compte, il y aura surinvestissement. Le critère marshallien n'est absolument plus pertinent.

3.4 La réalité d'un environnement incertain : le critère de la VAN ajusté au risque

Nous venons de voir que la règle de décision de l'investissement qui repose sur le critère de la VAN, n'est correcte que sous les conditions d'investissement réversible ou de futur certain. Puisque la première condition d'investissement réversible n'est pas possible dans le cas d'un équipement nucléaire, nous allons chercher à relâcher cette hypothèse en nous basant sur le travail de Berk[1998]. En effet, l'investissement n'est pas nécessairement optimal, même si la VAN est positive. Une telle situation se produit en particulier si, d'après Pindyck[1991], Dixit et Pindyck[1994], Trigeorgis[1996], la décision d'investissement peut être reportée quand l'investissement n'est pas totalement réversible, la résolution anticipée de l'incertitude pouvant faire

varier la valeur du projet.

L'option d'attente est alors évaluée seulement quand la valeur du projet est modifiée par l'arrivée de nouvelles informations, ce qui résout de manière anticipée l'incertitude. Cette incertitude porte sur deux actifs possibles (actifs sous-jacents), qui permettent d'évaluer l'option réelle :

- les flux de trésorerie pour Cukierman[1980], Bernanke[1983*b*], Brennan et Schwartz[1985], McDonald et Siegel[1986], Titman[1985] et Pindyck[1988*b*], qui se résument dans notre problématique au prix de revient (cf. l'exemple 3.1) ;
- le taux d'intérêt, sachant que les flux de trésorerie peuvent alors être sans risque, comme l'ont envisagé Ingersoll et Ross[1992]. La variation du taux d'intérêt modifie la valeur de tous les projets. La règle de la VAN ne s'applique plus à tout investissement, qui peut être reporté quelle que soit la nature de ses flux de trésorerie. Mais en principe, l'effet de ces taux sur la valeur des projets, identique quel que soit le projet, devrait rendre possible la mise en pratique d'une règle d'investissement, extension de celle de la VAN.

3.4.1 L'approche en équivalent-certain

Nous allons présenter cette approche en équivalent-certain à partir de l'exemple de Berk[1998]. L'objectif de Berk[1998] a été de trouver une règle pratique, sur le modèle de la VAN, pour cette classe de décisions d'investissement qui peuvent être reportées. Pour ce faire, il a utilisé une relation empirique significative entre une variable facilement observable, le taux d'intérêt immobilier, et l'investissement.

Berk[1998] a levé une des hypothèses pour utiliser le critère de la VAN comme règle de décision, qui prend en compte l'incertitude. Si le taux d'intérêt de la période courante est connu, en revanche l'incertitude est supposée porter sur le taux d'intérêt futur. Dès la période suivante et pour le futur, il peut prendre deux valeurs, un taux d'intérêt supérieur $\bar{r}$ et un taux d'intérêt inférieur $\underline{r}$. Il a donc ajusté la règle de la VAN pour incorporer l'option d'attente. Il a démontré que l'évaluation explicite de l'option à partir des prix d'état[66] selon la méthode de Ingersoll et Ross[1992], est équivalente, pour cette classe de projets, à l'utilisation d'un taux d'escompte ajusté dans l'analyse de la VAN. L'ajustement du taux d'actualisation revient à multiplier le taux d'escompte (qui est le taux d'intérêt sans risque) par le ratio du taux

[66] les prix des actifs contingents, qui sont les taux d'intérêt.

d'intérêt directeur sans risque des titres immobiliers remboursables avant échéance[67], par le taux d'intérêt directeur sans risque des titres immobiliers non remboursables avant échéance. Comme les flux de trésorerie sont supposés sans risque, le taux d'escompte se simplifie finalement au taux directeur du titre immobilier remboursable avant échéance (soit $r_t(1)$ pour reprendre les notations qui suivent).

Une entreprise qui retient un projet à la période courante ne devrait pas abandonner l'option d'investir dans un projet de VAN supérieure à la période suivante, si le taux d'intérêt retenu est le taux d'intérêt inférieur $\underline{r}$. L'entreprise finance alors cet investissement en empruntant une obligation immobilière. Tout se passe comme si le prêt immobilier était un portefeuille composé d'une position longue sur l'obligation directrice non remboursable avant échéance, de rendement $r_t^T(1)$ tel que $\frac{1}{r_t^T(1)} = \frac{1}{1+r}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{\underline{r}} + \frac{1}{2}\frac{1}{\underline{r}} + 1\right)$, et d'une position courte sur l'option d'achat américaine de l'obligation, de rendement $r_t(1)$ tel que $\frac{1}{r_t(1)} = \frac{1}{1+r}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{\underline{r}} + \frac{1}{2}\frac{1}{r_t(1)} + 1\right)$, où r est le taux d'intérêt sans risque. Ce portefeuille est dupliqué[68] par une position longue sur l'option d'achat, c'est-à-dire une obligation directrice immobilière remboursable avant échéance. Ces portefeuilles sont équivalents à l'opportunité d'investissement. Donc si le taux d'intérêt est $\underline{r}$ à la période suivante, tout projet de VAN supérieure est retenu grâce au remboursement de l'emprunt, ce qui revient à exercer l'option. Cette stratégie suppose que le financement de l'investissement au taux immobilier n'implique pas de dépense supplémentaire, autrement dit que la VAN de l'investissement actualisée au taux immobilier soit non négative.

3.4.1.1 Les prix de marché prennent en compte l'actualisation - Nous allons adapter à notre problématique l'explication de Berk[1998], qui permet de dépasser le cadre du monopole déterministe pour appliquer le critère de la VAN. En effet il a élargi le champ d'application du critère de la VAN aux projets d'investissement qui génèrent eux-même l'incertitude de leurs flux

[67] sur le modèle des titres américains GNMA (Berk[1998, p. 5]), obligations sur 30 ans, premiers contrats à terme de taux d'intérêt basés sur des titres hypothécaires émis par la *Gouvernment National Mortgage Association*, créé en 1975.

[68] Deux portefeuilles quelconques de valeur finale identique doivent avoir la même valeur initiale, car sinon il y a opportunité d'arbitrage. Or l'évaluation des prix des actifs qualifiés de dérivés, dépend d'un ou de plusieurs actifs de base, comme l'actif sans risque. Quand le marché est complet, il est toujours possible d'obtenir n'importe quel niveau de richesse à partir d'un portefeuille d'actifs de base. La duplication stricte consiste à reproduire tout état d'actif dérivé à l'aide d'un portefeuille (appelé aussi portefeuille d'arbitrage ou actif synthétique) composé d'actifs de base, dont la valeur initiale est celle de l'actif dérivé. Leur valeur finale est forcément identique. L'espérance actualisée de la valeur finale peut être également obtenue indirectement si le vecteur des prix d'état est connu en probabilité.

de trésorerie (par le biais des taux d'intérêt). L'extension de la VAN en univers incertain se fait grâce à la prise en compte de l'attitude par rapport au risque des actionnaires de l'entreprise. L'entreprise doit à l'instant t décider de retenir un projet de capital initial K, reportable sans coût et qui est supposé générer un flux de trésorerie perpétuel[69] se résumant au prix de revient p_t (cf. exemple 3.1). Puisque l'objectif est l'utilisation concrète de ce critère par comparaison avec le taux immobilier directeur, il n'est pas nécessaire de considérer l'investissement total K que nous pouvons alors normaliser à 1[70].

Cette approche consiste à déterminer les équivalents-certains des flux de trésorerie incertains, ou de façon équivalente leurs primes de risque. Cependant il n'est pas évident de les calculer à partir de la méthodologie de la VAN, surtout si le risque n'est pas constant dans le temps. C'est pourtant ce qui arrive concrètement avec les projets à étapes multiples (projets échelonnés dans le temps qui créent des options de programmation, i.e. des options de croissance ou d'abandon), mais cela dépasse notre cadre initial d'option d'attente. La théorie des options utilise alors les prix de marché, les prix-déflateurs contingents, pour obtenir les évaluations neutres au risque ou espérances en équivalent-certain. En effet cette opportunité d'investissement unitaire est assimilable à un titre financier, l'option réelle. Or un titre est un droit sur un processus de dividendes adapté[71] p tel que p_t est le dividende versé par le titre à la date t. Chaque titre se négocie également à un processus de prix adapté R tel que R_t est le prix ex-dividende[72] du titre à la date t. Nous pouvons donc en déduire la valeur de marché du titre, à tout instant t, comme l'espérance par rapport aux prix contingents des dividendes futurs actualisés générés par cette opportunité,

$$R_t(p) = \frac{1}{L(t)} E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} L(s) p_s \right] = E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} \frac{L(s)}{L(t)} p_s \right],$$

où $L(t)$ est le déflateur-prix contingent[73]. L'existence de ce déflateur-prix contingent est la condition nécessaire et suffisante à la vérification de l'absence d'opportunité d'arbitrage[74] par

[69] Il faut choisir pour les projets qui génèrent des flux de trésorerie pendant une durée de vie finie, le taux d'un prêt immobilier dont la maturité coïncide avec le dernier flux de trésorerie.

[70] Cette normalisation revient à établir une règle de décision d'investissement pour une dépense marginale en capital.

[71] Sous la filtration $\mathcal{F}$, un processus adapté X est une suite de variables aléatoires $\{X_0 ... X_t ... X_T ...\}$ telle que la réalisation de X_t est connue en t. Un processus adapté X est une martingale si $\forall t \quad \forall s > t, \quad E_t(X_s) = X_t$.

[72] Puisque le prix (qui ne tient pas compte des dividendes) de ce titre est R_t, le prix cum-dividende à la date t est donc égal à la somme de ce prix et du dividende courant p_t, soit $R_t + p_t$.

[73] Un déflateur-prix contingent est un processus adapté strictement positif qui vérifie à tout instant t cette condition.

[74] L'arbitrage est une opération correctrice, et non stabilisatrice, sans mise de fonds et qui garantit l'obtention

tout couple processus des dividendes - processus des prix, théorème exposé par Duffie[1996, p. 24].

3.4.1.2 Incertitude et attitude des agents face au risque - Si l'évolution du prix de revient suit un mouvement brownien particulier à tendance nulle (et $p_0 = \bar{p}$), ce prix de revient est égal à l'instant t à la réalisation d'un aléa autour de sa moyenne $p_t = \bar{p} + \varepsilon(t)$, où $\bar{p}$ est une moyenne constante du prix de revient et $\varepsilon(t)$ est un bruit blanc. Nous n'écrirons pas cette variable aléatoire sous sa forme conventionnelle $\widetilde{p}$ par simplification. Le bruit blanc $\varepsilon(t)$ est de moyenne nulle, $E_t[\varepsilon(t)] = 0$, et il mesure la part du risque du prix de revient puisque le risque propre, ou risque non systématique, du prix de revient se mesure par la variance[75] de cet aléa, σ_ε^2. Le prix ex-dividende du projet d'investissement en t se récrit :

$$R_t(p) = E_t\left[\sum_{s=t}^{\infty} \frac{L(s)}{L(t)}\left(\bar{p} + \varepsilon(s)\right)\right].$$

Si le flux de trésorerie p_t est risqué, il est assimilable à une loterie risquée.

Or en reprenant le raisonnement mené en univers certain et donc sans risque, nous nous rendons compte que l'entreprise choisit l'investissement dans un sous-ensemble de projets à VAN positive. Ce critère est cohérent avec la maximisation de la valeur de marché de l'actif de l'entreprise. Une telle maximisation correspond à la maximisation de la richesse des actionnaires, ce qui leur permet de maximiser l'utilité de leur consommation dans un marché des capitaux complet et parfait (puisque le raisonnement est mené dans le cas certain). Finalement tous les agents, y compris ceux qui possèdent le capital de l'entreprise, sont considérés comme des consommateurs. L'agent représentatif de l'économie est alors le consommateur moyen ou indifféremment l'investisseur moyen.

En incertitude, la structure complète de marchés contingents, "à la Arrow-Debreu"[76], reste primordiale. En effet si les consommateurs ont un comportement concurrentiel sur ces marchés,

d'un revenu net ou d'un profit d'arbitrage certain positif. Il illustre le principe de l'unicité d'un bien ou d'un actif financier sur un marché parfait. Donc en absence d'opportunité d'arbitrage, le prix d'une option peut être évalué par duplication sur le marché de cette option par un portefeuille d'actifs existants.

[75] La variance d'un bruit blanc est unitaire $\sigma_\varepsilon^2 = 1$. Cependant par extension, nous pourrons admettre un mouvement aléatoire p_t de moyenne constante $\bar{p}$ ($E_t(p_t) = E_t(\bar{p} + \varepsilon_t) = \bar{p}$) et de variance σ_ε^2 ($Var_t(p_t) = Var_t(\bar{p} + \varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$).

[76] Une structure complète de marché à la "Arrow-Debreu" se définit à partir de deux dates ex ante et ex post. A la date ex ante, l'avenir est incertain mais l'espace des états de la nature est connu et fini. A la date ex post, chaque agent observe l'état de la nature qui s'est réalisé et agit en conséquence. Si à la date ex ante, un marché pour chaque bien et pour chaque état de la nature s'est créé, alors il y a une structure complète de marchés à la "Arrow-Debreu".

il existe alors un équilibre concurrentiel et "l'équilibre concurrentiel est un optimum de Pareto ex ante et, à tout optimum de Pareto ex ante, on peut associer des prix et des revenus tels que l'équilibre concurrentiel associé coïncide avec cet optimum de Pareto" d'après Laffont[1991, p. 77]. Pour cela, il faut admettre que les dotations initiales des consommateurs sont positives et que leurs préférences sont représentées par un préordre convexe et continu sur leur ensemble de consommation. Les préordres de préférences sont convexes pour des fonctions d'utilité de Von Neumann-Morgenstern concaves, c'est-à-dire pour des agents qui présentent une aversion pour le risque.

Donc en univers incertain, le marché des capitaux reste complet mais imparfait. L'incertitude se résout graduellement (ce qui correspond à notre hypothèse d'efficience semi-forte[77]), et la prévision des flux de trésorerie futurs, s'ils ne sont pas garantis de façon contractuelle, est imparfaite et soumise à erreur. Le risque et l'attitude des investisseurs face au risque sont alors à prendre en compte dans le processus de budgétisation du capital et en particulier dans le critère de la VAN. En incertitude, une variable aléatoire n'est pas caractérisée par une seule valeur, un seul état possible, mais par une distribution de probabilité sur des états possibles. La volatilité des états possibles, c'est-à-dire la dispersion de l'erreur autour des flux de trésorerie, constitue la mesure du risque de la variable incertaine.

Berk[1998] a utilisé l'approche en équivalent-certain pour l'ajustement au risque. Cette approche étend directement le critère de la VAN en incertitude. Les flux de trésorerie incertains de chaque instant p_t sont remplacés par leur équivalent-certain $\mathbb{P}$, défini par Theil[1957][78], de même valeur actuelle escomptée au taux d'intérêt sans risque (dont l'approximation est donnée pour Trigeorgis[1996] par les bons du Trésor américains à trois mois ou par les indices de marché, considérés comme sans risque défaut). L'approche en équivalent-certain décompose les effets du temps (c'est-à-dire la valeur temporelle de la monnaie en univers certain) et de l'incertitude (ou de l'aversion au risque) pour la VAN d'un investissement puisqu'elle escompte la valeur temporelle de la monnaie au taux d'intérêt sans risque tout en prenant en compte l'aversion au risque à travers l'équivalent-certain du prix de revient. La VAN s'écrit, selon cette approche en

[77] La variable d'état (le flux de trésorerie ou le taux d'intérêt) contient toute l'information publique de la période courante, cf. chapitre 2.

[78] L'équivalent-certain d'une loterie est le gain certain de même utilité que la loterie considérée (cf. Theil H.[1957], A note on certainty in dynamic planning, *Econometrica* 25, 346-349).

équivalent-certain et en reprenant les notations initiales :

$$R(r) = -1 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\mathbb{P}}{(1+r)^t}$$

où $\mathbb{P}$ est l'équivalent-certain du flux de trésorerie à tout instant t du temps et r est le taux d'intérêt sans risque. Il faut noter que le risque est supposé ici constant dans le temps.

Il existe alors un flux de trésorerie équivalent-certain $\mathbb{P}$ tel que l'utilité de ce flux équivalent-certain est égal à l'espérance de l'utilité de la loterie, $u(\mathbb{P}) = Eu(p_t)$. Si l'investisseur moyen est "averse au risque"[79] pour reprendre la terminologie de Laffont[1991, p. 269], sa fonction d'utilité est concave et une propriété importante des fonctions concaves, connue comme l'inégalité de Jensen, énonce que $Eu(p_t) < u(Ep_t)$. Elle est illustrée comme suit par Laffont[1991] :

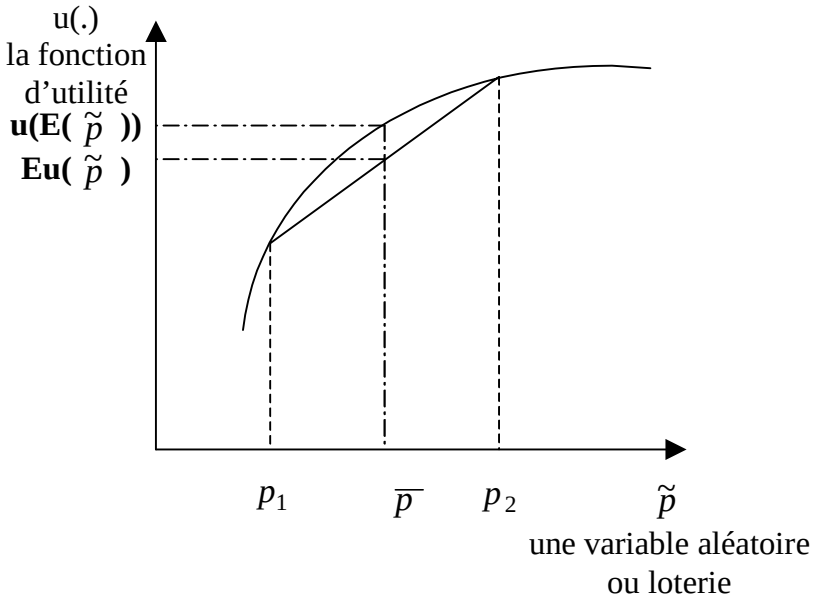

Fig. 1.6: L'aversion pour le risque exprimée par la concavité de la fonction d'utilité $u(.)$ de l'agent (Laffont[1991, p. 20]).

L'inégalité de Jensen qui rend compte l'aversion au risque de l'agent devient :

$Eu(p_t) < u(\bar{p})$

[79] Cet investisseur est en général averse au risque, puisqu'il tend à éviter les jeux équitables (c'est-à-dire à somme nulle) importants et qu'il est prêt pour cela à payer une prime. Ainsi il diversifie son portefeuille et exige des rendements plus importants pour des investissements plus incertains. Rappelons ici que la théorie des options réelles estime la valeur d'attente en supposant que l'entreprise est neutre au risque. Par exemple, le risque systématique, ou risque de marché, est pris en compte d'après Pindyck[1991] dans les variations du taux d'actualisation ρ.

$\Longrightarrow u(\mathbb{P}) < u(\bar{p})$ d'après la définition du flux de trésorerie équivalent-certain

$\Longrightarrow \mathbb{P} < \bar{p}$ puisque la fonction d'utilité est croissante, $u' > 0$. Donc le flux de trésorerie équivalent-certain est inférieur à la moyenne du prix de revient ("le prix sûr du bien", Laffont[1991, p. 78]), à différencier des prix conditionnels p_t que l'acheteur n'acquitte que si l'évènement $\varepsilon(t)$ se réalise), $\mathbb{P} = \bar{p} - \pi,\ \pi > 0$. La différence π est définie comme la prime de risque, "prix 'équitable' de l'assurance" (Laffont[1991, p. 76]) contre le risque.

Puisque $\varepsilon(t)$ est un bruit blanc, alors la réalisation de cette variable est connue en t et $E_t[\varepsilon(s)] = \varepsilon(t), \forall s > t$. L'information augmente donc au cours du temps. Cette structure d'information $\mathcal{I}$ correspond bien à l'hypothèse d'efficience semi-forte du marché. Alors le prix ex-dividende du projet d'investissement en t s'obtient à partir du flux de trésorerie équivalent-certain comme :

$$R_t(p) = \left(\bar{p} - \pi\right) E_t\left[\sum_{s=t}^{\infty} \frac{L(s)}{L(t)}\right].$$

De plus le prix du titre directeur qui verse un flux de trésorerie infini, normalisé à 1 pour l'investissement de référence normalisé, est égal à :

$$R_t(1) = E_t\left[\sum_{s=t}^{\infty} \frac{L(s)}{L(t)}\right].$$

Le rendement global d'un tel projet directeur se calcule comme le ratio des flux de trésorerie sur l'investissement normalisé, soit :

$$\frac{1}{r_t(1)} = R_t(1) = E_t\left[\sum_{s=t}^{\infty} \frac{L(s)}{L(t)}\right].$$

Il permet de prendre en compte l'actualisation dans le temps à partir de la date t à laquelle le projet d'investissement est retenu.

Ce taux d'actualisation est le taux directeur immobilier, trouvé empiriquement. Finalement le prix ex-dividende du projet d'investissement en t s'obtient comme le rapport en t de l'équivalent-certain du prix de revient sur le taux directeur immobilier :

$$R_t(p) = \frac{\bar{p} - \pi}{r_t(1)}.$$

La règle de la VAN est utilisée pour décider à chaque instant t de retenir ou non le projet d'investissement, de façon analogue à celle précédente $R(\rho) > K$ et sachant que de plus le capital initial est unitaire. Elle sélectionne l'investissement quand :

$$R_t(p) > 1.$$

Nous avons vu que l'arrivée de nouvelle information ne modifie pas la distribution de probabilité des flux de trésorerie, dont la moyenne est nulle, soit $E_t[\varepsilon(t)] = 0 \quad \forall t$. Le risque apparaît dans un projet d'investissement parce qu'en incertitude, les flux de trésorerie futurs utilisés pour calculer la VAN sont estimés à partir des prévisions d'autres variables originelles, qualifiées par Trigeorgis[1996, p. 33] de variables primitives ("*primary variables*"). Ces variables primitives regroupent en effet "les coûts du travail et du capital, les prix et les quantités produites vendues, l'hypothèse sur la concurrence, la part de marché de l'entreprise, la taille et la croissance du marché, les taux fiscaux effectifs, les taux d'inflation attendus, la durée de vie de l'équipement" pour Trigeorgis[1996, p. 33]. Ces variables sont incertaines et admettent en général une dispersion d'autant plus grande qu'elles sont estimées dans un futur lointain. Elles entraînent ainsi la variabilité des estimations des flux de trésorerie et par conséquent de la VAN. Or dans notre problématique, les flux de trésorerie se résument au prix de revient. Donc une telle hypothèse correspond à la fois aux projets dont les flux de trésorerie sont sans risque, pour lesquels $\varepsilon(t) = 0$, $\forall t$ (l'entreprise est alors dans un cas déterministe de monopole), et aux projets qui créent eux-même l'incertitude sur les flux de trésorerie du fait des variables primitives, pour lesquels $cov\,(\varepsilon(t), L(t)) = 0$, $\forall t$. Dans ce dernier cas des deux variables orthogonales, l'incertitude s'explique par les fluctuations présentes dans le modèle et non par les variations du prix de revient. Le prix de revient équivalent-certain est alors égal à la moyenne $\bar{p}$, c'est-à-dire que $\pi = 0$. Ce cas correspond aussi à l'entreprise neutre et non plus averse au risque, $Eu(p_t) = u(Ep_t)$. Finalement le flux de trésorerie équivalent-certain est égal à la moyenne de la loterie, $\mathbb{P} = \bar{p}$.

La règle de la VAN revient à choisir l'investissement si :

$$R_t(p) = \frac{\bar{p}}{r_t(1)} > 1.$$

Donc l'instant t tel que le prix ex-dividende du projet d'investissement correspond à l'unité, est la date seuil du déclenchement de l'investissement. Si cet investissement est entièrement financé par un emprunt immobilier normalisé, l'application de la règle de la VAN définit cette date seuil comme la date à laquelle le flux de trésorerie moyen est égal au taux immobilier instantané. Par le remboursement de cet emprunt, l'entreprise duplique sa stratégie d'investissement. Or tout remboursement au-delà de la date seuil se révèle sous-optimal. Il n'est donc pas optimal d'attendre pour investir au-delà de cette date seuil. En revanche il n'est jamais optimal d'investir dans le projet avant cette date seuil puisque l'intérêt courant payé pour le prêt immobilier est toujours supérieur au flux de trésorerie moyen du projet sur la position dupliquée.

Ainsi toute baisse des taux immobiliers abaisse le seuil de déclenchement de l'investissement et augmente l'investissement. Cette corrélation négative entre les taux des obligations immobiliers remboursables et l'investissement est significative, comme l'a testé Berk[1998], à la différence de la relation entre les taux des obligations immobilières non remboursables et l'investissement. En effet Ingersoll et Ross[1992] ont démontré qu'un accroissement des taux des obligations immobilières non remboursables pouvait augmenter ou diminuer l'investissement, parce qu'il augmente la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs mais qu'il diminue en même temps le coût de l'attente.

3.4.2 Deux autres extensions équivalentes au critère de la VAN en incertitude

La VAN sous la forme de l'équivalent-certain s'écrit :

$$R_t(p) = \frac{\bar{p} - \pi}{r_t(1)} - 1.$$

Or nous pouvons constater que le taux d'intérêt immobilier est assimilé au taux d'intérêt sans risque. Nous pouvons donc récrire plus simplement la VAN comme :

$$R(p) = R_0(p) = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\bar{p} - \pi}{(1+r)^t} - 1,$$

où $r_0(1) = \sum_{t=1}^{\infty}(1+r)^t$ et le projet d'investissement est retenu à l'instant $t = 0$ (l'investissement est réalisé à cette date $t = 0$ et il ne commence à générer des flux de trésorerie qu'à partir de l'instant suivant $t = 1$). Cette formulation nous permet d'établir l'équivalence de cette approche avec deux autres extensions du critère de la VAN qui prennent en compte l'incertitude. Ces deux approches équivalentes sont celle du taux d'escompte ajusté au risque, "*risk-adjusted discount rate*", et le modèle d'évaluation des actifs financiers ou MEDAF, "*Capital Asset Pricing Model (CAPM)*". Ce ne sont pas des approches alternatives à celle de Berk[1998] comme les trois présentées par la suite, même si toutes sont des formes traditionnelles de budgétisation du capital.

Ces trois approches équivalentes cherchent à intégrer le risque dans le critère élaboré en univers certain, la VAN. L'objectif est d'étendre le critère certain en univers risqué (et non en univers incertain, ce qui met en évidence les limites d'une telle extension). Ce risque est supposé modifier soit le flux de trésorerie (comme nous l'avons vu en §2.4), soit le taux d'actualisation (le taux d'escompte est ajusté au risque, cf. §3.4.2.1), soit encore les préférences des agents (les agents évaluent différemment les actifs, cf. §3.4.2.2).

3.4.2.1 Le taux d'escompte ajusté au risque - Pour établir l'équivalence de cette approche avec celle de l'équivalent-certain, nous allons tenir compte de la simplification introduite par Berk[1998], à savoir que le risque reste constant dans le temps. Signalons toutefois qu'il est possible de généraliser cette démonstration au cas où le risque fluctue dans le temps. Mais cela ne fait qu'alourdir les calculs, sans généraliser néanmoins cette méthode au cas incertain.

a) Définition de cette méthode

En univers certain, l'objectif de l'entreprise est de maximiser sa valeur de marché. Le critère de la VAN, qui est utilisé pour sélectionner (et retenir ou non) les projets, escompte les flux de trésorerie futurs au coût d'opportunité du capital sans risque. Ce coût d'opportunité du capital sans risque est le taux de rendement nécessaire pour que l'entreprise et ses investisseurs puissent acheter sur le marché un investissement comparable, et correspond finalement au taux d'intérêt sans risque r. Ce coût d'opportunité du capital sans risque d'un projet particulier en univers certain est également le coût des fonds propres, c'est-à-dire le taux de rendement nécessaire exigé par les investisseurs d'une entreprise financée par fonds propres, ces investisseurs s'étant engagés seulement sur des projets de mêmes caractéristiques de risque (de même classe de risque) que le projet d'investissement. Or précisons que les actionnaires n'investissent dans notre problème que dans un projet.

Contrairement à l'approche en équivalent-certain, l'approche du taux d'escompte ajusté au risque ne différencie pas les effets du temps et du risque : le taux d'escompte ρ reflète la valeur temporelle de la monnaie, et de l'aversion au risque. Ce taux d'escompte ajusté au risque ρ est la somme du taux d'intérêt sans risque r utilisé pour escompter la valeur temporelle de la monnaie et d'une prime π' de risque escompté utilisée pour compenser le risque associé au projet, telle que $\rho = r + \pi'$. Puisque ces deux approches sont équivalentes, la valeur actuelle du flux de trésorerie est identique à l'instant t, qu'elle soit estimée par l'une ou l'autre approche. L'équivalent-certain du flux de trésorerie actualisé au taux d'intérêt sans risque est bien égal au flux de trésorerie espéré à l'instant t actualisé au coût d'opportunité du capital ajusté au risque,

$$\frac{\mathbb{P}}{(1+r)^t} = \frac{E[p_t]}{(1+\rho)^t} \Longleftrightarrow \mathbb{P} = E[p_t] \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^t . \tag{1.5}$$

Cette définition du taux d'escompte ajusté au risque ρ suppose son unicité. Or cette hypothèse est réaliste pour la plupart des projets, puisque ce sont des projets pour lesquels la résolution de l'incertitude se fait de façon aléatoire et le temps entre ces évènements aléatoires

est exponentiel. Les flux de trésorerie de ces projets sont caractérisés par un risque déterministe et constant, ou qui évolue selon un processus sans mémoire.

b) Le cas particulier de Robichek et Myers[1966]

La prime de risque du marché est la prime de risque pertinente pour un investisseur moyen sur le marché, ce qui nous permettra ultérieurement d'établir également l'équivalence de ces deux approches avec l'approche par le MEDAF. Cette prime de risque a déjà été définie comme étant égale à la différence entre l'espérance et l'équivalent-certain de la variable,

$$\pi = E[p_t] - \mathbb{P}. \tag{1.5}$$

Or, un coût d'opportunité du capital ajusté au risque unique et constant signifie implicitement que l'incertitude se résout de façon constante dans le temps, impliquant la croissance à taux constant des flux de trésorerie sans risque et de la prime de risque dans le temps. Si $\pi = (1-\mu_t)E[p_t]$, d'après (1.5), l'équivalent-certain est une proportion du flux de trésorerie attendu :

$$\mathbb{P} = \mu_t E[p_t]. \tag{1.6}$$

Nous retrouvons l'écriture de la VAN en équivalent-certain proposée par Robichek et Myers[1966], à savoir :

$$R_t(p) = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\mu_t E[p_t]}{(1+r)^t} - 1, \tag{1.7}$$

où r est le taux d'intérêt sans risque, supposé constant pendant toute la durée de vie T ($T \to \infty$) de l'équipement, et μ_t est le coefficient équivalent-certain. Ce coefficient équivalent-certain est défini comme étant le ratio de l'équivalent-certain sur la moyenne du prix de revient, $\mu_t = \frac{\mathbb{P}}{E[p_t]} = 1 - \frac{\pi}{E[p_t]}$, $\mu_t \in [0;1]$. Ce coefficient compense les risques, qui comprennent les risques financiers, de l'investissement en permettant d'escompter les flux de trésorerie au taux sans risque plutôt qu'au coût d'opportunité du capital ajusté au risque. Une valeur élevée du coefficient signifie donc que le flux de trésorerie futur est peu risqué. A la limite un coefficient $\mu_t = 1$ correspond à un flux de trésorerie futur qui ne présente pas de risque systématique et qui ne comprend donc pas de prime de risque : l'équivalent-certain est donné par la moyenne du prix de revient.

Nous pouvons constater que plus le risque est grand, plus la prime de risque π est élevée pour compenser un risque supérieur. Or si le risque est constant par période, il se cumule sur l'échéancier du projet. La prime de risque π augmente donc à taux constant α, période après

période. Elle augmente également d'une période sur l'autre d'un incrément π' actualisé, $\frac{\pi'}{1+r}$. Finalement, nous obtenons le taux constant de croissance de la prime de risque :

$$\alpha = \frac{\pi'}{1+r}. \tag{1.8}$$

D'où l'équivalent-certain du prix de revient est donné, sous forme discrète comme la VAN, par :

$\mathbb{P} = E[p_t]\left[1-(1+\alpha)^{-t}\right] = E[p_t]\left[1-\left(\frac{1+r+\pi'}{1+r}\right)^{-t}\right]$ d'après (1.8),

$\Longrightarrow 1-\frac{\mathbb{P}}{E[p_t]} = \frac{E[p_t]-\mathbb{P}}{E[p_t]} = \frac{\pi}{E[p_t]} = \left(\frac{1+r+\pi'}{1+r}\right)^{-t}$ par définition de la prime de risque (1.5),

$\Longrightarrow \frac{\pi}{(1+r)^t} = \frac{E[p_t]}{(1+r+\pi')^t}$

$$\Longrightarrow \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\pi}{(1+r)^t} - 1 = \sum_{t=1}^{\infty}\frac{E[p_t]}{(1+r+\pi')^t} - 1, \tag{1.9}$$

si nous écrivons les VAN selon leurs formes en équivalent-certain ou en taux ajusté au risque (taux unique et croissance du risque à taux constant dans le temps). Donc $\rho = r + \pi'$, ce qui montre de façon explicite que le taux d'actualisation prend en compte le risque systématique du marché.

En comparant (1.9) et (1.7), le coefficient équivalent-certain est égal à :

$$\mu_t = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^t = \frac{\frac{E[p_t]}{(1+\rho)^t}}{\frac{E[p_t]}{(1+r)^t}}.$$

Ce coefficient équivalent-certain μ_t se réinterprète comme le pourcentage de réduction de la valeur actuelle qui résulte du risque, c'est-à-dire la proportion de la valeur actuelle des flux de trésorerie escomptés à la fois à la valeur temporelle de la monnaie et du risque (au taux d'escompte ajusté au risque ρ) par rapport à la valeur actuelle des flux de trésorerie escomptés seulement dans le temps (au taux d'intérêt sans risque r).

Un coût d'opportunité ajusté au risque constant ρ implique donc que le coefficient équivalent-certain μ_t décroît à taux constant dans le temps, et correspond à un risque de marché constant et à un risque total croissant à taux constant. C'est à partir de ces hypothèses posées sur le risque, que nous retrouverons l'équivalence avec le MEDAF.

Finalement n'importe quel projet appartenant à la même classe de risque que l'entreprise n'affecte pas son risque total s'il est retenu. Il sera donc escompté au coût moyen d'opportunité du capital, rendement espéré prenant en compte le risque de l'entreprise appréhendé à travers l'entreprise par les investisseurs. Tout projet de risque différent du risque moyen de l'entreprise modifiera, s'il est retenu, le risque total de l'entreprise et la fera changer de classe de risque. Il sera escompté à un taux différent du coût moyen d'opportunité du capital, le coût marginal

d'opportunité du capital pour ce projet particulier (ou pour tout autre investissement appartenant à la même classe de risque que ce projet si cela avait été le cas). Ce taux, déterminé par le coût marginal d'opportunité du capital, sera inférieur ou supérieur au coût moyen selon qu'il réduit ou augmente le risque total de l'entreprise.

La prime de risque π pertinente pour l'investisseur moyen sur le marché est la prime de risque du marché. Elle s'obtient par le MEDAF comme une proportion de la covariance entre les rendements du projet p_t et du marché $\widetilde{r}_{mt}$, $\pi = \lambda cov(p_t, \widetilde{r}_{mt})$. Le fait de supposer qu'elle est constante, permet d'appliquer ce résultat d'une période à plusieurs périodes. Elle sert également à démontrer l'équivalent des deux formes précédentes du critère de la VAN avec ce modèle.

3.4.2.2 Le modèle d'évaluation des actifs financiers, le MEDAF - Pour prendre en compte l'incertitude, l'entreprise n'est supposée contenir que ses actionnaires (il n'y a pas de divergence d'intérêt entre actionnaires et investisseurs). Son objectif vise alors à maximiser les richesses de ses actionnaires, sachant que le marché oriente leurs attitudes par rapport au risque. L'actionnaire moyen est donc l'investisseur moyen sur ce marché et tend à réduire son risque par diversification[80] en détenant un portefeuille de titres financiers différents. Ce modèle d'évaluation des titres financiers proposé par Sharpe[1964] et Lintner[1965][81], se fonde sur l'approche en espérance-variance de Markowitz[1952][82].

a) Hypothèses

Les hypothèses standard du MEDAF sont celles d'un modèle financier statique à un seul facteur[83]. En effet, l'entreprise électrique détient un portefeuille d'actifs, qui se compose de placements financiers et du parc de production ; son portefeuille contient un actif sans risque, qui peut être considéré comme un placement à long terme sans risque, et d'un actif risqué, qui

[80] "Au sens large, ce terme signifie : "atténuation du risque par la combinaison au sein du portefeuille de plusieurs actifs financiers". Le concept d'efficience permet d'énoncer la proposition suivante : pour tout investisseur, le portefeuille d'utilité maximale, qu'il choisit s'il est rationnel, est un portefeuille optimalement diversifié" (Cobbaut[1997, p. 145]).

[81] Sharpe N.F.[1964], Capital asset prices : a theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of finance*, 425-442

Lintner J.[1965], Security prices and maximal gains from diversification, *Journal of finance*, 587-616

[82] Markowitz H.M.[1952], Portfolio selection, *Journal of finance*, repris dans Markowitz H.M.[1959], Portfolio selection : efficient diversification of investments, John Wiley, New-York

[83] Il n'y a en effet par hypothèse qu'un seul facteur commun à toutes les valeurs qui covarie de manière systématique avec les rendements des valeurs mobilières.

est l'opportunité d'investissement envisagée.

Ces hypothèses concernent tout d'abord le comportement des investisseurs qui optimisent leur position sur le marché en moyenne-variance :

- ces investisseurs sont rationnels et ont pour objectif de maximiser l'utilité espérée de leur richesse finale ;
- les investisseurs ont de l'aversion vis-à-vis du risque et diversifient leur parc de production efficacement sur la base des rendements du parc en moyenne-variance ;
- les investisseurs ont des espérances homogènes : ils font à chaque instant les mêmes prévisions en probabilités sur le rendement et le risque de chaque projet, ainsi que sur les liens entre les rendements des investissements pris deux à deux. L'information est donc symétrique.

Elles sont complétées par les hypothèses suivantes :

- il existe un taux d'intérêt sans risque r auquel les investisseurs prêtent et empruntent. Ce taux est donné par le rendement attendu de l'actif sans risque, un bon du Trésor ou un indice de marché[84] par exemples ;
- tous les actifs sont parfaitement divisibles et liquides, ce qui correspond à notre problématique d'investissement dans un kWh et de son financement ;
- le marché est concurrentiel de sorte que les investisseurs ne croient pas qu'ils peuvent influencer les prix des actifs à travers leurs actions. Les investisseurs sont preneurs de prix ("*price-takers*"), et dans notre cas, l'évolution du prix de revient est imposée par le régulateur et le montant de chaque actif est donné.

b) Le lien de chaque projet avec le marché

La diversification abaisse le risque. En effet les prix des différents actifs ne varient pas parfaitement ensemble, ce qui revient à dire que leurs rendements ne sont pas parfaitement corrélés. Les variations opposées des différents actifs d'un portefeuille tendent alors à s'annuler, de sorte que la variabilité de ce portefeuille est bien moins importante que la somme des variances individuelles de ces actifs. Le risque total d'un portefeuille d'actifs peut être inférieur à la variabilité moyenne des titres individuels qui le composent multipliée par le nombre d'actifs, et

[84] Cobbaut[1997] a fait remarqué que l'indice boursier est en principe utilisé car il répond aux trois conditions suivantes, à savoir qu'il est exhaustif, pondéré et que c'est un indice de rendement et pas seulement un indice de prix.

cette différence dépend de la corrélation des rendements de ces actifs. Quand la diversification des opportunités est possible, le risque pertinent des rendements d'un actif est seulement la contribution de cet actif au risque total du portefeuille. Or le risque pertinent d'un nouveau titre (soit pour nous d'un nouveau projet d'investissement), pour lequel l'investisseur moyen demande une prime, est donné par la contribution marginale de l'actif au risque de portefeuille de marché. Cette contribution dépend donc de la covariance entre les rendements de l'actif et du portefeuille de marché.

L'investisseur moyen ne demande pas de prime pour la part de risque de l'actif qui peut être diversifiée puisqu'il peut alors sélectionner sur le marché n'importe quels titres pour construire un portefeuille efficient[85], le portefeuille de marché. Le risque spécifique, encore appelé risque propre ou risque non systématique à l'actif, disparaît par diversification. La diversification est différente si elle est faite par l'entreprise ou par les investisseurs. L'entreprise étant comparée à un portefeuille de projets, le risque pertinent et la valeur du nouvel investissement proposé dépendent de l'effet du projet sur le risque total de l'entreprise, en particulier par le biais de la covariance entre les rendements de l'investissement et des équipements existants dans le parc de production. La VAN du projet n'est plus additive et l'entreprise peut remettre en question la diversification. En revanche, cette diversification n'est pas un objectif légitime pour les investisseurs quand l'entreprise est dans une situation très risquée et le nouveau projet est très important modifiant ainsi sa probabilité de faillite, quand les actionnaires ont investi la totalité de leur capital dans l'entreprise, ou quand il existe des synergies entre l'investissement envisagé et le parc de production détenu. Cependant nous nous intéressons à un investissement incrémental à partir d'un parc de production normalisé à 0. La valeur du projet proposé est indépendante des risques des autres équipements du parc et sa VAN est additive. La covariance des rendements du projet et du marché reste par contre importante pour déterminer la prime de risque demandée par des investisseurs. Nous pouvons également en déduire simplement que la diversification est un objectif pertinent pour l'entreprise et ses actionnaires.

Le risque pertinent est le risque systématique qui n'est pas diversifiable. Le MEDAF définit ce risque par la covariance entre le rendement de l'actif et celui du marché. Il établit ensuite

[85] "Un portefeuille est efficace au sens du critère moyenne-variance _ on dit aussi MV-efficace _ s'il n'existe pas de portefeuille de même espérance de rendement et de variance strictement inférieure" (Rochet et Demange[1997, p. 26]). Tout portefeuille efficient résulte d'une combinaison de l'actif sans risque et du portefeuille de marché. De plus l'investisseur moyen choisit, parmi les portefeuilles efficients possibles, le portefeuille qui maximise son utilité. Alors tout se passe comme si deux actifs étaient échangés : l'actif sans risque et le portefeuille MV-efficace, qui peut s'interpréter comme un fonds commun de placement.

la relation linéaire entre ces deux rendements : $\widetilde{r}_{jt} = \alpha_{jt} + \beta_j \widetilde{r}_{mt} + \varepsilon_j$, où $\widetilde{r}_{jt}$ est le rendement du projet j sur la période, $\widetilde{r}_{mt}$ est le rendement du marché sur cette même date et ε_j est un terme d'erreur résiduelle spécifique à l'entreprise. Les deux coefficients α_j et β_j sont donnés par estimation de cette régression. La demi-droite caractéristique de la valeur, "*Security Characteristic Line (SCL)*", décrit cette relation entre les rendements de l'actif et du marché : $E[\widetilde{r}_j/\widetilde{r}_m] = \alpha_j + \beta_j E[\widetilde{r}_m]$. L'aléa ε_j représente la déviation des rendements réels de l'actif j de ses rendements espérés prévus par la régression. Alors le risque total du projet j est mesuré par la variance de ses rendements : $Var(\widetilde{r}_j) = \beta_j^2 Var(\widetilde{r}_m) + Var(\varepsilon_j)$, où $Var(\widetilde{r}_m)$ reste constant quel que soit l'actif j. Le risque de total du projet se décompose bien en risque de marché, systématique et non diversifiable, et en risque spécifique. Nous avons déjà montré, à l'aide de l'inégalité de Jensen, que le risque est rémunéré par la prime de risque parce que l'investisseur moyen est averse au risque. Or le risque non systématique est éliminé en diversifiant le portefeuille. L'investisseur moyen qui a diversifié son portefeuille, demande une prime de risque en terme de rendement attendu supérieur pour compenser seulement le risque systématique de l'actif qui est mesuré par le coefficient β_j.

Le MEDAF, à la suite de Sharpe [1964], Lintner[1965] et Treynor[1965][86], sert donc aussi à établir la relation[87] entre le rendement de l'actif et le risque non diversifiable, la demi-droite du marché des valeurs ou SML ("*Security Market Line*"), $E[\widetilde{r}_j] = r + \beta_j(E[\widetilde{r}_m] - r)$, où $E[\widetilde{r}_j]$ est le risque attendu du titre et $E[\widetilde{r}_m]$ est le risque attendu du marché. Cette écriture met en évidence la relation entre la prime de risque de l'actif et la prime de risque du marché puisqu'elle peut se récrire :

$$\pi = E[\widetilde{r}_j] - r = (E[\widetilde{r}_m] - r)\beta_j. \tag{1.10}$$

Son estimation par régression des moindres carrés ordinaires donne la valeur de sa pente qui mesure la volatilité relative de l'actif par rapport au marché :

$$\beta_j = \frac{cov(\widetilde{r}_{jt}, \widetilde{r}_{mt})}{Var(\widetilde{r}_{mt})}. \tag{1.11}$$

Rappelons que cette relation s'établit sous les hypothèses du MEDAF, en AOA dans un marché à un seul facteur. De plus, l'approche étant en espérance-variance, les représentations graphiques évoquées sont tracées dans le plan espérance-variance.

[86] Treynor J.L.[1965], How do rate management of investment funds, *Havard business review* 43 n°1

[87] Notons que cette relation est valable même si le portefeuille de l'entreprise n'est pas efficient.

3.4.2.3 L'équivalence de ces méthodes - Berk[1998] a écrit la VAN du projet à partir de sa forme en équivalent-certain, c'est-à-dire d'après la définition générique qui tient compte de certaines simplifications comme l'existence et la constante du taux d'intérêt sans risque :

$$R_t(p) = \sum_{t=1}^{T} \frac{\mathbb{P}}{1+r} - 1.$$

D'après (1.5), la définition de la prime de risque est déduite de l'équivalent-certain $\mathbb{P} = E[p_t] - \pi = \bar{p} - \pi$. D'après les équations (1.10) et (1.11) du MEDAF, cette définition s'écrit également :

$\pi = E[\widetilde{r}_{jt}] - r = \left(E[\widetilde{r}_{mt}] - r\right)\beta_j = \left(E[\widetilde{r}_{mt}] - r\right)\frac{cov(\widetilde{r}_{jt},\widetilde{r}_{mt})}{Var(\widetilde{r}_{mt})}$

$\Longleftrightarrow \pi = \frac{E[\widetilde{r}_{mt}]-r}{var(\widetilde{r}_{mt})} cov(\widetilde{r}_{jt},\widetilde{r}_{mt})$

$$\Longrightarrow \pi = \lambda cov(\widetilde{r}_{jt},\widetilde{r}_{mt}), \tag{1.12}$$

où

$$\lambda = \frac{E[\widetilde{r}_{mt}] - r}{Var(\widetilde{r}_{mt})}. \tag{1.13}$$

C'est le prix de marché du risque pour la période, c'est-à-dire la prime par unité de risque de marché (Trigeorgis[1996, p. 47]).

La prime de risque des flux de trésorerie pertinente pour le marché est donnée par :

$$\pi = \lambda cov(p_t, \widetilde{r}_{mt}). \tag{1.14}$$

La valeur des flux de trésorerie d'un instant t s'inscrit à partir de l'information disponible à l'instant précédent $(t-1)$:

$$V_{t-1} = \frac{E_{t-1}[p_t] - \lambda cov(p_t, \widetilde{r}_{mt})}{1+r}. \tag{1.15}$$

Cependant le MEDAF ne permet que d'établir la corrélation entre le rendement de l'équipement de production et celui du marché :

$$cov(\widetilde{r}_{jt},\widetilde{r}_{mt}) = cov(\frac{p_t}{V_{t-1}-1},\widetilde{r}_{mt}) = \frac{cov(p_t,\widetilde{r}_{mt})}{V_{t-1}}. \tag{1.16}$$

Si nous remplaçons (1.16) dans (1.15),

$V_{t-1}(1+r) = E_{t-1}[p_t] - \lambda V_{t-1} cov(r_{jt}, r_{mt})$

$\Longleftrightarrow V_{t-1} = \frac{E_{t-1}[p_t]}{1+r+\lambda cov(r_{jt},r_{mt})}$.

En suivant ce raisonnement par récurrence, la VAN s'écrit alors sous la forme obtenue pour le taux d'escompte ajusté au risque :

$$R(\rho) = \sum_{t=1}^{T} \frac{E_0[p_t]}{(1+\rho)^t} - K = \sum_{t=1}^{T} \frac{E[p_t]}{(1+\rho)^t} - K,$$

où ρ est le taux d'escompte ajusté au risque donné par le MEDAF, à savoir :

$$\rho = r + \lambda cov(\widetilde{r}_{jt}, \widetilde{r}_{mt}).$$

Ces trois approches sont bien équivalentes.

3.4.3 Trois approches alternatives pour intégrer l'incertitude dans le critère de la VAN

La réalité d'un environnement incertain et risqué introduit la possibilité de retarder les choix d'investissement. Ces différentes méthodes prennent en compte l'aléa dû à l'incertitude sur les flux de trésorerie et donc sur la VAN.

3.4.3.1 L'approche de la sensibilité - Nous avons vu que les estimations des flux de trésorerie dépendent des estimations de variables primitives. Cette analyse a pour objectif de déterminer les variables primitives et leur impact sur la VAN. Ainsi la VAN se calcule à partir d'un scénario de base. Puis la variation de chaque variable primitive est estimée à un moment précis dans le temps, les autres variables étant supposées constantes à leur valeur dans le scénario de base. Cette variation est prise en compte dans le calcul de la VAN que l'analyse compare à celle du scénario de base. La différence est une estimation de la sensibilité de la VAN par rapport à une variable primitive donnée. Cette méthode est utile pour identifier les variables qui contribuent le plus au risque de l'investissement, puisqu'une variable peut être très risquée par rapport aux autres mais ne contribuer au risque de la VAN du projet que de façon peu significative. Finalement la sensibilité est une méthode de second rang en incertitude, qui détermine l'impact des variations des variables primitives sur la VAN d'un projet et l'avantage d'un projet sur un autre.

Les limites se concentrent autour de trois interdépendances que cette méthode ignore. En effet, des combinaisons de plusieurs variables peuvent contribuer simultanément au risque de la VAN d'un projet. Il existe aussi des interdépendances entre les variables primitives, l'une contribuant au risque de l'autre. Ainsi il n'est pas correct de calculer l'influence d'une seule variable primitive sur le risque de la VAN. Enfin les variables sont constituées en séries temporelles,

chaque chronique de variable primitive montrant l'évolution de la variable dans le temps. Ces limites seront dépassées par les simulations de Monte Carlo, technique numérique d'évaluation des options que nous verrons au chapitre 2.

3.4.3.2 La simulation - La simulation des distributions de probabilité des variables primitives des flux de trésorerie d'un projet, permet d'obtenir les distributions de probabilité, ou profils de risques des flux de trésorerie puis de la VAN. Cette méthode se décompose en quatre étapes. Premièrement, l'identification des variables primitives se fait en général par l'approche de la sensibilité, et comprend également leurs interdépendances entre elles et dans le temps. Il faut ensuite spécifier les distributions de probabilité de chaque variable primitive, ce qui permet de calculer les flux de trésorerie nets sur chaque période. Enfin la répétition de ce processus dans le temps, selon le nombre de périodes, génère la VAN.

Les limites de la simulation concernent les interdépendances des chroniques des variables primitives, ainsi que le taux d'escompte ajusté au risque utilisé puisqu'il s'agit en environnement incertain de simuler la VAN du projet. En effet la VAN ne correspond plus au prix du projet sur les marchés de capitaux concurrentiels et un même projet peut avoir plusieurs VAN possibles qu'il nous faut simuler. La décision d'investissement est donc basée sur la distribution de probabilité, encore appelée profil de risque de la VAN, même si seule la VAN attendue escomptée au taux d'intérêt sans risque est retenue. La variance de la VAN n'est pas une mesure du risque total mais celle du risque systématique. Interprétée comme une mesure du risque total, la VAN n'est plus additive et l'entreprise ne peut plus examiner chaque projet individuellement. Ce phénomène est renforcé si les investisseurs de l'entreprise ont l'opportunité de diversifier une partie de ce risque en achetant d'autres actifs sur le marché. De plus Myers[1976] a mis en évidence que les queues de distributions de probabilité de la VAN ainsi obtenues n'ont aucun sens. La méthode de Monte Carlo, qui est une technique "*forward*" (de déroulement vers l'avant), considère à la fois l'impact de toutes les combinaisons des variables primitives et se base sur une distribution de probabilité symétrique robuste de la VAN. La simulation reste utile, même en théorie des options réelles, pour déterminer l'équivalent-certain et les distributions de probabilité neutres au risque avec un procédé rétroactif ("*backward*") d'évaluation neutre au risque.

3.4.3.3 L'arbre de décision - L'arbre établit la structure hiérarchique du problème de décision et montre toutes les actions possibles contingentes à tous les états possibles de la nature. C'est donc une procédure rétroactive, qui consiste à prendre en compte toutes les décisions subséquentes à une décision initiale. L'analyse par l'arbre de décision ("*decision-tree analysis, DTA*") reconnaît explicitement l'interdépendance entre la décision initiale et toutes les décisions qui s'en déduisent.

La première limite réside dans la multiplication des états contingents, ce qui rend l'arbre de décision illisible. Ensuite considérer les évènements comme discrets alors que la résolution de l'incertitude se fait à taux constant dans le temps, et que les choix de décisions sont continus, soulève le problème des taux d'escompte. Les divers évènements et périodes sont actualisés à des taux différents ajustés au risque (chaque taux correspondant au coût d'opportunité du capital pour les actifs de risque similaire), et non au taux d'intérêt sans risque. La construction "*forward*" de l'arbre de décision, qui utilise les probabilités réelles et les taux attendus de rendement, diffère donc de la méthode d'escompte rétroactive au taux d'intérêt sans risque basée sur l'équivalent-certain et les probabilités neutres au risque.

3.5 Limites de ces extensions à la stochastique

Le MEDAF met en évidence deux limites théoriques principales, qui concernent l'horizon limité du modèle à une seule période et l'hypothèse des préférences des agents qui sont du type moyenne-variance. La première limite est illustrée par le fait que les prévisions empiriques du MEDAF sont infirmées par les études économétriques. En effet Black, Jensen et Scholes[1972][88] ont montré que le modèle surestime les rendements des titres à β élevé et sous-estime ceux à β faible.

Remarquons cependant que le MEDAF permet de retrouver la théorie de Modigliani et Miller[1958] et nous permettra d'introduire la question du financement de l'investissement.

3.5.1 Le MEDAF en continu, ICAPM

Pour généraliser le MEDAF en dynamique, Merton[1969, 1971, 1973] a pris en compte les comportements de consommation, d'épargne et de choix de portefeuille de l'agent moyen rationnel puisque dans un marché complet, un processus de revenu peut toujours être dupliqué

[88] Black F., Jensen M.C. et Scholes M.[1972], The capital asset pricing : some empirical tests, in Studies in the theory of capital markets, Jensen M.C. (ed.), Praeger

par une stratégie de portefeuille. Les hypothèses du MEDAF permettent alors de comprendre le comportement courant des investisseurs.

Nous reprenons la présentation de Demange et Rochet[1997] d'une version[89] simplifiée du modèle intertemporel, "*intertemporal capital asset pricing model (ICAPM)*", parce qu'elle ne retient que la gestion de portefeuille. La fonction d'utilité de la consommation est nulle et l'investisseur moyen n'optimise son portefeuille que par rapport à sa richesse finale $K(T)$:

$$\max_{x(.)} E\left[u(K(T))\right], \tag{1.17}$$

où $u(.)$ est une fonction d'utilité terminale, croissante et concave puisque l'investisseur est averse au risque et $x(.)$ est une fonction de répartition de la richesse de l'investisseur.

Cet investisseur moyen répartit son capital initial K_0 entre le titre risqué, à savoir le projet d'investissement qui est rémunéré au prix de revient[90], et un placement non risqué qui rapporte un taux d'intérêt constant r. L'évolution du capital dans le temps provient donc du prix de revient et du taux d'intérêt sans risque. Sa trajectoire est déterminée par le prix de l'équipement (prix du titre) R que nous supposons suivre un mouvement brownien géométrique (cf. annexe 2-a)[91] :

$$\frac{dR}{R} = \mu dt + \sigma dz, \tag{1.18}$$

auquel s'ajoutent les intérêts sans risque. Si nous appelons $x(t)$ la proportion de richesse investie en actif risqué en t, le nombre d'actifs risqués détenus est égal à $\frac{x(t)K(t)}{R(t)}$ et $x(t)$ sert de clé de répartition du capital entre actif risqué et actif sans risque. La variable $x(t) \in \mathbb{R}$ est définie sur l'ensemble des réels, et $x(t) < 0$ signifie que la position sur le titre risqué est à découvert. De même la position peut être à découvert pour le titre sans risque si la proportion $x(t) > 1$. La dynamique dans le temps de la richesse de l'investisseur moyen est donnée par

$$\frac{dK}{K} = x(t)\frac{dR}{R} + (1 - x(t))\, r dt, \tag{1.19}$$

puisqu'en l'absence de distribution de dividende ou de coupon, les modifications de richesse de l'investisseur proviennent uniquement des plus-values ou des moins-values des titres détenus.

[89] Il existe une seconde version du MEDAF intertemporel, dont la solution du problème de contrôle stochastique n'est pas stationnaire. Le rendement de l'actif risqué à l'équilibre est à présent expliqué par la corrélation avec le portefeuille de marché et par celle avec le taux d'intérêt aléatoire. Or nous avons supposé que le taux d'intérêt sans risque est constant.

[90] Nous verrons ultérieurement, dans le chapitre 2, pourquoi nous retenons par simplification l'accumulation des prix de revient nette du capital comme prix de l'actif.

[91] où μ est la dérive, σ est la volatilité et dz est un processus de Wiener standard.

En remplaçant $\frac{dR}{R}$ par son expression en (1.18), l'équation (1.19) se récrit :

$$\frac{dK}{K} = [r + x(t)(\mu - r)]\,dt + \sigma x(t)dz.$$

L'évolution du capital, sous-jacent de l'utilité de la richesse finale, est représentée par l'équation différentielle stochastique (EDS) standard suivante :

$$\begin{cases} \frac{dK}{K} = [r + x(t)(\mu - r)]\,dt + \sigma x(t)dz\,; \\ K(0) = K_0. \end{cases}$$

Finalement l'investisseur moyen maximise l'utilité de sa richesse finale dans le programme de contrôle optimal suivant :

$$[\mathcal{P}(t, K(t))] \begin{cases} \max\limits_{x(.)} E[u(K(T))]\,; \\ \frac{dK}{K} = [r + x(t)(\mu - r)]\,dt + \sigma x(t)dz\,; \\ K(0) = K_0, \end{cases}$$

où $x(t)$ est la variable de contrôle et $K(t)$ est la variable d'état[92].

Nous cherchons à obtenir la condition du premier ordre de l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman stochastique. Pour cela, nous écrivons le Hamiltonien de ce problème, pour la variable d'état $K(t)$, à partir de sa définition, sachant que la fonction d'utilité de la consommation est ici nulle (cf. Demange et Rochet[1997, p. 263]) :

$$\mathcal{H} = \lambda K(t)[r + x(t)(\mu - r)] + \frac{1}{2}\gamma[K(t)\sigma x(t)]^2,$$

où λ et γ sont les variables adjointes telles que $(\lambda, \gamma) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^*_-$ (puisque nous cherchons un maximum). Ces variables adjointes ont, en liaison avec le principe de maximum de Pontriaguine, une interprétation économique en termes de prix duaux des variations de la variable d'état.

La forme du Hamiltonien, fonction objectif instantanée, est quadratique par rapport à la variable d'état et l'équation de mouvement est linéaire. Le problème est donc linéaire quadratique et cette structure permet de résoudre l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman stochastique. La démarche pour résoudre un problème de contrôle optimal stochastique passe d'abord par l'optimisation du Hamiltonien :

$$\mathcal{H}^*(t, K, \lambda, \gamma) = \max_{x(.)} \mathcal{H}(t, K, \lambda, \gamma, x)$$

[92] Plus exactement, les variables d'état sont $(K(t), R(t))$, mais $R(t)$ n'intervient pas car les coefficients de son évolution sont constants.

$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{H}}{dx(t)} = \lambda K(t)\left(\mu - r\right) + \gamma K^2(t)\sigma^2 x(t) = 0$

$$\Longrightarrow x^*(t, K, \lambda, \gamma) = \left(-\frac{\lambda}{\gamma K(t)}\right)\left(\frac{\mu - r}{\sigma^2}\right). \tag{1.20}$$

$x^*(t, K, \lambda, \gamma)$ est la valeur de la variable de contrôle à l'optimum et solution de la maximisation. Alors le Hamiltonien à l'optimum prend pour valeur :

$$\mathcal{H}^*(t, K, \lambda, \gamma) = \lambda K(t) r + \frac{1}{2}\left(-\frac{\lambda^2}{\gamma}\right)\left(\frac{\mu - r}{\sigma}\right)^2. \tag{1.21}$$

Puis l'étape suivante se base sur l'écriture de l'équation de Bellman à partir de la fonction valeur $V(t, K(t))$ du problème $\mathcal{P}(t, K(t))$. L'équation de Bellman est la suivante :

$\begin{cases} \frac{\partial V(t,K)}{\partial t} + \mathcal{H}^*\left(t, K, \frac{\partial V(t,K)}{\partial K}, \frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2}\right) = 0\,; \\ V(T, K(T)) = u(K(T)), \end{cases}$

soit d'après (1.21),

$$\begin{cases} \frac{\partial V(t,K)}{\partial t} + K(t) r \frac{\partial V(t,K)}{\partial K} + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu - r}{\sigma}\right)^2 \left(-\frac{\left(\frac{\partial V(t,K)}{\partial K}\right)^2}{\frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2}}\right) = 0\,; \\ V(T, K(T)) = u(K(T)). \end{cases} \tag{1.22}$$

D'après (1.20), le contrôle optimal est égal à :

$$x^*(t, K, \frac{\partial V(t,K)}{\partial K}, \frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2}) = \left(-\frac{\frac{\partial V(t,K)}{\partial K}}{\frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2} K(t)}\right)\left(\frac{\mu - r}{\sigma^2}\right). \tag{1.23}$$

Or $\left(-K(t)\frac{\frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2}}{\frac{\partial V(t,K)}{\partial K}}\right)$ s'interprète comme l'indice relatif d'aversion pour le risque de l'investisseur moyen. "La part de la richesse investie en actif risqué est proportionnelle à l'espérance de rendement excédentaire instantané $(\mu - r)$ de l'actif risqué, inversement proportionnelle au carré de la volatilité σ^2 de l'actif risqué, ainsi qu'à l'indice relatif d'aversion pour le risque de l'investisseur" (Demange et Rochet[1997, p. 270]).

Enfin, la résolution complète de ce problème dans le cas stationnaire, impose une fonction d'utilité terminale particulière que nous supposerons ici iso-élastique :

$$u(K(T)) = \frac{K^{1-\alpha}}{1-\alpha} \; \forall \alpha \in \mathbb{R} - \{1\}, \text{ avec } u(K(T)) = \ln K \text{ pour } \alpha = 1.$$

La recherche de la solution de l'équation différentielle partielle (EDP) de Bellman se fait sous la forme suivante $V(t,K(t)) = \frac{C(t)}{1-\alpha}K^{1-\alpha}$, c'est-à-dire que les dérivées partielles du premier et du second ordre par rapport à la variable de contrôle s'obtiennent comme :

$$\begin{cases} \frac{\partial V(t,K)}{\partial K} = C(t)K^{-\alpha}\,; \\ \frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2} = -\alpha C(t)K^{-1-\alpha}, \end{cases}$$

où $C(t)$ est une fonction du temps selon la méthode de variation des constantes de Lagrange.

Alors l'équation de Bellman (1.22) se récrit

$$\begin{cases} \frac{C'(t)}{1-\alpha}K^{1-\alpha} + rC(t)K^{1-\alpha} + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu-r}{\sigma}\right)^2\left(\frac{C(t)K^{1-\alpha}}{\alpha}\right) = 0\,; \\ V(T,K(T)) = u(K(T)) = \begin{cases} \frac{K^{1-\alpha}}{1-\alpha} & \text{si } \alpha \in \mathbb{R}-\{1\}\,; \\ \ln K & \text{si } \alpha = 1. \end{cases} \end{cases} \tag{1.24}$$

La fonction objectif (1.24) se récrit :

$\frac{C'(t)}{1-\alpha}K^{1-\alpha} + C(t)K^{-\alpha+1}\left(r + \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{\mu-r}{\sigma}\right)^2\right) = 0$

Nous résolvons le problème :

$-\frac{C'(t)}{C(t)} = (1-\alpha)\left(r + \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{\mu-r}{\sigma}\right)^2\right) = C$ une constante

$\Longrightarrow C(t) = e^{-Ct}$.

D'après la première condition terminale (1.24) $u(K(T)) = \frac{K^{1-\alpha}}{1-\alpha}$ (pour $\alpha \neq 1$), la valeur terminale de l'expression $C(T)$ est égale à 1.

Alors la fonction valeur est la suivante :

$$V(t,K(t)) = \frac{e^{C(T-t)}}{1-\alpha}K^{1-\alpha} = \frac{e^{(1-\alpha)\left(r+\frac{1}{2\alpha}\left(\frac{\mu-r}{\sigma}\right)^2\right)(T-t)}}{1-\alpha}K^{1-\alpha}.$$

De plus si nous calculons l'indice d'aversion pour le risque, nous obtenons

$$\left(-K(t)\frac{\frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2}}{\frac{\partial V(t,K)}{\partial K}}\right) = \left(-K(t)\frac{-\alpha C(t)K^{-1-\alpha}}{C(t)K^{-\alpha}}\right) = \alpha.$$

Cet indice est donc constant et indépendant du temps. Nous pouvons en déduire la valeur de la variable de contrôle à l'optimum d'après son expression en (1.23),

$$x^*(t,K,\frac{\partial V(t,K)}{\partial K},\frac{\partial^2 V(t,K)}{\partial K^2}) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\mu-r}{\sigma^2}\right) = \bar{x}.$$

$\bar{x}$ est une constante : la proportion d'actif risqué dans le portefeuille reste constante à $\bar{x}$ dans le temps.

Merton[1973] a généralisé le choix de portefeuille dans le cas de plusieurs actifs risqués (que nous ne présentons pas car cette généralisation est hors de notre cadre d'analyse), en fonction

du portefeuille M-V efficace de l'investisseur moyen. Nous retrouvons à l'équilibre les relations généralisées des marchés financiers du MEDAF en statique. Ainsi le portefeuille de marché est une combinaison des portefeuilles risqués des investisseurs, et il est indépendant du temps. Les rendements des actifs vérifient donc la relation d'équilibre :

$$\rho_i = \mu_i - r = \beta_i \rho_m,$$

où $\rho_i = E[\widetilde{r}_i] - r = \mu_i - r$ est le rendement excédentaire attendu instantané de l'actif i, $\rho_m = E[\widetilde{r}_m] - r$ est l'espérance de rendement excédentaire instantané du portefeuille de marché et β_i est la covariance du rendement instantané du titre i avec le rendement instantané du portefeuille de marché.

3.5.2 Le comportement rationnel du décideur

Tout agent en environnement incertain[93] sait que les conséquences des décisions qu'il prend à la période courante peuvent dépendre dans le futur de facteurs exogènes dont les états ne sont pas connus dès à présent avec certitude. L'environnement est risqué dès que l'incertitude peut être quantifiée, selon la différence introduite par Knight[1921][94] entre le risque et l'incertitude radicale. En environnement risqué, les aléas sont quantifiés par des distributions de probabilité[95]. L'approche en moyenne-variance de Markowitz[1952] qui s'inscrit dans ce contexte d'univers aléatoire, est équivalent à l'approche en termes d'utilité espérée sous deux conditions possibles (Tobin[1958][96]) :

- la réduction de l'ensemble des fonctions d'utilité décrivant les préférences des agents à celles de la forme quadratique ;
- ou la réduction de l'ensemble des lois de probabilité à celui des distributions gaussiennes du rendement de l'actif ou de la richesse finale de l'investisseur moyen.

Si nous voulons mettre l'accent sur le problème du comportement du décideur, que ce soit l'entreprise ou l'investisseur qui est un des actionnaires de l'entreprise, nous devons nous pencher

[93] Cf. Hirshleifer J. et Riley J.C.[1979], The analytics of uncertainty and information - An expository survey, *Journal of economic literature* XVII, 1375-1421

[94] Knight F.[1921], Risk, uncertainty and profit, Houghton Mifflin, New-York

[95] Le décideur dispose d'une liste définie a priori, ou connue, des aléas possibles. Les probabilités portent alors sur les états du monde (les états de la nature) réalisables.

[96] Tobin J.[1958], Liquidity preference as behavior towards risk, *Review of economic studies* 25, 65-86

sur les fondements de ses choix, c'est-à-dire finalement sur ses préférences.

Les préférences de l'agent sont spécifiées par l'axiomatique de Von Neumann et Morgenstern[1944][97] qui s'articule autour des axiomes d'asymétrie et de non transitivité, de l'axiome de substitution appelé également axiome d'indépendance et de l'axiome d'Archimède. Cependant le paradoxe d'Allais[1953][98] a mis en exergue le comportement non rationnel de l'agent, qui remet en question l'axiome d'indépendance.

Savage[1954][99] a étendu cette axiomatique pour comprendre la rationalité de l'agent dans un environnement incertain, et non plus risqué comme Knight[1921]. Les axiomes synthétisent les préférences asymétriques et non transitives, la préférence de l'acte (de la décision) d'après sa conséquence, l'axiome de la "chose sûre (certaine)" de Savage[1954] qui pose l'indépendance entre le choix d'un acte et la réalisation d'un état du monde (d'un évènement, ou du scénario envisagé), la cohérence entre les préférences sur les actes et les préférences sur les conséquences, le lien entre les préférences sur les actes et les distributions de probabilité (un acte préféré est plus probable), la préférence pour un acte quand ses conséquences sont préférées une à une dans les différents états du monde réalisables et l'axiome de continuité qui conserve ces résultats pour une modification de la partition des états du monde réalisables. La relation de préférence doit vérifier cette axiomatique, quelles que soient les probabilités et les fonctions d'utilité, pour décrire le comportement d'un agent rationnel. Les probabilités introduites sont subjectives, puisque leur construction dépend de l'agent qui se sert pour les construire de toute l'information dont il dispose. La fréquence fait partie de cette information. L'aléa (l'incertitude) est supposé être distribué selon une loi normale. Le processus temporel anticipé reproduit également cette distribution, puisque l'aléa z de tout mouvement brownien géométrique suit par hypothèse un processus de Wiener standard (cf. annexe 2-a). En revanche la fréquence du prix de revient n'est pas celle d'une loi normale. Ainsi l'agent dispose sur le futur de probabilités bayésiennes qui font la synthèse des informations probabilistes objectives et subjectives. Le paradoxe d'Ellsberg[1961][100] a remis en cause l'existence des probabilités subjectives. Les paradoxes d'Allais[1953] et d'Ellsberg[1961] ont contredit les deux postulats que pose l'axiome

[97] Von Neumann J. et Morgenstern O.[1944], Theory of games and economic behavior, Princeton university press, Princeton

[98] Allais M.[1953], Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats de l'école américaine, *Econometrica* 21, 503-546

[99] Savage L.J.[1954], The foundations of statistics, Wiley, New-York

[100] Ellsberg D.[1961], Risk, ambiguity and Savage axioms, *Quarterly Journal of economics* 75, 643-669

d'indépendance, à savoir :

- d'après le paradoxe d'Ellsberg [1961], le critère de choix utilisé par l'agent n'est pas forcément un critère linéaire en probabilité comme celui de l'utilité espérée (contrairement au premier postulat). Ainsi le principe de la "chose sûre" de Savage[1954] est remplacé par exemple par le principe de dominance stochastique. Ce concept de dominance stochastique permet le classement des décisions selon un préordre de préférence même quand il manque des informations sur la loi de probabilité de l'évènement ou sur l'attitude face au risque de l'agent, c'est-à-dire quand les probabilités ne sont pas additives ;
- les utilités sont pondérées par les probabilités objectives et les utilités des conséquences sont indépendantes des probabilités. Le paradoxe d'Allais[1953] a montré les interactions entre les croyances et les préférences.

Finalement le théorème de Savage[1954] énonce que le passage de l'état de la date courante à la suivante se fait d'après une probabilité unique, et est représenté en fonction d'un critère, en général celui de l'espérance de l'utilité que nous retenons.

La décision concerne l'expansion de capacité. Ce n'est qu'a posteriori, après avoir pris sa décision, que le décideur constatera si les paramètres dont dépend cette décision ont suivi l'évolution anticipée. EdF a tout d'abord fait abstraction, dans les années 1970, de l'incertitude sur l'offre et la demande d'électricité dans l'optimisation de son parc. Son objectif a été de renouveler son parc de production en programmant la construction des centrales nucléaires et le démantèlement des équipements anciens comme les centrales au fuel. Elle a ensuite introduit l'incertitude par la construction de différents scénarios selon l'évolution anticipée de la demande d'électricité. L'optimisation du parc porte sur la moyenne de ces différents scénarios. Ces deux solutions ne sont pas optimales, du fait de l'inégalité de Jensen pour la seconde. En effet la moyenne du maximum des rendements des projets dans les différents scénarios est supérieure au maximum du rendement attendu des projets, et porte à une décision de surinvestissement.

EdF a alors pu avoir recours aux critères de décisions de Laplace, Wald, Hurwicz et le critère du minimax des regrets de Savage[1954], pour programmer la construction de ses équipements en base et également de pointe (Chaton[1997, p. 52]). Ces critères ne font pas explicitement appel à la notion de probabilité et leur adoption permet ainsi d'éviter le recours aux probabilités subjectives.

Le critère de Laplace est le critère du maximum de l'espérance du rendement, qui considère que l'agent est neutre au risque et que tous les évènements sont équiprobables. Ainsi un

évènement rare comme la défaillance a le même poids dans la prise de décision qu'un évènement courant d'exploitation par exemple. Ce critère est justifié par la loi des grands nombres : l'entreprise doit avoir réalisé un nombre important de projets semblables et indépendants entre eux, ce qui semble être justifié dans le cas du nucléaire.

Les critères de Wald (maximin ou minimax des coûts) et d'Hurwicz (pondération entre les coûts minima et maxima) fondent la décision sur les coûts extrêmes. L'agent qui a de l'aversion pour le risque restreint donc son information aux seuls évènements correspondants.

Le critère du minimax des regrets de Savage[1954] minimise le regret obtenu pour l'état du monde le plus défavorable. Si V_{ip} est la valeur associée à une décision (d'investissement) i et à un évènement (le prix de revient) p, le regret $reg_{ip} = V_{ip} - \min_i\{V_{ip}\}$. Le critère associé s'écrit alors $\min_i \max_p \sum_p reg_{ip}$. Ce critère a été employé par EdF dès 1982 pour déterminer ses choix en matière d'équipements nucléaires à court terme sur quatre ans, la mise en service se faisant sur les quatre dernières années d'un programme décennal. Cette optimisation a omis l'ensemble des autres moyens de production. Cependant les décisions à court terme et la construction arbitraire des scénarios envisagés correspondent mal à un problème dynamique contraint.

Finalement la séquence optimale des décisions retenue maximise le rendement attendu des projets, selon le critère de décision de l'espérance mathématique du gain. Le processus d'acquisition de l'information se base sur des probabilités bayésiennes. Les croyances à la date courante de l'agent (neutre au risque) dans un scénario sont conditionnées par ses croyances en ce scénario à la date précédente, pondérées par la probabilité objective que ce scénario se réalise, relativement à ses croyances en tous les scénarios en fonction de leur probabilité objective d'occurrence. Dans une structure d'information bruitée[101], cette révision des anticipations nous permet d'obtenir, selon le théorème de Bayes, la distribution a posteriori de l'agent qui a observé le signal. L'état du système ne se limite plus au seul état du parc de production, mais englobe également les croyances associées aux différents scénarios. Cette optimisation stochastique des décisions d'expansion de la capacité de production se pose donc en environnement incertain pour une exploitation continue du parc, et s'obtient alors par des méthodes de programmation dynamique. Il faut enfin noter que l'effet d'irréversibilité rend la décision optimale courante moins contraignante avec une structure d'information la plus grossière, et non la plus fine. Cet

[101] La structure d'information bruitée donne la probabilité d'un signal conditionnelle à un état du monde, qui définit pour chaque état du monde la probabilité que ce signal soit émis. Jusqu'alors la structure d'information a été supposée sans bruit comme une partition des états du monde telle qu'après avoir reçu le signal, l'agent sait dans quel élément de la partition le vrai état de la nature se situe.

effet d'irréversibilité peut ainsi contraindre les décisions futures par les décisions courantes, ce qui rend impossible l'utilisation des équivalents-certains d'après Henry[1974*b*].

Ainsi, l'entreprise munie de probabilités subjectives, maximise son espérance d'utilité pour décider de l'investissement. Le cadre bayésien (existence de probabilités et d'un processus d'information reposant sur la règle de Bayes) dans lequel se développe ce critère, reste réaliste en ce qui concerne la production d'électricité d'origine nucléaire puisque l'ensemble des états possibles futurs semble fini, à la différence des questions environnementales par exemple[102].

Section 4 Conclusion

La déréglementation de l'industrie électrique entraîne une mutation du contexte institutionnel du segment de la production. Auparavant en monopole intégré réglementé, le secteur de la production est progressivement ouvert à la concurrence. Nous avons schématisé ce passage par quatre scénarios. Les deux premiers scénarios font l'hypothèse d'une réglementation monopolistique au coût du service, le premier dans l'état stationnaire et le second dans un état non stationnaire. Les deux scénarios suivants modélisent la concurrence soit sur un pool, soit sur un secteur dominé par la technologie des cycles combinés au gaz. Seul le premier scénario se déroule en avenir certain, les trois autres prenant en compte l'incertitude du futur. L'entreprise productrice a l'opportunité d'investir dans un équipement marginal nucléaire.

L'évaluation de cette opportunité s'est faite jusqu'à présent à partir du critère de la valeur actuelle nette, dans le cadre d'une planification qui concerne également le futur. Le critère de la VAN a servi de base aux modèles standards, programmes d'optimisation linéaire et non linéaire, d'évaluation des investissements électriques, introduits par EdF dans les années 50. Or, le calcul de la valeur du projet exige d'étendre la valeur actuelle nette, pour intégrer l'environnement incertain des trois derniers scénarios. Mais ces extensions du critère de la VAN s'avèrent insuffisantes pour évaluer correctement l'opportunité d'investissement. En effet, elles

[102] Pour Ellsberg[1961], la plupart des agents, face à une incertitude imparfaitement probabilisée, ne se comportent pas conformément aux modèles d'utilité espérée avec probabilités subjectives. Bouglet et Vergnaud[1999] ont réduit cette imperfection à un ensemble de croyances de l'agent, construit non pas d'une distribution de probabilités unique mais d'une famille de distribution de probabilités. Ils ont alors montré que nous pouvons soit nous ramener à un cadre bayésien, soit garder cette famille et la représenter grâce au critère du maximin de l'utilité espérée (l'agent n'a pas nécessairement plus d'aversion contre le risque qu'un agent bayésien). Pour des processus d'information simple, le principe de la "chose sûre" de Savage[1954] est vérifié et l'optimisation dynamique est possible.

se limitent à prendre en compte le risque lié au futur, alors que l'avenir est incertain. Il ne s'agit plus de faire une prévision sur le futur. Nous avons isolé une seule source d'incertitude possible dans l'environnement de l'entreprise productrice : le prix de revient, source des fonds propres. L'équipement nucléaire est totalement irréversible : une fois le projet accepté, l'entreprise ne peut pas désinvestir si les conditions du marché deviennent défavorables. C'est un investissement de production en base, standardisé. Son flux de trésorerie peut se réduire au seul prix de revient. L'entreprise qui programme l'investissement, peut décider à tout moment d'accepter le projet ou d'attendre. Parce qu'il y a incertitude du futur et irréversibilité de la décision, l'attente est possible et crée de la valeur, dont il faudra tenir compte en évaluant l'investissement marginal.

Nous ne nous intéresserons ni à la composition optimale du parc de production, ni à l'échelle optimale de l'investissement, mais au seuil optimal de déclenchement de l'investissement. Ce seuil optimal est donné par un prix de revient optimal, au delà duquel il est optimal pour l'entreprise d'investir et en deçà duquel elle attend. En reprenant les notations de Dixit[1992], il n'est plus égal au seuil marshallien M donné par le critère de la VAN, mais à $H > M$. Ce seuil H est déterminé par la théorie des options réelles, qui se déduit de la théorie des options financières. Or, nous allons par la suite nous intéresser également à la structure du financement de l'investissement marginal en question, i.e. à l'endettement du projet. L'unité méthodologique pour traiter des deux aspects, investissement et financement, nous permettra de calculer H dans quatre scénarios du marché électrique, ces scénarios schématisant la déréglementation de l'industrie.

Chapitre 2

Approche théorique optionnelle des règles d'investissement et de financement en incertitude

Le secteur énergétique est perçu comme incertain depuis le premier choc pétrolier. Pour pallier cette incertitude, les entreprises ont eu recours à la construction de scénarios, tout en adoptant des comportements de protection, qui prennent en compte le coût de l'irréversibilité de la décision d'investissement. Elles évaluent les termes des choix qui s'offrent à elles. Il ne peut s'agir ni pour les scénarios, ni pour les valeurs d'options, de faire des prévisions.

L'incertitude, qui est due à la mutation du contexte institutionnel, est relative à la demande, aux prix des combustibles ou au prix du bien final. Dans la théorie des options réelles, la représentation de l'incertitude est donnée par le processus stochastique de la variable incertaine, que nous avons identifié, au chapitre 1, comme étant le prix de revient. Il est organisé en arbre probabiliste d'états de la nature, i.e. en un ensemble de scénarios qui apparaissent avec une certaine probabilité. L'évolution de l'information contenue dans le prix de revient se présente comme un chemin aléatoire progressivement révélé dans le temps. Les décisions dépendent du passé et des espérances futures. Mais, prises à un moment donné du temps, sur la base d'un même passé, elles se révèlent être identiques. En effet, contrairement aux scénarios, elles ne sont pas influencées par le futur modélisé par le scénario envisagé.

La valeur d'option est calculée à partir de la théorie financière (Black et Scholes[1973]). Ce type de formalisme est transposé aux questions d'investissement par McDonald et Siegel[1985], repris et développé par Dixit et Pindyck[1994] : ils ont rendu la notion de valeur d'option opé-

rationnelle dans un contexte de choix d'investissement. L'unité méthodologique entre théorie financière et théorie des options réelles nous permet d'analyser l'interaction entre structure de financement et choix d'investissement. Supposons que l'endettement, choisi au moment d'investir, ne peut plus être modifié ultérieurement. L'entreprise qui investit, exerce une option réelle d'expansion et achète une option réelle de flexibilité. Puisqu'elle s'endette pour réaliser le projet, elle achète également une option de vente sur ses fonds propres[1]. Cette valeur d'option est d'ailleurs calculée soit de façon exogène, sur un marché parfait des capitaux ou par contrainte institutionnelle, soit de façon optimale sur un marché imparfait des capitaux.

Dans la première section, nous nous attacherons à évaluer le projet par la théorie des options réelles, sachant qu'il y a plusieurs sources d'incertitude possibles. Nous les prendrons en compte indifféremment, l'objectif de la section étant d'établir une vue d'ensemble des principaux résultats fournie par cette théorie. La théorie des options réelles (TOR) regroupe d'ailleurs des méthodes d'évaluation plus ou moins fines. Nous pouvons utiliser une méthode d'évaluation de chaque option, ou la méthode d'évaluation du quotient de Tobin qui considère la valeur optionnelle nette de toutes les options générées par le projet.

Le résultat majeur pour résoudre notre problématique énonce, qu'en incertitude, si l'investissement est totalement irréversible l'entreprise, qui le programme, ne possède qu'une option d'expansion. Elle attend pour le réaliser au-delà de VAN : la différence entre les décisions d'investissement déterminées par le critère de la VAN et celui de la TOR, est positive.

Dans la seconde section, nous allons chercher la structure de financement de cet investissement. EdF est un établissement public à caractère industriel et commercial ; nous réduirons ainsi les sources de financement envisagées à la dette et à l'autofinancement, et nous ne nous intéresserons pas à la recapitalisation de l'entreprise.

Dans la théorie de Modigliani et Miller[1958], ou celle du "*pecking order*", la dette est exogène. Son montant est déterminé de manière institutionnelle et reflète la capacité de l'entreprise à s'endetter sur le marché. Il est également fonction des coûts des sources de financement. Pour réaliser un projet, l'entreprise s'autofinance et fait appel à l'emprunt de façon résiduelle. Pour la première de ces théories, il n'y a pas d'interaction entre financement et investissement. Les deux décisions dépendent l'une de l'autre par le seul coût du capital : déterminé par la décision de financement, il est intégré dans la décision d'investissement comme une variable exogène. Pour

[1] De façon symétrique, les créanciers détiennent une option d'achat sur la valeur des fonds propres de l'entreprise.

la seconde, le montant de la dette ne résulte pas d'une décision de l'entreprise, mais de la négociation entre ses actionnaires et ses créanciers. Une certaine valeur de l'entreprise correspond à ce montant d'endettement.

En revanche, la théorie du compromis, "*trade-off*", prend en compte l'existence d'une interaction entre investissement et financement, en présence de fiscalité et de coût de faillite. La valeur du projet est maximale pour un certain montant de dette. Cette dette optimale est complétée par les fonds propres, pour assurer le financement de l'équipement.

Ces principes de financement sont établis en statique. Ils permettent de calculer la valeur d'option des fonds propres, valeur générée par l'endettement.

Section 1 Les opportunités d'investissement : des options réelles

La littérature sur les décisions d'investissement prises en univers incertain se base sur la théorie des options réelles[2] (options d'actif) qui, à l'initiative de Abel[1983], Pindyck[1988*b*], Caballero[1991], Smith[1994], Dixit[1995], assimile l'opportunité d'investissement à une option. En effet l'entreprise peut décider de réaliser l'investissement ou d'attendre. Elle se voit proposer le projet d'investissement à la période initiale. Elle l'évalue selon le critère néoclassique de la VAN présenté en section 2 du chapitre 1. Si ce projet n'est pas rentable, l'entreprise ne le retient pas à la période initiale. Mais, à la période suivante, le choix se représente et l'entreprise doit à nouveau décider d'investir ou d'attendre, après avoir pris connaissance du prix de production qui a augmenté ou diminué. Cette possibilité d'attente a de la valeur, celle de l'option réelle. L'entreprise qui investit, exerce l'option qu'elle détient (si celle-ci est "*deep in the money*"). La règle de la TOR d'investissement est plus stricte que celle de la VAN : la VAN de l'option exercée est alors suffisante pour compenser la valeur d'attente d'informations supplémentaires.

Cette option réelle est générée par les caractéristiques du projet d'investissement et ce sont ces caractéristiques qui créent la valeur d'option. La décision de l'entreprise concerne des investissements qui présentent trois caractéristiques essentielles :

– l'incertitude des rendements futurs du capital, que nous avons, par hypothèse, réduit aux flux de trésorerie futurs, et même au prix de revient futur. Dans le cadre d'étude plus

[2] Ces options sont qualifiées de "réelles" parce qu'elles ne sont pas négociables (en bourse) à la différence des options financières et que l'actif sous-jacent n'est pas un actif financier mais un projet d'investissement.

général de ce chapitre, nous allons indifféremment étudier les effets sur l'investissement des incertitudes du prix du bien final (Abel[1983], Smith[1994], Dixit[1995]), mais aussi de la demande (Pindyck[1988*b*], Caballero[1991]) ou du prix de l'intrant (Chaton[1997]) ;

– l'irréversibilité complète ou partielle des décisions si cette irréversibilité implique totalement ou en partie un coût irrécupérable ("*sunk cost*"). Cette condition est vérifiée par les entreprises qui ont un capital spécifique et par la prise en compte des effets "*lemons*"[3], comme l'a illustré Pindyck[1991] en prenant l'exemple d'une aciérie. En effet si la revente du capital de l'entreprise est possible, les acheteurs potentiels sont dans les mêmes conditions de marché qui poussent l'entreprise à vendre son capital. Ils sont d'autant moins incités à investir que le prix est proche du coût de remplacement. Donc même si le capital n'est pas spécifique à l'entreprise, la combinaison d'un capital et de chocs spécifiques à l'industrie rend le capital au moins en partie irréversible. La réversibilité a un coût et elle génère une option de vente, ou option "*put*", qui apparaît dès que l'entreprise peut désinvestir ;

– la liberté d'action sur le rythme de l'investissement, c'est-à-dire l'opportunité de reporter l'investissement, qui génère une option d'achat (option "*call*").

Ces trois caractéristiques interagissent sur les décisions d'investissement. Or elles ne sont pas prises en compte dans la théorie néoclassique de l'investissement, pour laquelle l'investissement est réalisé jusqu'à ce que la valeur d'une unité marginale de capital soit égale au coût marginal. Dixit[1992] a montré que le critère de la VAN adopté par la méthodologie néoclassique n'est valable que si :

– l'investissement est réversible, ce qui n'est pas le cas d'un équipement nucléaire ;

– ou l'investissement est irréversible mais ne peut pas être retardé, quand il fait l'objet notamment d'une stratégie "maintenant ou jamais" ("*now or never*"). Un tel projet d'investissement peut être, par exemple, l'enjeu de stratégies concurrentielles d'entreprises s'il permet d'établir une barrière à l'entrée du marché. Si l'entreprise ne le retient pas, son concurrent le fera. L'entreprise perd alors l'opportunité d'investissement et peut éventuellement en être pénalisée. Nous avons vu que nous ne considérerons pas les stratégies de marché de l'entreprise ; nous retiendrons simplement que l'opportunité d'investissement

[3] Ce marché des "*lemons*" illustre la possibilité de non-existence de l'équilibre dans un problème de sélection adverse, formalisée par Akerlof[1970] (Akerlof G.[1970], The market of lemons : quality uncertainty and the market mechanism, *Quarterly journal of economics* 89, 488-500).

perd de la valeur dans le temps. Le projet génère d'autant moins de profit qu'il est retardé et l'entreprise rationnelle décidera donc de construire l'équipement de production à la période initiale ou de ne jamais investir.

Le critère marshallien ne prend pas en compte la valeur d'attente de l'option et peut se révéler être sous-optimal, aboutissant à un surinvestissement. Dixit[1992] l'a démontré à l'aide du critère du taux de rendement interne, critère équivalent au critère de la valeur actuelle nette pour des projets d'investissement indépendants : le taux de rendement attendu du capital est supérieur au taux marshallien (cf. section 3 du chapitre 1 : $H > M$).

Parmi les conditions mentionnées, la littérature se concentre sur celle d'irréversibilité du capital : l'investissement est irréversible et l'attente est sans coût. Cette hypothèse est remise en question par Brennan et Schwartz[1985] qui ont mis en avant les caractéristiques d'expansion/abandon du capital, par Trigeorgis[1993, 1996] avec celles d'expansion/réduction, et par Kalatilaka[1995] avec celles de substituabilité/complémentarité.

Suite à Pindyck[1988*b*], Abel et Eberly[1996, 1997], les deux modèles d'Abel, Dixit, Eberly et Pindyck[1996], Dixit et Pindyck[1998] ont analysé l'influence des degrés de réversibilité et d'expansion du capital sur les valeurs d'options et sur la valeur du multiple de la valeur d'option. Ce multiple de la valeur d'option est défini comme le ratio de la valeur actuelle nette étendue[4] sur la valeur actuelle nette. Nous allons non seulement nous intéresser aux résultats sur ces multiples de valeur d'option, mais ces deux modèles d'Abel et al.[1996], Dixit et Pindyck[1998] nous serviront également à définir les options réelles et leurs méthodes d'évaluation.

Le fait de supposer que le coût d'achat du capital augmente dans le temps et que celui de revente diminue, revient à penser que ces variations résultent des activités des autres entreprises. Ce processus devrait être modélisé en équilibre général, c'est-à-dire pour les décisions de chaque entreprise, y compris les entrants potentiels, cohérentes avec l'ensemble des croyances rationnelles de toutes les autres. Dixit et Pindyck[1994, chap. 8 et 9] ont fait une revue de littérature de ces modèles d'entrée-sortie. La menace d'entrée de nouveaux concurrents est d'ailleurs prise en compte par Dixit[1989], Leahy[1993], Dixit et Pindyck[1994] dans le cas d'une industrie en concurrence parfaite, par Dixit et Pindyck[1994], et Baldursson[1998] dans le cas d'une industrie en oligopole et par Bartolini[1993] dans le cas de contraintes de capacité d'une industrie. Donc le prix du capital peut également varier dans le temps, et un prix attendu

[4]La valeur actuelle nette étendue (VANE) inclut la valeur de la flexibilité de l'entreprise, qui est due à son choix de programmation.

à la hausse renchérit le coût d'attente de l'investissement. L'expansion de la capacité productive devenant plus coûteuse, la valeur de l'option d'achat des futures acquisitions de capital diminue et incite à investir à la période courante.

Mais nous nous intéressons ici aux décisions optimales d'une entreprise qui base ses croyances sur des paramètres de marché, dont font partie les prix d'achat et de vente du capital : ce sont des fonctions exogènes du temps. Plus que la remise en cause de l'hypothèse de production en base, nous pourrions remettre en question celle de la standardisation de la technologie nucléaire et prendre en compte les économies d'échelle (Dixit[1995]) et l'amélioration technique, par une évolution du prix du capital adéquate.

1.1 Définition

Les options "réelles" se définissent par analogie aux options financières : elles remplissent la même fonction d'évaluation d'un actif en environnement incertain. Leur différence demeure dans le fait que les options réelles ne sont pas négociables (en bourse) comme les options financières, et que leur actif sous-jacent n'est pas un actif financier mais un projet d'investissement.

Une option est un contrat qui donne droit à son détenteur d'acheter, ou de vendre, un actif (financier ou physique), à un prix d'exercice (le prix "*strike*") fixé à l'avance à (ou jusqu'à) une échéance fixée, moyennant le paiement d'une prime qui correspond au prix du contrat. Si la date d'exercice correspond à la date d'échéance ("*the expiration or maturity date*"), l'option est européenne. L'option américaine peut s'exercer jusqu'à l'échéance. La notion de droit différencie l'option de l'obligation, qui renvoie à un contrat à terme à profil de risque positif. Le détenteur n'exerce en effet l'option que s'il en tire un profit positif.

Dans notre problématique, l'opportunité d'investissement est une option d'achat américaine (d'achat et de vente), mais sans date d'échéance. En général, l'opportunité d'investissement n'est pas supposée disparaître par le jeu de la concurrence, puisque le projet d'investissement ne devient pas obsolète, ni n'est confisqué par un concurrent. Dans le cas contraire, l'option s'éteint sans coût. L'entreprise obtient cette information à la période courante et prend une décision instantanée de type "*now or never*" : il n'est plus rationnel pour elle d'attendre pour investir. Les options réelles, à la différence des options financières, sont donc des options perpétuelles, ainsi que les ont définies McDonald et Siegel[1986]. Si les options sont perpétuelles, leur maturité T n'est pas prise en compte et $T \to \infty$. En général, la littérature sur les options réelles estime

également les projets, qui sont l'enjeu des décisions d'investissement, sur l'infini[5].

1.1.1 La séquence d'investissement

Pour définir les options réelles, nous allons nous servir du modèle d'investissement en univers incertain d'Abel et al.[1996]. Le temps se réduit à deux périodes, la date courante et la date future, à laquelle l'expansion et la réversibilité de l'investissement sont possibles bien qu'ayant un coût. L'équipement produit instantanément. Les deux étapes du jeu[6] sont les suivantes :

- à la période courante, l'entreprise installe un capital $K \equiv K_0$ à hauteur du niveau optimal déterminé par l'égalité entre le coût unitaire k et le rendement marginal du capital $r'(K_0)$ (cf. la règle de la VAN). La fonction de rendement total[7] $r(K_0)$ est supposée être strictement croissante, strictement concave en K_0 et différentiable sur $[0;\infty)$. Elle vérifie également les conditions d'Inada, à savoir que $\min_{K_0} r'(K_0) = \infty$ et que $\max_{K_0} r'(K_0) = 0$;
- l'entreprise ne connaît pas le rendement de son capital $R(K,p)$ de la période suivante, hypothèse qui traduit l'incertitude, puisque ce rendement dépend de l'information sur les conditions de marché contenue dans le prix de revient p. Le rendement unitaire du capital est donnée par la dérivée de cette fonction $R_K(K,p) > 0$, qui est continue sur $[0;\infty)$, strictement décroissante en K et strictement croissante en p par définition. Les conditions d'Inada sont à nouveau vérifiées : $\min_K R_K(K,p) = \infty$ et $\max_K R_K(K,p) = 0$.

  La croyance de l'entreprise dans la réalisation d'un état de la nature (le rendement de son capital $R_K(K,p)$) dépend de toute l'information dont elle dispose, p. Il y a deux valeurs critiques[8] de l'information p sur l'état futur, à partir desquelles la croyance de l'entreprise ne se modifie plus. En effet il existe un prix de revient au-delà duquel les conditions de marché sont considérées comme favorables ($p \equiv p_H$), et un prix de revient en deçà duquel elles sont défavorables ($p \equiv p_L$). Ces deux valeurs permettent de définir à cette date les coûts unitaires du capital existant, à savoir le prix de revente possible du capital, $R_K(K_0, p_H) = k_H$, et le prix d'achat de ce capital, $R_K(K_0, p_L) = k_L$, sachant que par hypothèse $k_H > k_L$. Supposer que l'expansion a un coût implique que $k_H > k$ et que la réversibilité a un coût revient à poser $k_L < k$.

[5] Ce n'est pas toujours vrai : certains modèles séquentiels (e.g. Roberts et Weitzman[1981], Mauer et Triantis[1994]) envisagent une date terminale d'investissement ou d'exploitation.

[6] Il s'agit d'un jeu contre la nature.

[7] $r(K_0)$ est la valeur actualisée des flux de trésorerie générés par le projet. L'expression de la VAN sera donc la suivante : $R(\rho) = r(K_0) - K_0$.

[8] Cf. le graphique du "*bad-news principle*" de Bernanke[1983*a*], repris par Abel et al.[1996].

Une fois l'information p connue, l'entreprise ajuste son capital à son niveau optimal $K_1(p)$. Si $p > p_H$, il est alors optimal d'acheter du capital jusqu'à ce que le rendement marginal de ce capital soit égal à son nouveau prix d'achat qui a augmenté. Le niveau optimal $K_1(p) > K_0$ est tel que $R_K(K_1(p), p) = k_H$. Si $p < p_L$, il est alors optimal de vendre du capital jusqu'à ce que le rendement marginal de ce capital soit égal à son nouveau prix d'achat qui a diminué. Le niveau optimal $K_1(p) < K_0$ est tel que $R_K(K_1(p), p) = k_L$. Enfin dans le cas où $p_L \leq p \leq p_H$, il n'est pas optimal d'acheter ni de vendre de capital et $K_1(p) = K_0$.

1.1.2 La valeur de l'entreprise

La valeur de l'entreprise est égale à la valeur actuelle attendue du flux de trésorerie $V(K_0)$ nette de la variation possible de capital dans le futur (puisqu'elle est déterminée par le prix de revient). Cette valeur de l'entreprise est donc la somme[9] des rendements de la période courante et de ceux actualisés nets de la période future, qui dépendent de la variation du capital à cette période en fonction de l'information :

$$\begin{aligned} V(K_0) = \quad r(K_0) \quad & +\rho \int_{-\infty}^{p_L} \{R(K_1(p), p) + k_L [K_0 - K_1(p)]\} \, d\Phi(p) \\ & +\rho \int_{p_L}^{p_H} \{R(K_0, p)\} \, d\Phi(p) \\ & +\rho \int_{p_H}^{\infty} \{R(K_1(p), p) - k_H [K_1(p) - K_0]\} \, d\Phi(p), \end{aligned} \tag{2.1}$$

où ρ est le taux d'actualisation tel que $0 < \rho < 1$ par définition et $\Phi(p)$ est la fonction de répartition cumulée du prix de revient qui rend compte de l'information, $\Phi(p) \in [0; 1]$. Le problème de la prise de décision d'investissement à la période courante s'écrit :

$$\max_{K_0} V(K_0) - kK_0. \tag{2.2}$$

Cependant nous pouvons récrire cette valeur de l'entreprise à partir de (2.1) comme :

$$\begin{aligned} V(K_0) = \quad r(K_0) \quad & +\rho \int_{-\infty}^{\infty} \{R(K_0, p)\} \, d\Phi(p) \\ & +\rho \int_{-\infty}^{p_L} \{[R(K_1(p), p) - k_L K_1(p)] - [R(K_0, p) - k_L K_0]\} \, d\Phi(p) \\ & +\rho \int_{p_H}^{\infty} \{[R(K_1(p), p) - k_H K_1(p)] - [R(K_0, p) - k_H K_0]\} \, d\Phi(p), \end{aligned}$$

[9] En absence d'opportunité d'arbitrage (AOA), hypothèse qui permet de déterminer le prix de tout actif comme étant celui de tout portefeuille de même rendement, la valeur de l'entreprise vérifie l'hypothèse de séparabilité additive.

soit finalement :

$$\begin{aligned} V(K_0) = \quad & G(K_0) \\ & +\rho P(K_0) \\ & -\rho C(K_0), \end{aligned} \tag{2.3}$$

où $G(K_0) = r(K_0) + \rho \int_{-\infty}^{\infty} \{R(K_0, p)\}\, d\Phi(p)$ est la valeur actuelle des rendements des deux périodes du capital initial K_0 (qui n'est pas modifié dans le futur) ;

$P(K_0) = \int_{-\infty}^{p_L} \{[R(K_1(p), p) - k_L K_1(p)] - [R(K_0, p) - k_L K_0]\}\, d\Phi(p)$ est la valeur de l'option de vente du capital à la période future au prix k_L, que l'entreprise décide d'exercer si $p < p_L$;

$C(K_0) = \int_{p_H}^{\infty} \{[R(K_1(p), p) - k_H K_1(p)] - [R(K_0, p) - k_H K_0]\}\, d\Phi(p)$ est la valeur de l'option d'achat du capital à la période future au prix k_H, que l'entreprise décide d'exercer si $p > p_H$. Cette valeur est soustraite à $G(K_0)$ parce que l'investissement détruit l'option.

La valeur de l'entreprise résulte de l'accumulation de deux types d'options, les options d'expansion qui concernent l'achat à tout moment d'unités de production incrémentales, et les options de flexibilité qui ont trait à l'utilisation des unités de production installées. Une entreprise qui exerce une option d'achat reçoit un équipement incrémental de la valeur de l'option de flexibilité. En contrepartie, elle abandonne son option d'expansion.

Rappelons que l'entreprise choisit le montant du capital K_0 à la période courante en égalisant le coût marginal et le revenu marginal associés à cet investissement, ce qui correspond à la condition du premier ordre du programme (2.2) :

$$k = V'(K_0). \tag{2.4}$$

En différenciant $V(K_0)$ par K_0 dans son expression (2.3), nous obtenons :

$$k = F(K_0) + \rho P'(K_0) - \rho C'(K_0), \tag{2.5}$$

où

$$\begin{cases} F(K_0) = & G'(K_0) = r'(K_0) + \rho \int_{-\infty}^{\infty} \{R_K(K_0, p)\}\, d\Phi(p) > 0 \\ P'(K_0) = & \int_{-\infty}^{p_L} \{k_L - R_K(K_0, p)\}\, d\Phi(p) > 0 \\ C'(K_0) = & \int_{p_H}^{\infty} \{R_K(K_0, p) - k_H\}\, d\Phi(p) > 0. \end{cases} \tag{2.6}$$

$F(K_0)$ est la valeur attendue des rendements marginaux du capital, quand le capital reste constant à son niveau initial K_0 dans le futur. Elle ne prend donc pas en compte les possibilités

futures d'achat ou de revente de capital. Si nous ignorons les composantes des valeurs des options ($P'(K_0)$ et $C'(K_0)$), l'entreprise choisit son capital initial d'après le critère de la VAN. Elle investit jusqu'à ce que $F(K_0)$ soit égale au coût d'achat marginal du capital $k : F(K_0) = k$. Or la condition du premier ordre (2.5) montre que cette valeur K_0, choisie d'après le critère de la VAN, n'est pas optimale puisque $F(K_0) = k - \rho P'(K_0) + \rho C'(K_0)$.

1.2 Détenir une option d'expansion rend possible l'investissement

1.2.1 Définition

Le problème est pertinent puisque Magee[1964] a constaté que l'entreprise arbitre entre les économies d'échelle et la flexibilité pour construire sa capacité de production[10]. Les économies d'échelle peuvent être une source importante d'économies de coûts. Pour en bénéficier, les entreprises répondent en général à l'augmentation de la demande en investissant peu souvent mais dans des unités de production efficaces et de grande taille. En revanche quand la croissance de la demande est incertaine, il y a un risque de surcapacité. En effet, si l'entreprise investit de façon irréversible dans une capacité supplémentaire de grande taille et si, dans le même temps, la demande n'augmente que faiblement voire même décroît, l'entreprise détient alors un capital dont elle n'a pas besoin. L'entreprise préfère avoir plus de flexibilité plutôt que de bénéficier des économies d'échelle : elle investit plus fréquemment[11] dans les unités marginales dont elle a besoin.

Le coût unitaire d'investissement est inférieur quand le projet de centrale thermique de grande taille est construit en une seule fois, plutôt que par ajouts séquentiels d'incréments. En même temps les entreprises électriques, les "*utilities*", sont confrontées à l'incertitude du taux de croissance de la demande, incertitude qui provient non seulement de la croissance de la demande totale d'électricité mais aussi de la concurrence des entreprises entre elles et avec d'autres sources d'énergie comme la cogénération. Ces suppléments de capacité séquentiels coûtent plus

[10] Rappelons, à la suite de Caballero[1991], que les coûts d'investissement sont convexes pour borner la taille des entreprises, qui sont à rendements d'échelle constants et qui servent par hypothèse une demande aléatoire infiniment élastique. Ils incluent un prix d'achat positif et des coûts d'ajustement convexes. Abel et Eberly[1994] ont spécifié la fonction de coût d'investissement de façon appropriée pour comprendre ces coûts d'ajustement convexes et l'irréversibilité du capital.

[11] Dixit[1995] a pris en compte les économies d'échelle comme des sauts technologiques vers des rendements croissants, auxquelles est soumise la fonction de profit. Quand le choc technologique se produit sur la frontière d'investissement, l'unité incrémentale produit instantanément dans la zone des rendements d'échelle croissants. La fréquence des chocs favorables conditionne celle des investissements incrémentaux.

chers à l'unité, mais apportent à l'entreprise électrique une certaine flexibilité évaluée par la théorie des options. Ce débat a été introduit par Dixit[1980], les économies d'échelle constituant une variable stratégique de barrière à l'entrée dans un marché imparfaitement concurrentiel ; Dixit et Pindyck[1994, p. 51] en ont présenté la synthèse. Ce problème se pose dans l'industrie électrique, plus particulièrement pour Smeers[1997] dans le choix des équipements de production dans un contexte concurrentiel de production décentralisée[12]. Mais nous ne cherchons pas à répondre à la question de la composition optimale du parc de production de l'entreprise, assurée par hypothèse par le régulateur. L'opportunité d'investissement qui lui est proposée est un équipement marginal nucléaire.

L'entreprise a la possibilité d'attendre et d'investir dans un équipement marginal dans le futur. Acheter une unité supplémentaire de capital à la période courante éteint l'option marginale d'achat de cette unité à la période future. Cette attente a donc une valeur d'option :

$$C'(K_0) = E\left\{\max\left[R_K(K_0, p) - k_H; 0\right]\right\}.$$

Si à la période future, les conditions de marché sont considérées comme favorables (i.e. que le prix de revient est tel que $p > p_H$), l'entreprise achète une unité supplémentaire de capital. Elle exerce l'option d'achat de cette unité marginale de capital. Au moment d'investir, la valeur de cette option est égale à :

$$C'(K_0) = \max\left[R_K(K_0, p) - k_H; 0\right].$$

Cette option d'achat ou "*call*" a pour sous-jacent l'actif de référence, le projet d'investissement. Si l'option américaine admet une date d'échéance T (pour établir l'analogie avec les options financières, puis nous ferons tendre T vers l'infini)[13], le prix à échéance de l'investissement marginal vaut $R_K(K_0, p)$ et le prix d'exercice de l'option à échéance est égal à k_H. La valeur de l'option d'achat marginale à échéance est $C'(K_0) = \max\left[R_K(K_0, p) - k_H; 0\right]$. Son écriture normalisée en finance est $C\left(R_K(K_0, p), T; k_H\right) = \left|R_K(K_0, p) - k_H\right|^+$ pour une date d'échéance T. L'option réelle envisagée est une option perpétuelle qui s'écrit $C\left(R_K(K_0, p), \infty; k_H\right)$. En revanche, si la décision d'investissement doit être instantanée, l'option fait l'objet d'une stratégie "*now or never*" et nous la noterons $C\left(R_K(K_0, p), 0; k_H\right)$.

[12] E.g. ce choix se pose pour des prix des intrants incertains (Chaton[1997], Gallon et Epaulard[2000]), ou pour une demande incertaine (Chaton[1997]).

[13] Cette date d'échéance peut s'interpréter comme la date d'expiration de l'opportunité d'investissement. Mais elle résulte du jeu de la concurrence, et n'est pas déterminée à la date initiale.

L'entreprise qui détient l'option d'achat dans la période future au prix k_H, ne l'exerce que si $R_K(K_0, p) - k_H > 0$ (pour $p > p_H$). L'option est détruite quand elle est exercée et que l'investissement est réalisé. L'actif sous-jacent est réel mais potentiel puisqu'il n'existe pas si l'investissement n'est pas réalisé. Sa valeur est égale à la valeur actuelle nette de l'investissement $R_K(K_0, p) - k_H$. Avant la date d'échéance, l'option est dite en dehors ("*out of the money*") si la VAN de l'actif sous-jacent potentiel est négative ($R_K(K_0, p) - k_H < 0$). Elle est à parité, "*at the money*", si $R_K(K_0, p) - k_H = 0$, et en dedans, "*in the money*", si $R_K(K_0, p) - k_H > 0$. Ce qualificatif dépend de la différence entre le cours de l'action et le prix d'exercice de l'option, c'est-à-dire entre le rendement marginal de l'investissement et son coût marginal.

1.2.2 La valeur de l'option d'achat

En revanche la valeur de l'option reste positive, même si l'option est en dehors ($R_K(K_0, p) - k_H < 0$). En effet à l'échéance T, $R_K(K_0, p) - k_H$ peut être positif, ce qui dépend des caractéristiques du contrat (à savoir la durée $(T - t)$, le prix d'exercice k_H et la valeur de l'actif sous-jacent $R_K(K_0, p)$), de la volatilité σ du sous-jacent $R_K(K_0, p)$ et du taux d'intérêt sans risque r. Ces cinq paramètres suffisent à décrire la valeur de l'option d'achat, à l'aide de leur influence respective calculée ceteris paribus :

- si la maturité T de l'option augmente, sa valeur courante, ou valeur intrinsèque, $C\left(R_K(K_0, p), T; k_H\right)$ augmente également : l'option a plus de possibilités de fluctuer et de réaliser des gains plus importants ;
- si le prix d'exercice k_H s'accroît, $C\left(R_K(K_0, p), T; k_H\right)$ diminue ;
- la valeur de l'actif sous-jacent $R_K(K_0, p)$ et la valeur courante de l'option $C\left(R_K(K_0, p), T; k_H\right)$ sont corrélées positivement ;
- $C\left(R_K(K_0, p), T; k_H\right)$ augmente avec la volatilité σ du projet d'investissement sous-jacent. Plus les rendements de l'investissement sont volatiles, plus l'entreprise peut espérer réaliser un gain élevé ;
- l'augmentation du taux d'intérêt sans risque r entraîne celle de $C\left(R_K(K_0, p), T; k_H\right)$. Le coût d'opportunité k_H pour acheter cette option est d'autant plus important que le taux d'intérêt est élevé.

La valeur de l'option se décompose en une valeur intrinsèque (VI, "*exercise value*" ou "*maturity value*"), qui résulte de l'exercice de l'option, et une valeur temporelle (VT ou "*time*

value"). Elle est comprise dans une zone délimitée par le prix k_H de tout incrément supplémentaire futur de capital (frontière supérieure) et sa valeur à échéance $R_K(K_0, p) - k_H \equiv C\left(R_K(K_0, p), 0; k_H\right)$ qui est la valeur de l'option sans date d'échéance (frontière inférieure). Nous constatons ainsi que la frontière inférieure est calculée à partir de l'option exercée immédiatement,
$C\left(R_K(K_0, p), 0; k_H\right)$, ce qui correspond à une stratégie d'investissement "maintenant ou jamais". Cette frontière inférieure est donc établie à partir du critère de la VAN.

Nous pouvons constater que si l'option était une option européenne, cette zone de valeur de l'option d'achat serait restreinte, en déplaçant la frontière inférieure vers la gauche (la frontière d'exercice de l'option européenne est donnée par $R_K(K_0, p) - e^{-rT} k_H$). L'investissement ne pourrait se faire qu'à la date d'échéance, à un coût actualisé au taux d'intérêt neutre au risque.

Nous obtenons la courbe de la valeur de l'option d'achat de l'unité marginale d'investissement suivante :

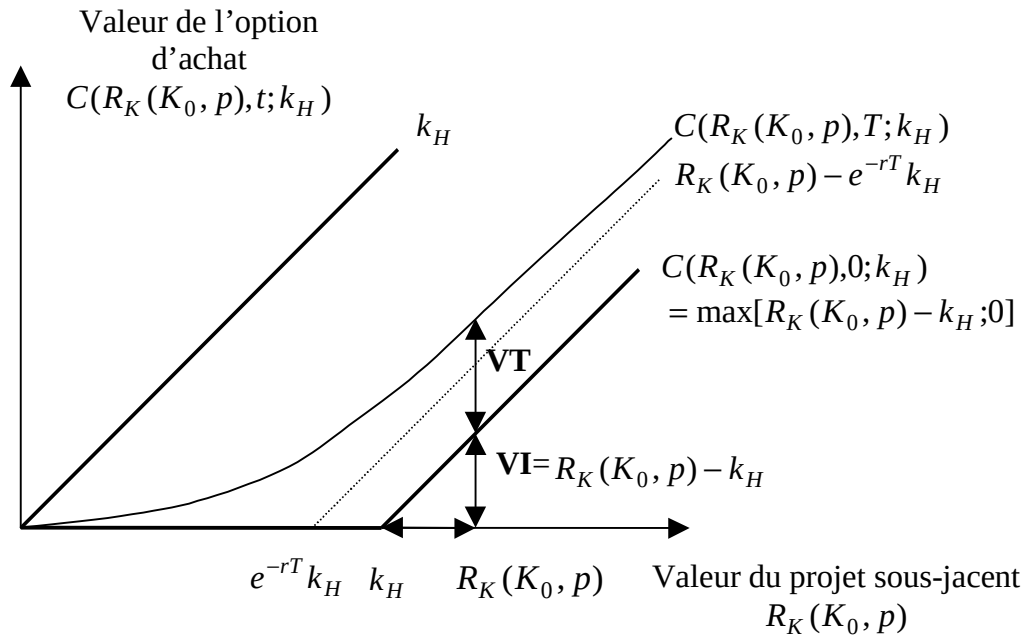

Fig. 2.1: La valeur de l'option d'achat à l'intérieur de ses frontières (d'après Trigeorgis[1996, p. 81]).

L'option étant perpétuelle, il est plus exact de la récrire $C(R_K(K_0, p), \infty; k_H)$.

1.2.3 Effet de l'option d'achat sur l'investissement

L'effet de la variation du prix d'achat du capital sur l'option d'achat est calculé en cherchant la condition du premier ordre du programme (2.2), à partir de l'expression de $V(K_0)$ donnée par (2.1), soit :

$$V'(K_0) = r'(K_0) + \rho k_L \int_{-\infty}^{p_L} d\Phi(p) + \rho \int_{p_L}^{p_H} \{R_K(K_0, p)\}\, d\Phi(p) + \rho k_H \int_{p_H}^{\infty} d\Phi(p) = k$$
$$\Longrightarrow V'(K_0) = r'(K_0) + \rho k_L \Phi(p_L) + \rho \int_{p_L}^{p_H} \{R_K(K_0, p)\}\, d\Phi(p) + \rho k_H \left[1 - \Phi(p_H)\right] = k$$
$$\Longrightarrow \frac{\partial V'(K_0)}{\partial k_H} = -\rho \frac{\partial C'(K_0)}{\partial k_H} = \rho \left[1 - \Phi(p_H)\right]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial C'(K_0)}{\partial k_H} = -\left[1 - \Phi(p_H)\right] \leq 0. \tag{2.7}$$

L'augmentation du prix d'achat du capital dans le futur k_H abaisse la valeur de l'option marginale d'achat exercée et diminue donc le coût effectif de l'investissement. L'accroissement de k_H augmente la valeur optimale du capital initial K_0. Cependant le rehaussement du seuil plafond des rendements marginaux futurs rend l'expansion plus difficile.

1.3 Le désinvestissement par exercice d'une option de flexibilité

1.3.1 Définition et valeur de l'option de vente

De façon similaire, en achetant une unité supplémentaire de capital à la période courante, l'entreprise acquiert une option marginale de vente de cette unité à la période future, dont la valeur est égale à :

$$P'(K_0) \equiv P(R_K(K_0, p), \infty; k_L) = E\left\{\max\left[k_L - R_K(K_0, p); 0\right]\right\}.$$

Quand les conditions de marché deviennent défavorables ($p < p_L$), elle est exercée et vaut :

$$P'(K_0) = \max\left[k_L - R_K(K_0, p); 0\right].$$

La valeur actuelle de cette option marginale de vente diminue le coût effectif de l'investissement de $\rho P'(K_0)$. Ainsi la valeur de l'entreprise est accrue si son achat d'investissement est assorti d'une option de revente, rendue possible par une réversibilité même coûteuse.

L'entreprise détient par cette option de vente, ou "*put*", une position symétrique à celle de l'option d'achat. Cette option définit la capacité de réaction de l'entreprise face aux évènements aléatoires. Elle porte donc sur la prise de décision qui concerne tout aussi bien la production, y compris l'entrée voire la sortie du marché de production, que la flexibilité, ou la possibilité d'affecter un équipement existant à une production particulière. Les options d'arrêt définitif

(qui envisagent le démantèlement des centrales), qualifiées d'options d'abandon, font partie des options de flexibilité. Toute option de flexibilité, attachée à un équipement installé, est analysée comme une option de vente. C'est une assurance qui compense presque intégralement les pertes d'exploitation éventuelles liées à cet équipement.

La courbe de la valeur de l'option de vente est illustrée graphiquement ainsi :

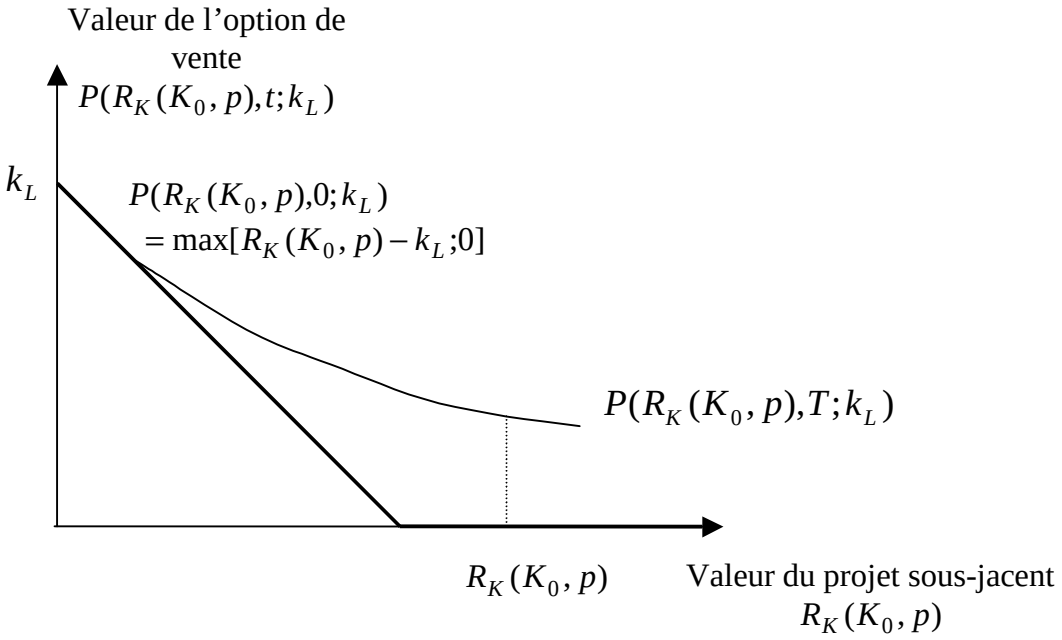

Fig. 2.2: La valeur de l'option de vente par rapport à sa frontière inférieure (d'après Trigeorgis[1996, p. 81]).

L'option réelle est une option perpétuelle, qu'il est plus exact de la récrire : $P(R_K(K_0,p),\infty;k_L)$.

1.3.2 Effet de l'option de vente sur l'investissement

L'effet de la variation du prix de vente du capital sur l'option de vente est obtenu de la même manière que pour l'option d'achat,

$V'(K_0) = r'(K_0) + \rho k_L \Phi(p_L) + \rho \int_{p_L}^{p_H} \{R_K(K_0,p)\}\, d\Phi(p) + \rho k_H \left[1-\Phi(p_H)\right] = k$

$\Longrightarrow \frac{\partial V'(K_0)}{\partial k_L} = \rho \frac{\partial P'(K_0)}{\partial k_L} = \rho\Phi(p_L)$

$$\Longrightarrow \frac{\partial P'(K_0)}{\partial k_L} = \Phi(p_L) > 0. \tag{2.8}$$

L'augmentation du prix k_L auquel le capital peut être vendu dans le futur accroît la valeur de l'option marginale de vente. Elle diminue le coût effectif de l'investissement et augmente la

valeur optimale du capital initial K_0. Le seuil plancher de la valeur actuelle des rendements marginaux du capital se rehausse, ce qui traduit une réversibilité facilitée de l'investissement.

1.4 Le multiple de la valeur d'option

1.4.1 Mise en évidence du multiple de la valeur d'option

Dixit[1992] a mis en évidence le rapport entre les deux seuils d'investissement marshallien et de la théorie des options réelles, à partir d'un paramètre $\phi = \frac{\beta}{\beta - 1}$, tel que $H = \phi M$ (cf. fig.(1.5) du chapitre 1). La valeur optimale de l'entreprise qui décide d'investir en incertitude, est égale à $V^* = \phi K$, où $K = V_{VAN}$ est le capital initial, seuil de déclenchement de l'investissement pour le critère de la VAN (Dixit et Pindyck[1994, p. 184]). Ce paramètre ϕ est calculé pour un investissement irréversible, $\phi > 1$.

En incertitude, le seuil optimal d'investissement n'est donc pas en général caractérisé par l'égalité entre la valeur actuelle des rendements marginaux $F(K_0)$ et le coût marginal de l'investissement k, pour reprendre les notations de Abel et al.[1996]. Le critère de la VANE de Trigeorgis et Mason[1987] se distingue alors de celui de la VAN.

Arrow[1968] a été le premier à mettre en évidence des coûts différents d'achat et de vente du capital, du fait de limites de réversibilité (effets "*lemons*" ou chocs spécifiques à l'industrie) et d'expansion (ressources naturelles limitées, licences ou permis d'exploitation délivrés en nombre limité) de l'investissement. Le concept du multiple de la valeur d'option permet d'inclure les différents degrés de réversibilité et d'expansion. Partant de la différence constatée entre les règles de la VAN et de la VANE, ϕ se définit comme le ratio

$$\phi = \frac{F(K_0)}{k} \Longrightarrow \phi = 1 + \rho \frac{C'(K_0) - P'(K_0)}{k}. \tag{2.9}$$

Finalement le choix du capital optimal à la période courante K_0 vérifie $F(K_0) = \phi k$. Le multiple de la valeur d'option ϕ exprime la différence entre les seuils d'investissement actualisés des deux critères de la VAN et de la théorie des options (i.e. du critère de la VANE puisque cette différence s'exprime en termes actualisés). La valeur de cette différence dépend des croyances de l'entreprise dans les états du monde futurs, qui fluctuent entre deux valeurs critiques. Les croyances $[1 - \Phi(p_H)]$ en la probabilité d'occurrence d'un prix de revient au moins égal à p_H, i.e. de conditions de marché favorables, permettent de définir le seuil d'expansion complète du capital k_H. Au-delà de ce seuil, l'entreprise achète le capital. De façon symétrique, en deçà

d'un prix de revient au plus égal à p_L, l'entreprise considère que les conditions de marché sont défavorables et vend son capital. L'investissement est totalement réversible.

Le multiple de la valeur d'option s'évalue à partir de ces deux valeurs critiques, qui ne sont pas toujours égales à p_H et à p_L puisque le capital n'est pas toujours totalement expansible ni complètement réversible. Ces deux seuils d'achat et de vente du capital de l'entreprise dans le futur définissent l'option d'achat et l'option de vente. Le multiple de la valeur d'option dépend de la valeur nette de ces deux options, qui définit la valeur de l'investissement.

Ce multiple de la valeur d'option dépend des degrés de réversibilité et d'expansion de la période future, que nous allons paramétrer pour mieux les prendre en compte, $l_L = \frac{k_L}{k}$ et $l_H = \frac{k}{k_H}$. Ainsi nous pouvons récapituler de la façon suivante les valeurs que prennent ces paramètres et qui conditionnent la valeur des options, en fonction du degré de réversibilité :

Capital	de prix plancher futur	Valeur de l_L	Valeur de l'option de vente
réversible	$k_L = k$	$l_L = 1$	$P'(K_0) > 0$
en partie réversible	$k_L > 0$	l_L fini	$P'(K_0) > 0 \Longrightarrow \Phi(p_L) > 0$
irréversible	$k_L = 0$	$l_L = 0$	$P'(K_0) = 0$

(2.10)

et du degré d'expansion :

Capital	de prix plafond futur	Valeur de l_H	Valeur de l'option d'achat
expansible	$k_H = k$	$l_H = 1$	$C'(K_0) > 0$
en partie expansible	$k_H > 0$	l_H fini	$C'(K_0) > 0 \Longrightarrow \Phi(p_H) < 1$
non expansible	$k_H \to \infty$	$l_H = 0$	$C'(K_0) = 0$

(2.11)

L'expression $\phi\left(K_0; l_L, l_H\right)$ (plutôt que seulement ϕ) met en évidence la dépendance du multiple de la valeur d'option par rapport au capital courant K_0 et des degrés possibles de réversibilité et d'expansion possibles dans le futur. Les valeurs de ce paramètre s'obtiennent à partir

des différents degrés (2.10) et (2.11) remplacés dans l'équation (2.9) du ratio ϕ :

Capital	expansible	en partie expansible	non expansible
réversible	$\phi(K_0;1,1)$ $= 1+\rho\frac{1-E[R_K(K_0,p)]}{k} =?$	$\phi(K_0;1,l_H) =?$	$\phi(K_0;1,0)<1$
en partie irréversible	$\phi(K_0;l_L,1) =?$	$\phi(K_0;l_L,l_H) =?$	$\phi(K_0;l_L,0)<1$
irréversible	$\boldsymbol{\phi(K_0;0,1)>1}$	$\boldsymbol{\phi(K_0;0,l_H)>1}$	$\boldsymbol{\phi(K_0;0,0)=1}$

(2.12)

Nous ne pouvons pas toujours conclure sur la valeur nette de l'option d'achat et de l'option de vente qui produisent deux effets inverses. Eeckhoud et Treich[1999] ont confirmé ce résultat en montrant que le profit attendu d'une entreprise qui tarife selon Ramsey-Boiteux, augmente quand le capital n'est plus totalement inflexible (en termes d'expansion et de réversibilité). Cependant puisque la réversibilité accroît le niveau courant de production alors que l'expansion le réduit, ils ont remarqué que nous ne pouvions conclure quant à l'effet net d'une plus grande flexibilité du capital.

1.4.2 Interprétation en terme de prime de l'option

La valeur du multiple de la valeur d'option ϕ est toujours positive. Le fait qu'elle soit supérieure à l'unité indique que le seuil de déclenchement de l'investissement en incertitude est supérieur à celui dans le cas certain, i.e. que la prime de l'option est positive. Dans le cas contraire, pour une valeur $\phi < 1$, la prime est négative.

Réaliser un projet d'investissement revient à décider d'exercer une option d'achat. Acquérir la possibilité de prendre cette décision équivaut à acheter une option d'achat dont la valeur est celle du projet d'investissement que l'option va permettre éventuellement de réaliser dans l'avenir. La prime de l'option est le prix de l'option, payé initialement pour l'acheter si l'option réelle était un titre financier commercialisable.

L'opportunité d'investissement se présente à l'entreprise sans coût. Mais nous nous rendons compte que cette simple option d'investissement (option d'attente) du modèle de Abel et al.[1996] donne à l'entreprise une certaine flexibilité qui lui permet d'attendre avant d'investir. Les options réelles ne sont pas commercialisables ; la prime de l'option est définie sur la base d'un coût d'opportunité, comme étant égale à la valeur de la flexibilité introduite par les options pour Trigeorgis et Mason[1987] ou plus exactement à "l'ensemble des valeurs d'options que constitue le potentiel de flexibilité du projet" (Cobbaut[1990, p. 496]).

Elle se calcule comme la différence entre la valeur actuelle étendue (qui prend en compte l'adaptabilité de l'entreprise) et la valeur actuelle, seuils de déclenchement de l'investissement définis respectivement par les critère de la VANE et de la VAN. C'est donc la composante stratégique de la valeur du projet, qui est rajoutée à la VAN au moment de l'investissement. Dans le modèle d'Abel et al.[1996], cette prime est égale non seulement à la valeur de l'option d'expansion (qui est la prime de l'option si l'investissement est irréversible, $-\rho C'(K_0)$) mais aussi à celle de l'option de flexibilité, $\Delta = -\rho C'(K_0) + \rho P'(K_0)$.

Nous pouvons constater que l'accroissement de l'incertitude σ^2, du taux d'intérêt sans risque r et du temps d'attente entre la date initiale et la date d'investissement $(t^* - t_0)$ diminue la valeur actuelle, mais augmente la valeur de la prime de l'option. En particulier, Trigeorgis[1996, p. 373] a constaté que l'augmentation de la prime de l'option est forte avec l'incertitude, mais que la robustesse de ce résultat n'est pas établie pour le taux d'intérêt sans risque. Ces effets sont récapitulés dans la valeur de l'opportunité d'investissement, calculée d'après le critère de la VANE, mais ne sont pas concluants.

Cette règle de la VANE, bien que correcte, est difficile à calculer en pratique parce qu'elle exige de connaître les espérances rationnelles du sentier des rendements marginaux du capital de l'entreprise pour chaque augmentation de capital, envisagée en environnement incertain. C'est pour cela que la VAN est l'évaluation marginale pratique qui lui est préférée. Cette évaluation annule la prime de l'option, soit d'après l'équation (2.6) du modèle d'Abel et al.[1996] $F(K_0) = r'(K_0) + \rho \int_{-\infty}^{\infty} \{R_K(K_0, p)\}\, d\Phi(p) = k$.

Donnons deux exemples de valeur de multiple de la valeur d'option inférieure ou égale à l'unité.

Il se peut que le projet soit retenu alors que la VAN du projet est négative. Roberts et Weitzman[1981], repris par Majd et Pindyck[1987], Pindyck[1993*a*], ont mis en avant l'importance du processus cumulatif de l'information[14] sur la valeur ϕ. L'entreprise peut préférer anticiper sur la VAN pour bénéficier de l'information. Ils ont analysé les décisions d'arrêt et de continuation des processus séquentiels d'investissement soit de R&D[15], soit d'exploration[16] minière et pétro-

[14] Cette information porte sur les coûts.

[15] mais aussi les droits de propriétés, baux et brevets préalables à l'exploitation.

[16] Une entreprise électrique qui doit choisir entre deux technologies productives (au charbon ou nucléaire) illustre, pour Roberts et Weitzman[1981], ce type de processus d'exploitation. En effet elle va chercher à comparer le profit net attendu associé aux deux options par rapport à celui d'une seule technologie. Dans une politique optimale d'investissement, l'accumulation de l'information tend à montrer le choix à effectuer, et ceci quels que soient les coûts de recherche.

lière, quand les coûts d'investissement (qui s'additionnent au fur et à mesure des étapes) sont incertains. L'entreprise ne reçoit la recette qu'une fois la séquence d'investissement achevée. Cette recette n'est connue avec certitude qu'à la dernière étape de la séquence d'investissement du fait de l'accumulation de l'information. Les projets peuvent être arrêtés en cours d'investissement, mais seuls les processus d'exploitation permettent de recevoir la recette. Roberts et Weitzman[1981] ont montré que si la volatilité du profit reçu à la dernière étape est supérieure à l'incertitude sur les coûts séquentiels, et si la moyenne du profit terminal connue à chaque étape est croissant, alors l'entreprise peut décider de continuer à investir dans les premières étapes de la séquence, même si la VAN du projet est négative. En effet les étapes futures de développement peuvent être plus profitables que celles anticipées initialement.

De même, la valeur du multiple de la valeur d'option ϕ peut être égale à un. De longs délais de construction du projet atténuent les effets de la volatilité croissante de la valeur du projet, i.e. abaissent la frontière d'investissement, par rapport à une construction instantanée. Milne et Whalley[2000] ont rajouté une condition aux bornes du problème de Majd et Pindyck[1987], de durée de construction[17] d'un investissement irréversible en incertitude, avec possibilités d'arrêt et de recommencement sans coût de la construction avant l'achèvement du projet : l'égalité du bénéfice marginal et du coût marginal de l'investissement. Ils ont obtenu les résultats suivants :

- la valeur optimale du projet V^* est égale à celle déterminée par la VAN V_{VAN}, pondérée par $\phi > 1$:
  - si une fois le projet accepté, sa construction ne s'interrompt pas jusqu'à son achèvement, i.e. s'il n'y a pas d'option d'arrêt ($V^* = \phi V_{VAN} = \frac{\beta}{\beta-1} V_{VAN}$) ;
  - si l'option d'arrêt existe ($V_{VAN} < V^* < \frac{\beta}{\beta-1} V_{VAN}$) ;
- la valeur du multiple de la valeur d'option est égale à l'unité, i.e. $\phi = 0$ ($V^* = V_{VAN}$), si la durée de construction ou le coût d'opportunité des flux de trésorerie non réalisés augmentent.

Abandonner ou arrêter provisoirement l'investissement équivaut à lui donner un certain degré de réversibilité, même coûteuse. Cependant, nous nous apercevons que dans ces deux exemples, de Roberts et Weitzman[1981] et de Milne et Whalley[2000], ce n'est pas qu'une seule option d'attente qui est évaluée. Chaque étape d'investissement peut générer de nouvelles opportunités dans le futur. Le processus séquentiel d'investissement est tel que l'option doit

[17] L'entreprise est soumise à un taux d'investissement maximum, et doit par conséquent étaler sa construction dans le temps.

être exercée à chaque étape pour que l'entreprise puisse acheter l'option de l'étape suivante. C'est une option de programmation, i.e. qu'elle comprend toutes les options contenues dans les choix successifs de réalisation ou non de l'investissement.

La littérature sur l'investissement irréversible (Abel[1983], McDonald et Siegel[1986], Pindyck[1988*b*], Caballero[1991], Dixit[1992], Smith[1994], Dixit[1995]) trouve que la valeur optimale du capital est supérieure à celle obtenue par le critère de la VAN. En effet le multiple de la valeur d'option est supérieur à l'unité parce que l'irréversibilité élimine l'option de vente, et que la possibilité d'expansion donne une valeur positive à l'option d'achat. Si le projet du modèle d'Abel et al.[1996] est supposé irréversible, le seuil d'investissement déterminé par le critère de la VAN est $F(K_0) = k$ et celui de la théorie des options réelles $F(K_0) = \phi k$, soit graphiquement :

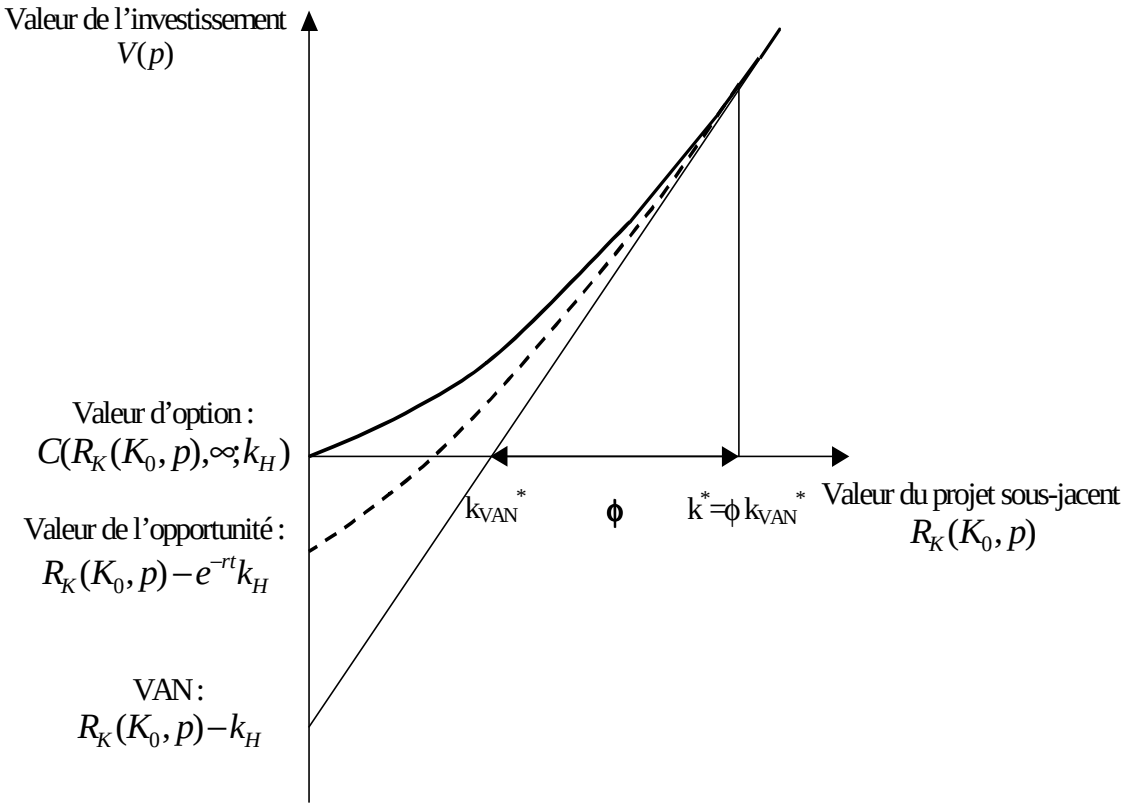

Fig. 2.3: La valeur du multiple de la valeur d'option d'un investissement irréversible : $\phi > 1$.

1.4.3 Classification des options

Nous venons de voir que l'option réelle n'est pas forcément qu'une option d'attente. Nous présentons une classification des options, qui se base sur celle de Trigeorgis[1996, pp. 2-3].

Elle reprend et complexifie notre problématique d'investissement en environnement incertain. Il s'agit de mettre en évidence les caractéristiques d'expansion et de réversibilité de ces options, qui peuvent amener l'entreprise à anticiper sur la valeur actuelle nette. Partant d'un investissement irréversible, nous avons voulu savoir si la prise en compte de la déréglementation, puis de la dette dans son financement pouvait amener à une règle de décision d'investissement différente de celle qui stipule que l'entreprise en incertitude déclenche son investissement plus tardivement. Cette question revient à se demander si la déréglementation ou la dette introduisent un certain degré de réversibilité partielle et probablement un degré d'expansion partielle de l'investissement.

En s'endettant, l'entreprise transfère une partie de la propriété de son capital à ses créanciers : elle achète une option de vente sur ses fonds propres. Pour l'entreprise qui s'autofinance ou qui ne choisit pas sa structure de financement, l'option réelle d'investissement est une option d'attente, la caractéristique retenue du processus d'investissement étant la période d'attente. L'entreprise peut aussi déterminer le montant de son emprunt, en sachant que le fait de s'endetter peut transmettre définitivement la propriété du capital aux créanciers en cas de faillite, déduction faite du coût de cette défaillance. L'option réelle, qui combine une option d'attente et une option financière, n'est plus une option d'attente mais une option composite. Nous admettrons que l'entreprise ne peut s'endetter qu'au moment de son investissement. Elle exerce son option d'achat réelle pour investir et, dans le même temps, achète une option de vente sur ses fonds propres.

Donc seul nous intéresse le passage de l'option d'attente à l'option composite, qui intègre à la détermination du seuil d'investissement, la modalité de son financement. L'entreprise ne peut pas envisager de revendre la centrale, ce qui revient à considérer que l'investissement est totalement irréversible et que l'entreprise ne dispose pas d'option de vente. Mais nous nous intéressons à ce qu'il se passerait si, dans les extensions des modèles, nous relâchions cette hypothèse en considérant la flexibilité de la production et le démantèlement de la centrale.

Le prix de revient est toujours déterminé par les conditions de marché et représente une information nouvelle qui permet la prise de décision de l'entreprise. Une information favorable à l'investissement est un prix de revient à la hausse, alors qu'une information défavorable est un prix de revient à la baisse. Le prix de revient déclenche l'investissement mais détermine également le niveau de l'autofinancement, c'est-à-dire la répartition du financement entre emprunt et fonds propres. Ainsi nous ne retenons pas l'augmentation de capital parmi les trois sources de financement énumérées par Babusiaux[1990]. Cependant, tous les auteurs cités en référence ne retiennent pas toujours le prix de revient comme sous-jacent de l'option réelle.

TABLEAU DES REFERENCES SELON LA CLASSIFICATION DES OPTIONS REELLES PROPOSEE :
(d'après Trigeorgis[1996] et Bellalah[2000])

Option	Définition	Application dans notre analyse	Références
Option d'attente ("option to defer")	**L'entreprise** détient une opportunité d'investissement et elle **peut attendre** que le prix de revient, les prix des intrants (capital fixe et capital variable de production) ou la demande justifient la construction d'une unité incrémentale.	L'entreprise détermine le **seuil d'investissement** à partir du **prix de revient**, au-delà duquel elle réalise le projet incrémental (**Chapitre 3**).	Ingersoll et Ross[1992] Pindyck[1991] Paddock, Siegel et Smith[1988] Bertola[1988] (non consultée) McDonald et Siegel[1986] Titman[1985] Tourinho[1979]
Option de programmation ("time-to-build option")	**L'investissement séquentiel** crée pour l'entreprise une option d'abandon de son programme d'investissement en cas de baisse du prix de revient. Cette option est évaluée à chaque séquence sur la base de la valeur du programme pour les séquences suivantes.	L'investissement n'est **plus instantané ni incrémental.** Son déroulement dans le temps rend possible son interruption avant l'achèvement du programme.	Bar-Ilan et Strange[1998] Trigeorgis[1993*a*] Carr[1988] Majd et Pindyck[1987] Roberts et Weitzman[1981]
Option de fonctionnement ("option to alter operating scale")	**L'entreprise adapte sa production** à la demande en fonction du prix de revient, **à la hausse ou à la baisse**, voire dans des cas rares par l'arrêt puis par le redémarrage de la centrale.	La **quantité produite** par l'entreprise **peut varier** : elle n'est plus normalisée.	Dixit[1989] He et Pindyck[1989] Dixit[1988] Paddock, Siegel et Smith[1988] Pindyck[1988*b*] Siegel, Smith et Paddock[1987] Trigeorgis et Mason[1987] Brennan et Schwartz[1985] McDonald et Siegel[1985]
Option d'abandon ("option to abandon")	Si la baisse du prix de revient est importante, **l'entreprise arrête définitivement l'exploitation** de l'équipement de production.	L'équipement étant irréversible, l'entreprise ne peut pas le revendre sur le marché secondaire. En revanche, le **coût de démantèlement** est mis en avant.	Myers et Majd[1990]

Option d'échange ("option to switch")	**L'adaptation** de la production à toute modification du prix de revient ou de la demande, peut prendre la forme soit d'une variation **du type de production** (flexibilité de la production) , soit de la variation **de la combinaison des inputs** entrants dans la production (flexibilité de la technologie).	Sont prises en compte : - soit l'**entreprise multi-énergie**, c'est-à-dire dans le cadre de la convergence gaz - électricité une entreprise qui peut produire voire négocier du gaz ou s'en servir, entre autres inputs possibles, pour produire de l'électricité (Cf. Revue de l'énergie[1997], n°486 et 492, en particulier Chevalier[1997] et Brochu[1997]). - soit la **composition du parc de production** de l'entreprise.	Kulatilaka et Trigeorgis[1994] Triantis et Hodder[1990] Kulatilaka[1988] Kensinger[1987] Baldwin et Ruback[1986] Margrabe[1978]
Option de croissance ("growth option")	**Les activités amont de R&D créent des possibilités de croissance future** sur toute une chaîne de projets liés. L'entreprise va donc investir dans ces innovations technologiques pour bénéficier d'opportunités industrielles futures. Cette option de croissance correspond à une option composite de plusieurs projets.	L'entreprise est **intégrée dans un groupe industriel** et mène une politique d'acquisitions concurrentielles voire stratégiques (que nous aborderons en extension). L'entreprise envisage donc des **alternatives** à ses investissements courants.	Childs, Ott et Triantis[1998] Lint et Pennings[1998] Grenadier et Weiss[1997] Mauer et Ott[1995] Kester[1993] Brealey et Myers[1991] Chung et Charoenwong[1991] Pindyck[1988*b*] Trigeorgis[1988] Trigeorgis et Mason[1987] Kester[1984] Myers[1977]
Option composite ("multiple interacting option")	Il y a une variété d'options multiples. La caractéristique commune à **toute option composite** est qu'elle **combine des options** renforçant le potentiel à la hausse et des options se prémunissant contre la baisse de la valeur de l'entreprise. Leur valeur agrégée est supérieure à la somme des valeurs des différentes options prises séparément. **L'opportunité financée de façon optimale** fait partie des options composites.	La problématique de l'investissement est élargie au **financement optimal du projet** : pour financer son investissement, l'entreprise a recours à ses fonds propres et à l'emprunt. Cependant l'augmentation du capital n'est pas envisagée (**Chapitre 4**).	Kulatilaka[1995] Mauer et Ott[1995] Trigeorgis[1993*b*] Paddock, Siegel et Smith[1988] Siegel, Smith et Paddock[1987] Brennan et Schwartz[1985] Geske[1979]

1.4.4 Les méthodes d'évaluation des options pour déterminer la valeur du multiple de la valeur d'option

Ces méthodes cherchent à déterminer le multiple de la valeur d'option ϕ en environnement incertain. Si le futur est parfaitement connu et si les marchés sont complets et parfaits, donc $\phi = 1$ et le critère de la VAN s'applique pour décider de l'investissement.

Nous évaluons l'option d'attente pour un prix de revient stochastique, par la méthode de Black et Scholes après avoir posé les hypothèses. Mais cette évaluation nécessite une date d'échéance. Nous utiliserons alors la méthode des équations différentielles partielles, que nous présenterons à partir du modèle de Dixit et Pindyck[1998] de prix croissant d'achat et décroissant de revente du capital. Nous évaluerons l'option générée par un investissement irréversible, totalement expansible et standardisé, pour généraliser ensuite ce calcul.

1.4.4.1 Conditions d'existence -

a) Le prix de revient contient totalement l'information du marché

L'hypothèse du marché dans lequel nous allons développer les modélisations par les options repose sur l'efficience. Le concept de marché efficient a été défini par Fama[1970], tel que "les prix courants des actifs financiers reflètent toute l'information pertinente pour les investisseurs" (Rochet et Demange[1992, p. 30]). La forme d'efficience utilisée dans les modélisations est semi-forte. La structure d'information $\mathcal{I}$ est la tribu engendrée par les réalisations passées de p_t, c'est-à-dire que

$$\forall t,\ p_t = \frac{1}{1+r} E[\widetilde{p}_{t+dt}/p_t] = \frac{1}{1+r} E[\widetilde{p}_{t+dt}/\mathcal{I}_t].$$

$\mathcal{I}$ incorpore toute l'information publique disponible pour les investisseurs à la date t. Ainsi le sous-jacent $\widetilde{p}_t$ doit suivre un processus de Markov. Or les modèles formalisent l'évolution du sous-jacent par un mouvement brownien, qui est un processus de Markov continu[18]. Cette forme d'efficience[19] permet de ne pas retenir les problèmes liés à la recherche de l'information.

[18] C'est plus exactement un processus de Markov à trajectoire continue.

[19] Les deux autres formes d'efficience sont :

- l'efficience faible pour laquelle le prix actualisé suit une martingale. Nous retrouvons la notion d'avenir probabilisé ;
- la forme forte pour laquelle $\mathcal{I}$ incorpore toute l'information publique et privée. Elle est réfutée empiriquement par le fait qu'il existe les délits d'initiés.

La transmission de l'information sur les prix de revient est connue de façon rétroactive, ce qui permet de connaître les probabilités a posteriori d'occurrence des états du monde.

Par contre la filtration $\mathcal{I}$ synthétise également l'accumulation de l'information. Cette accumulation d'information rend irréversible le sens du temps, ce qui se traduit mathématiquement par l'intégration des équations différentielles stochastiques (EDS) en fonction de l'ordre croissant du temps.

Il convient de noter ici que le prix de revient est choisi comme sous-jacent de l'opportunité d'investissement, de préférence à la demande en électricité ou aux prix de différents intrants. Il permet de faire le lien avec le financement de ce projet électrique puisqu'il génère exclusivement les fonds propres de l'entreprise.

b) Le marché est complet et imparfait, mais ne permet pas les opportunités d'arbitrage

Nous nous intéressons à la décision d'une entreprise électrique concernant un projet d'investissement incrémental et son financement. L'étude de ce comportement rationnel d'une entreprise nous amène à raisonner en équilibre partiel. Ce financement par projet d'investissement permet d'isoler les flux de trésorerie nets et les risques liés au projet du reste des activités de l'entreprise.

Or le programme nucléaire français a reposé sur le principe de financement total de l'ensemble d'un parc de production, comme l'ont rappelé Lescoeur et Penz[1999, p. 177]. Le modèle développé par Bergougnoux, Carême et Mosconi[1986] repose sur cette base. Ce sont les flux de trésorerie générés par toutes les centrales existantes qui permettent de financer l'investissement incrémental. Bergougnoux[1987] a d'ailleurs démontré l'optimalité de financement de l'ensemble du parc de production et non de projets pris seulement les uns après les autres, ce que semblent illustrer les défaillances électriques[20] que l'état américain de Californie vient de connaître depuis janvier 2001. Lescoeur et Penz[1999] en ont développé les arguments. Tout d'abord le caractère capitalistique du nucléaire entraîne un coût d'investissement au kWh supérieur à celui des autres équipements de production, mais pour une durée de vie plus importante. La durée de vie économique de l'investissement est supérieure à la durée de l'emprunt nécessaire pour le réaliser. Le financement de l'ensemble d'un parc de centrales d'âges différents qui

[20] Aussi après avoir décidé en 1996 de déréglementer le secteur énergétique, l'état californien se demande s'il ne va pas nationaliser les entreprises de production pour faire face à un sous-investissement et un veillissement du parc de production (les centrales ont une moyenne d'âge de 35 ans, sauf les centrales nucléaires qui ont une quinzaine d'années), cf. Joskow P.L.[2001], California's electricity crisis, NBER WP 8442.

vendent l'électricité au même prix au même instant t, tend à rapprocher la durée des emprunts de la durée économique du projet. Enfin les investisseurs acceptent mieux le risque financier lié au nucléaire quand le risque de défaillance de l'entreprise est mutualisé au sein d'un parc de production plus diversifié.

Pour que l'équilibre obtenu pour l'entreprise vérifie également l'équilibre général, nous allons supposer que le régulateur gère la totalité du parc d'exploitation de l'industrie, en appliquant selon Arrow[1968] le concept de l'agent représentatif élaboré par Negishi[1960][21].

Les options sont présentes sur un marché où peuvent exister des opportunités d'arbitrage[22]. Considérons un modèle qui ne comprend que deux dates, une date pour les transactions et une date pour la liquidation, et pour lequel les valeurs de liquidation, éventualités futures, sont inconnues lors des transactions mais appartiennent à un ensemble fini donné a priori. Ce modèle est suffisant pour introduire les notions de marché complet et de prix d'état[23] (pour nous, le prix de revient) qui permettent d'analyser l'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA)[24] dans le marché en présence d'incertitude. Ce résultat se généralise aux transactions continues.

Le marché complet le plus simple est le marché des biens contingents. Le marché complet n'offre pas de possibilité d'arbitrage et si le marché est complet, le vecteur des prix d'état est unique. Cette réduction du marché aux actifs contingents uniquement limite l'évolution du prix de revient à l'intérieur d'un cadre, les processus de Markov, que nous préciserons ultérieurement.

Ces trois conditions (optimalité individuelle, marché complet et absence d'opportunité d'arbitrage) sont nécessaires dans la théorie des options pour évaluer les options réelles. Les options réelles (comme les options financières) ne peuvent être évaluées que si le marché est complet et n'existent que si le marché est imparfait (i.e. si les prix de revient futurs sont incertains). En effet Modigliani et Miller[1958] ont montré a contrario que la perfection du marché permet de dis-

[21] Negishi T.[1960], Welfare economics and existence of an equilibrium for a competitive economy, *Metroeconometrica* 12, 92-97

[22] Une opportunité d'arbitrage est une stratégie qui rapporte dans au moins un état de la nature et qui ne coûte rien dans les autres. L'arbitrage est donc une opération correctrice, et non stabilisatrice, sans mise de fonds et qui garantit l'obtention d'un revenu net ou d'un profit d'arbitrage certain positif. Il illustre le principe de l'unicité d'un bien ou d'un actif financier sur un marché parfait.

[23] qui contiennent l'information (cf. section 3 du chapitre 1).

[24] Si lors de l'introduction d'un nouveau titre (une option ici) sur un marché, le rendement de ce titre peut être dupliqué par un portefeuille d'actifs déjà existants, son prix doit être égal au prix de ce portefeuille afin d'éviter toute opportunité d'arbitrage. Cette hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage (qui nécessite l'hypothèse de marché complet) sert à donner une valeur à l'option.

socier les décisions d'investissement des décisions de financement. Par hypothèse le marché est supposé complet et imparfait. C'est le paradoxe de la valeur d'option, énoncé par Henry[1974*b*] : "[S]i l'agent économique peut calculer la valeur d'option, c'est qu'il n'en a pas besoin[25]. S'il en a besoin, c'est qu'il ne peut pas la calculer", à partir des remarques de Schmalensee[1972][26] : "[E]n l'absence de marchés complets et parfaits pour la couverture des risques, les prix d'option sont malheureusement inobservables" (propos repris par Cobbaut[1990, p. 497]).

Le calcul d'investissement doit valoriser ces options. Du fait de l'hypothèse d'AOA, la valeur de l'option est additivement séparable dans le temps. Il y a trois types de méthodes de valorisation d'options : la méthode des équations différentielles stochastiques, la méthode probabiliste des martingales et les méthodes numériques. Les deux premières méthodes supposent que la date d'échéance T (finie ou infinie, pour les options perpétuelles) de l'option joue un rôle dans son évaluation, puisque ce sont des méthodes rétroactives ("*backward*"). Le troisième type de méthodes permet d'évaluer les options sans prendre en compte leur date d'échéance, et ce sont des techniques "*forward*" (de déroulement vers l'avant). Comme nous avons vu que notre problématique se réduit à l'exercice d'une option d'achat, les méthodes présentées nous permettent d'évaluer une option d'achat. Le principe de valorisation s'effectue à rebours ou vers l'avant, à partir du prix de l'option à l'échéance ou du prix initial. Ce prix est connu si le prix du sous-jacent, le prix de revient, est lui-même connu. Toutes ces méthodes supposent, ainsi que nous l'avons vu, l'absence d'opportunité d'arbitrage et l'existence d'un taux d'intérêt sans risque constant r, quelle que soit la maturité de l'opportunité d'investissement (qui est ici infinie). Dans un premier temps, l'actif sous-jacent suit une loi log-normale, hypothèse que nous remettons en question aux chapitres 3 et 4.

[25] L'évaluation par arbitrage sur un marché complet et parfait est basée sur la condition implicite qu'une entreprise utilise son opportunité d'investissement de la façon la plus efficace, parce que si elle ne le faisait pas, une entreprise concurrente arbitragiste pourrait acheter l'option d'investissement et faire un profit positif. L'entreprise adopte donc une stratégie "maintenant ou jamais". Ainsi elle évalue son projet selon le critère de la VAN, puisque chaque option a une valeur qui peut être seulement implicite mais qui lui est attribuée par duplication par des actifs existants de même risque. Le prix de l'option est alors identique au prix du portefeuille d'actifs qui lui procure la même configuration de flux de trésorerie.

[26] Schmalensee R.[1972], Option demand and consumer's surplus : valuing price changes under uncertainty, *American economic review* 62, 813-824

1.4.4.2 La valorisation par les équations différentielles stochastiques -

a) Le modèle de Black et Scholes

Ce modèle d'évaluation d'option est une extension en continu de la méthode binomiale de Cox, Ross et Rubinstein[1979][27] à une période pour une maturité donnée, qui modélise l'arbre de décision. Nous cherchons à évaluer l'option d'achat $C\left(R_K(K_0,p),T;k_H\right)$, que nous allons récrire $C\left(p_t,T;K\right)$ puisque dorénavant nous nous intéresserons à un investissement unitaire constant K qui génère un flux de trésorerie que nous assimilerons au prix de revient p_t selon l'exemple simple de la sous-section 3.3.1 du chapitre 1. Cette opportunité d'investissement $C\left(p_t,T;K\right)$ dépend de la production de l'équipement futur dont le prix est le prix de revient p_t.

Pour valoriser cette option d'achat $C\left(p_t,T;K\right)$, dont le prix d'exercice est K et la maturité T, nous partons de la valeur V du portefeuille qui sert à la dupliquer et qui, par hypothèse, est séparable additive. Ce portefeuille n'est composé que de cette option d'achat et, à la date courante t, il vaut :

$$V(t,p_t) = C\left(p_t,T;K\right). \tag{2.13}$$

Cette option risquée sur un actif risqué fait partie du marché qui comprend également deux autres titres, un actif sans risque (qui est la condition nécessaire à l'existence d'un équilibre de marché, mise en exergue par le MEDAF) dont le prix B_t est rémunéré au taux d'intérêt sans risque constant[28] :

$$r(t,p_t) = r > 0 \ (\frac{dB_t}{B_t} = rdt),$$

et de l'actif risqué sous-jacent c'est-à-dire de l'investissement. Le prix de cet actif sous-jacent qui ne verse pas de dividende, est aléatoire et suit un mouvement brownien géométrique :

$$\frac{dp_t}{p_t} = \mu dt + \sigma dz_t, \tag{2.14}$$

où μ est la dérive constante du processus ;

σ est la volatilité constante du processus ;

[27] Cox J.C., Ross S. et Rubinstein M.[1979], Option pricing : a simplified approach, *Journal of financial economics* 7, 229-263

[28] Cette simplification ($r(t,p_t) = r > 0$) ne prend donc pas en compte les taux d'intérêt aléatoires, dont la structure à terme, qui a été mise en évidence par Vasicek[1977], est telle que les taux d'intérêt instantanés convergent vers le taux de long terme. Seul ce taux de long terme nous intéressera pour analyser l'opportunité d'investissement sans date d'échéance.

z_t est un processus de Markov standard.

Le prix de l'option C_t ne dépend que de la date t et du prix du sous-jacent p_t. Ainsi toute variation de la valeur de ce portefeuille est obtenue d'après le lemme d'Itô (cf. annexe 2-a),

$$dV_t = DCdt + \sigma p_t \frac{\partial C}{\partial p} dz_t = \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \mu p_t \frac{\partial C}{\partial p} + \frac{1}{2}\sigma^2 p_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial p^2} \right] dt + \sigma p_t \frac{\partial C}{\partial p} dz_t. \tag{2.15}$$

Donc la stratégie autofinancée[29] a qui duplique le portefeuille, c'est-à-dire l'option, est telle que

$$V_t = a_t p_t + B_t. \tag{2.16}$$

C'est un portefeuille efficient puisqu'il est composé, ainsi que le définit le MEDAF, d'un certain nombre de projets d'investissement (de même risque) et de l'actif sans risque. Toute variation de la valeur du portefeuille est la suivante :

$$dV_t = a_t dp_t + dB_t = [a_t \mu p_t + r B_t]\, dt + a_t \sigma p_t dz_t. \tag{2.17}$$

Si nous simplifions les expressions en portant en indice les dérivées, nous pouvons déduire de (2.15) et de (2.17) que

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 C_{pp} + \mu p C_p + C_t = a\mu p + rB\,; \\ \sigma p C_p = a\sigma p \Longrightarrow a = C_p. \end{cases} \tag{2.18}$$

En remplaçant dans l'expression (2.16) le portefeuille V par l'option qui le compose $V = C$ (2.13) et la stratégie autofinancée a par sa valeur donnée en (2.18), nous établissons la valeur de l'obligation, titre sans risque, en fonction de l'option :

$$B = C - pC_p. \tag{2.19}$$

Finalement l'équation différentielle partielle[30] (2.18) se récrit en tenant compte des valeurs de a et de B données respectivement par (2.18) et par (2.19),

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 C_{pp} + rpC_p - rC - C_\tau = 0, \tag{2.20}$$

où $C_\tau = -C_t$ avec $\tau = T - t$.

[29] Une stratégie est autofinancée si elle ne génère pas de dividende (positif ou négatif), c'est-à-dire si pour tout t, $a_t p_t + B_t = a_0 p_0 + B_0 + \int_0^t a_\tau dp_\tau + \int_0^t dB_\tau$. a est un processus adapté tel que le processus de gain qu'il génère, étant donné le processus de prix p_t, est défini comme le processus d'Itô : $\int_0^T a_t dp_t = \int_0^T a_t \mu dt + \int_0^T a_t \sigma dz_t$.

[30] Si l'entreprise verse un dividende d et un intérêt de la dette i instantanés constants, l'EDP se récrit : $\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 C_{pp} + (r - d - i)\, pC_p - rC - C_\tau = 0$.

La prime de l'option à l'échéance T est obtenue à partir de $C_T \equiv C(p_T, 0; K) = \max[0; p_T - K]$. La condition terminale et les conditions aux bornes sont ainsi données par le paiement final, qui est la valeur de l'option d'achat à échéance.

Nous obtenons la solution de Black et Scholes pour une option d'achat américaine, dont toutes les variables de l'EDP sont les arguments :

$$C\left(p_t, \tau; r, \sigma^2, K\right) = p_t N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2),$$

où $C(p_t, \tau; r, \sigma^2, K)$ est le prix de l'option d'achat obtenu par arbitrage ;
$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{p_t}{K}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = d_2 + \sigma\sqrt{\tau}$;
$N(.)$ est la cumulative de la loi normale centrée réduite[31].

b) Les équations différentielles partielles

La méthode par les équations différentielles partielles (EDP)[32] généralise le modèle de Black et Scholes, qui limite l'évolution de l'actif sous-jacent à un mouvement géométrique brownien. Construite pour s'appliquer à la finance, cette évolution est celle de la gamme classique des taux d'intérêt, sous-jacent des options financières. En effet, plus la maturité est lointaine, plus il y a de risque à rémunérer. Une seconde limite tient dans le fait que pour évaluer toute option, le modèle de Black et Scholes utilise la maturité. Or les options réelles sont perpétuelles. Une illustration de cette généralisation du raisonnement, à partir de l'arbre de décision jusqu'à l'évaluation des options, nous est donnée par Epaulard et Gallon[2000][33].

Nous allons évaluer une option d'achat par la méthode des EDP à partir d'un modèle plus réaliste que celui à deux périodes d'Abel et al.[1996], élaboré par Dixit et Pindyck[1998]. Sur un horizon infini et en incertitude, ce modèle prend en compte les opportunités répétées, offertes à l'entreprise, d'expansion et de contraction de sa capacité productive en réponse à un environnement changeant, tel celui qui caractérise le secteur de la production électrique du fait de la déréglementation. A la différence de la méthode de Black et Scholes, nous exposons

[31] La probabilité est supposée sans risque : $N(x) = \Pr\left[\frac{z_t}{\sqrt{t}} \leq x\right]$ et $1 - N(x) = N(-x) = \Pr\left[\frac{z_t}{\sqrt{t}} > x\right]$.

[32] Signalons qu'il existe aussi une méthode probabiliste d'évaluation par les martingales, qui consiste à valoriser, dans l'espace probabilisé des états du monde, les actes de l'entreprise à l'aide d'une probabilité risque-neutre ou corrigée du risque.

[33] La décision de l'entreprise concerne le choix d'un investissement dans une centrale nucléaire, plutôt que dans une turbine CCG. Les noeuds de l'arbre de décision sont élaborés à partir de l'innovation de la technologique nucléaire et du prix du gaz.

cette méthode d'évaluation en supposant que l'aléa porte sur la demande, et en envisageant l'évolution du coût du capital.

L'entreprise doit servir une demande inverse iso-élastique,

$$p = \theta(t)Q^{-\frac{1}{\eta}}, \tag{2.21}$$

où η, l'élasticité de la demande, est supérieure à 1 pour assurer la convergence dans le temps du surplus social. Le prix sert à nouveau de signal de déclenchement d'une variation de capital, mais les seuils plafond et plancher varient, puisque le coût du capital évolue. L'incertitude est modélisée comme un aléa sur la demande :

$$d\theta = \mu\theta(t)dt + \sigma\theta(t)dz, \tag{2.22}$$

où μ et σ sont la tendance et la volatilité du processus, mesurées sur le marché des capitaux. Notons α est le taux de rendement ajusté au risque, pour θ donné, qui est demandé par l'entreprise, détentrice de l'option d'achat, si elle investit (i.e. si elle est en position longue sur le projet). Le taux de court terme est le taux de dividende (cf. la relation du MEDAF (1.14)) :

$$\delta = \alpha - \mu \tag{2.23}$$

Il est égal à la différence entre le taux de long terme qui rémunère la position longue de l'entreprise sur le projet d'investissement, et le taux de gain en capital. Si $\delta > 0$, le taux de gain en capital du projet est inférieur au taux de rendement ajusté au risque. δ s'interprète comme le coût d'opportunité de retarder la construction du projet et de conserver l'option. Si ce coût d'opportunité tend vers l'infini, la valeur de l'option devient nulle et l'investissement répond à une stratégie "*now or never*", i.e. à la règle de la VAN. Cette expression met en évidence la relation avec le MEDAF, et l'équivalence entre la programmation dynamique et l'analyse des actifs contingents, qui utilise la méthode de résolution des options réelles par les EDP.

Pour ne tenir compte que de l'option d'achat et de l'option de vente, il faut poser des hypothèses supplémentaires. Ainsi l'entreprise n'a pas de coût d'exploitation et elle produit toujours à sa capacité de production[34] K, ce qui permet d'éliminer les options de fonctionnement qui peuvent modifier la valeur du capital installé. La demande inverse que sert l'entreprise peut

[34]L'entreprise produit à pleine capacité du capital, et son coût de fonctionnement est normalisé à 0. Ainsi, elle ne peut pas faire varier sa production, i.e. la réduire ou l'arrêter, ce qui à pour effet de diminuer les coûts variables et d'accroître le coût du capital (McDonald et Siegel[1985]).

alors se récrire :

$$p = \theta(t)K^{-\frac{1}{\eta}},$$

puisque la variation du capital répond à la variation de la demande.

Nous avons supposé que le prix d'achat k_L et le prix de revente k_H du capital peuvent varier dans le temps. Ainsi l'évolution du coût d'achat unitaire du capital est donnée par la fonction :

$$k_L(t) = \underline{k}e^{\nu t},$$

qui dépend seulement du temps. Or les augmentations du coût d'achat sont en grande partie dues aux activités de concurrents, qui limitent l'expansion de l'entreprise. Par exemple, dans l'industrie minière[35], les concurrents épuisent les filons existants et les réserves potentielles, ce qui rend l'expansion de l'entreprise plus coûteuse dans la mesure où elle doit chercher de nouveaux filons plus difficiles à trouver et à exploiter. Il en va de même pour les terrains d'implantation des centrales thermiques. Les décisions de l'entreprise doivent alors être cohérentes avec les anticipations rationnelles du comportement optimal de tous les concurrents. Cependant nous ne modélisons pas le jeu qui mène à l'équilibre d'entrées-sorties (avec coûts irrécupérables) dans une industrie, et les décisions de l'entreprise ne sont pas prises en terme d'équilibre global de cette industrie. Finalement nous examinons, à la suite de Pindyck[1988*b*], la décision d'une entreprise concernant un investissement incrémental, dont le coût d'expansion est donné par les conditions de l'industrie. Nous suivrons également cette démarche, en considérant toutefois que l'aléa porte sur le prix de revient et non sur la demande.

Nous pouvons affiner le tableau initial du degré d'expansion (2.11) :

Capital	Taux de croissance de $k_L(t)$
expansible	$\nu = 0$
en partie expansible	$\nu > 0$
non expansible	$\nu \to \infty$

Cependant ν peut être négatif du fait des innovations technologiques continues et des effets d'apprentissage[36] ("*learning by doing*") qui font diminuer les coûts du capital dans le temps, mais dont nous ne tenons pas compte au vu des hypothèses posées.

[35] Chaton[1997] a modélisé cet effet par l'évolution du prix des intrants pour un choix d'investissement et de production, qui comprend l'arrêt de la centrale, pour une technologie donnée. Notons que d'autres solutions que l'extraction d'uranium sont envisagées. De plus, l'enrichissement de l'uranium nous permet de supposer la constance du prix de l'intrant.

[36] Lester et McCabe[1993] ont de plus estimé l'influence de la structure industrielle dans la relation entre

De la même façon, le capital installé peut être revendu à un prix unitaire :

$$k_H(t) = \bar{k}e^{-\gamma t}. \tag{2.24}$$

La réversibilité ne dépend que du temps et reflète l'obsolescence croissante du capital (et non sa dépréciation physique[37]). L'obsolescence du capital est due en grande partie au développement continu de procédés et/ou de produits supérieurs par les entreprises concurrentes. Néanmoins, et pour les mêmes raisons que précédemment (les actions des concurrents ne sont pas prises en considération), nous ne modélisons pas les sauts technologiques. Le degré de réversibilité (cf. (2.10)) dépend du rapport de $\bar{k}$ (coût de revente courant du capital) à $\underline{k}$ (coût d'achat courant du capital) :

Capital	$\bar{k}/\underline{k}$	Taux de croissance de $k_H(t)$
réversible	$\bar{k} = \underline{k}$	$\gamma = 0$
irréversible (possible)	$\bar{k} < \underline{k}$	$\gamma = 0$
(toujours)	$\forall \bar{k}, \underline{k}$	$\gamma \to \infty$

Par rapport au cas statique, la différence entre les prix d'achat et de vente du capital augmente dans le temps puisque $\nu > 0$ et $\gamma > 0$. Ces effets dynamiques sont mis en évidence en posant un coût de capital courant unique[38] :

$$k = \bar{k} = \underline{k}. \tag{2.25}$$

Nous établissons tout d'abord la règle de la VAN pour un investissement incrémental à la date courante t. La dernière unité incrémentale de capital installé doit être supérieure à son

l'expérience d'exploitation et la performance des réacteurs nucléaires. L'absence d'implantation de plusieurs réacteurs sur un même site comme en France, où EdF est la seule entreprise publique, est préjudiciable aux Etats-Unis. Cette moindre performance due à la structure industrielle américaine soulève des "questions de choix de standards technologiques et de taille et d'organisation des entreprises publiques ["*utilities*"] nucléaires domestiques" [p. 436], ce qui rejoint la remarque de Bergougnoux[1987] sur l'efficacité d'une gestion unifiée sur le plan national du parc de production (Lester R.K. et McCabe M.J.[1993], The effect of industrial structure on learning by doing in nuclear power plant operation, *RAND jounal of economics* 24 n°3, 418-438).

[37] Cf. Dixit et Pindyck[1994, pp. 199-212], Abel et Eberly[1997] par exemple, qui prennent en compte la dépréciation physique du capital. Cette question comme celle des coûts d'ajustement du capital sont intégrées dans ces modèles à travers l'exploitation de l'entreprise.

[38] Cette hypothèse n'est pas utile si nous nous intéressons uniquement à l'option d'achat, en éliminant l'option de vente (l'investissement est irréversible).

coût. La variation marginale de la demande et donc du capital, pour θ donné, tient seulement compte de l'élasticité-prix directe, $\theta\left(1-\frac{1}{\eta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}$, et elle est actualisée au taux de court terme δ. Finalement la règle d'investissement, à une date donnée t, de la VAN établit que l'investissement est optimal si la valeur actualisée de la dernière unité incrémentale de capital installé, $\theta\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}$, est supérieure à son coût d'achat incrémental $\underline{k}$ (sachant que pour le critère de la VAN, l'investissement est complètement expansible, $\gamma\to\infty$ et $\lim_{\gamma\to\infty}\left(\underline{k}e^{-\gamma t}\right)=\underline{k}$). Cette décision d'investissement est assimilée par la suite à la stratégie "*now or never*" à $t=0$,

$$\max\left\{\theta\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}-\underline{k};0\right\}\ (k_L(0)=\underline{k}). \tag{2.26}$$

A la différence de ce modèle néoclassique, la valeur marginale $V'(t,\theta)$ de l'entreprise qui procède à cet investissement incrémental a deux composantes, à savoir la valeur du flux de trésorerie générée par le projet et la valeur de l'option de revente de cette unité à son coût de vente $\overline{k}e^{-\gamma t}$. Nous allons isoler[39], en supposant l'irréversibilité du projet nucléaire, la valeur marginale de l'option d'achat[40] de ce projet incrémental $C'(K_t,t;k_L)$ à la date courante t. C'est par définition la valeur temporelle de l'option. L'option n'est pas exercée immédiatement si sa valeur temporelle est positive. Or la valeur du capital varie dans le temps de $\theta\equiv\theta(t,K)$ et la valeur de l'option d'achat dépend alors elle aussi de $\theta(t,K)$: $C'(K_t,t;k_L)\equiv C'(t,\theta)$.

b.1) Méthode de résolution d'une option d'achat par les équations différentielles partielles

I Nous allons évaluer cette option d'achat dans le cas, le plus fréquent dans la littérature, d'investissement irréversible, en considérant de plus que le capital est expansible sans limite. Le coût du capital est constant dans le temps et égal à $\underline{k}$ si $\gamma\to\infty$ et si $\nu=0$. La valeur du capital installée et celle de l'option d'investissement ne dépendent plus du temps : $V'(t,\theta_t)=V'(\theta_t)$ et $C'(t,\theta_t)=C'(\theta_t)$, i.e. $V'_t=C'_t=0$. Mais nous conservons cette notation pour l'harmoniser à la présentation générale du problème de Dixit et Pindyck[1998].

La valeur de l'entreprise résulte de l'accumulation (la valeur de l'entreprise est séparable additive par hypothèse) des options d'expansion qui concernent l'achat à tout moment d'unités

[39]Dixit et Pindyck[1998], tout comme Abel et Eberly[1996] avec les approches équivalentes de Tobin et de Jorgenson que nous verrons ultérieurement, ont toutefois envisagé le cas d'une réversibilité limitée et donc coûteuse, du fait de l'existence de coûts irrécupérables. Ils ont ainsi pris en compte l'option de vente. De plus Dixit et Pindyck[1998] ont lié les coûts d'achat et de vente (dans le cas simple qui suppose leur égalité, $k=\overline{k}=\underline{k}$) au montant de capital déjà investi par l'entreprise.

[40]La valeur d'exercice, à la date courante $t=0$, de l'option d'achat est $C'(K,0;k_L)=\max_{t=0}\left[0;\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}\theta-\underline{k}\right]$.

de production incrémentales, et des options de flexibilité qui touchent l'utilisation des unités de production installées. Mais ces dernières options n'existent pas puisque l'investissement est irréversible.

L'entreprise, à tout instant t, répond à un choix binaire : investir dans un projet de production ou attendre (cf. annexe 2-b). Elle décide soit d'investir pour obtenir un projet net positif, soit d'attendre et de garder alors une valeur de marché identique. L'entreprise rationnelle retient la décision qui maximise sa valeur de marché courante

$$V'(t, \theta_t) = C'(t, \theta_t). \tag{2.27}$$

Si le projet est retenu (l'option est exercée), il est instantanément réalisé sans délai de construction et le flux net actualisé des profits d'exploitation s'ajoute à la valeur de l'entreprise. Le fonctionnement optimal courant de l'actif tient compte non seulement du paiement immédiat mais aussi des conséquences pour les valeurs futures, qui créent un supplément espéré de valeur de l'entreprise à l'instant suivant.

En revanche la valeur de l'entreprise qui attend pour investir ne se modifie pas. Comme nous raisonnons en valeur marginale, nous pouvons normaliser cette valeur de réservation à 0.

Les termes du choix de l'entreprise se réduisent donc soit à un supplément de valeur net d'escompte qui provient du projet d'investissement, soit à 0. Si nous formalisons la décision de l'entreprise, nous obtenons le programme suivant :

$$\max_{\theta_t} \left\{ (1 - \rho dt) V'(t, \theta_t) + E[dV']; 0 \right\}.$$

ρ est égal au taux d'intérêt sans risque r si le risque de la variable d'état (en l'occurrence ici la demande) est couvert. Sinon ρ est un taux d'escompte déterminé de façon exogène, tel que "nous ne serions pas capables de relier ce taux d'escompte au taux sans risque ni au prix de marché du risque en utilisant le MEDAF" (Dixit et Pindyck[1994, p. 185]). Il prend cependant en compte le risque systématique. En effet le taux d'escompte a une interprétation en terme de coût d'opportunité du capital et il est égal au rendement que l'investisseur pourrait obtenir d'autres opportunités d'investissement de mêmes caractéristiques de risque.

La valeur de ces options dépend de la demande d'électricité aléatoire, qui est le sous-jacent de l'option d'achat. Son évolution est néanmoins connue pour partie. La forme générale retenue pour représenter ce système dynamique aléatoire est l'équation différentielle stochastique (EDS)

standard (ou processus de diffusion[41]) suivante :

$$\begin{cases} d\theta = \mu(t,\theta_t)dt + \sigma(t,\theta_t)dz_t\,; \\ \theta(t_0) = \theta(0) = \theta_0, \end{cases} \tag{2.28}$$

où $\mu(t,\theta_t)$ est la dérive ou le trend du processus qui montre l'évolution attendue de la demande ;

$\sigma(t,\theta_t)$ est la volatilité du processus ou l'écart-type de la demande par rapport à sa valeur espérée ;

z_t est un mouvement brownien standard[42] ;

t_0 est la date initiale et θ_0 décrit la demande inverse à cette date, $p_0 = \theta_0 K^{-\frac{1}{\eta}}$.

Cette forme générique prend l'expression particulière de mouvement brownien géométrique : $d\theta = \mu\theta(t)dt + \sigma\theta(t)dz$ (2.22), où la dérive μ et la volatilité σ du processus sont constantes.

Ce problème de contrôle optimal est unidimensionnel et univarié. L'état du système θ_t (seule la demande guide l'investissement) prend ses valeurs dans $\mathbb{R}_+$, comme le contrôle $u_t \in$ {investir ; ne pas investir} en t. Le contrôle $u_t \in$ {investir ; attendre} en t est a priori représenté par une fonction déterministe de l'état θ_t et de t. Le contrôle agit sur l'état (la demande varie bien au cours du temps) et modifie l'EDS standard. Finalement la règle d'investissement dépend du processus d'évolution de la demande θ_t.

Cette conceptualisation markovienne ou rétroactive permet de résoudre le programme dynamique en continu et à horizon infini à l'aide du principe d'optimalité de Bellman[43]. D'après ce principe, le problème de contrôle stochastique se divise en sous-problèmes récursifs qui débutent à une date quelconque du temps t. La résolution d'un tel problème consiste à rechercher à rebours (par une procédure récursive ou par un principe de rétroaction) le point fixe[44] de $V'(t,\theta_t)$. Le principe d'optimalité de Bellman recherche la valeur maximale de l'entreprise, c'est-à-dire résout :

$$V'(t,\theta_t) = \max_{\theta_t} \left\{ (1-\rho dt)V'(t,\theta_t) + E[dV'_t] \right\}. \tag{2.29}$$

[41] Cf. annexe 2-a.

[42] La variation de cet aléa est probabilisée selon une loi normale : $dz_t \vee \mathcal{N}(0,1)$. Ainsi un mouvement brownien standard correspond en continu à une marche aléatoire en discret (cf. annexe 2-a).

[43] "Le principe d'optimalité de Bellman : une politique optimale vérifie la propriété selon laquelle, quelle que soit l'action initiale, les choix restants constituent une politique optimale en accord avec le sous-problème débutant à l'état qui résulte des actions initiales" (Dixit et Pindyck[1994, p. 100]).

[44] La définition du point fixe est donnée par le théorème de Kakutani.

L'expression équivalente suivante met en exergue la notion d'espérance rationnelle. Le supplément attendu de valeur du projet est égal à sa capitalisation :

$$\rho V'(t,\theta_t)dt = E[dV'_t] = dV'_t. \tag{2.30}$$

La condition du premier ordre s'obtient sous forme d'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman en appliquant le lemme d'Itô (cf. annexe 2-a). L'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman est une équation différentielle partielle (EDP), qui se ramène ici à une équation différentielle ordinaire (EDO) du second ordre à coefficients constants. La méthode d'évaluation des options choisie par la suite est la méthode par les EDP.

L'adjonction des conditions aux bornes permet de trouver $p_t^* = \theta_t^* K^{-\frac{1}{\eta}}$, $\forall t$, la frontière de prix qui délimite à tout instant deux régions optimales, la région optimale de continuation ("*continuation region*") et la région optimale d'arrêt ("*stopping region*"). Comme la valeur de l'entreprise $V(t,\theta_t)$ est une fonction monotone croissante de θ_t, les deux régions illustrent la décision optimale d'investissement et la décision optimale d'attente.

D'où la valeur marginale de l'entreprise est donnée par l'option d'achat dans (2.27) et le programme de Bellman (2.30) se récrit en AOA :

$$\rho C'_t dt = E[dC'] = dC'.$$

La condition du premier ordre résulte de l'approximation au second ordre de la valeur de l'option d'achat par les variables dont elle dépend, t et θ (cf. Barone-Adesi et Whaley[1987]). En effet d'après le lemme d'Itô,

$$dC' = DC'dt + \frac{\partial C'}{\partial \theta_t}\sigma dz_t = \left[\frac{\partial C'}{\partial t} + \mu\theta_t\frac{\partial C'}{\partial \theta_t} + \frac{1}{2}\sigma^2\theta_t^2\frac{\partial^2 C'}{\partial \theta_t^2}\right]dt + \frac{\partial C'}{\partial \theta_t}\sigma\theta_t dz_t. \tag{2.31}$$

Nous savons que $E[dz_t] = 0$, et que $E\left[\frac{\partial C'}{\partial t}\right] = E\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\theta^{\frac{\eta-1}{\eta\delta}}K^{-\frac{1}{\eta}} - \underline{k}\right)\right] = 0$.
Si par simplification seules les dérivées sont écrites en indice, alors
$E[dC'] = \left(\mu\theta C'_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta}\right)dt$
$\iff \rho C'dt = \left(\mu\theta C'_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta}\right)dt$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta} + \mu\theta C'_\theta - \rho C' = 0, \tag{2.32}$$

qui est une équation différentielle ordinaire (EDO) dont nous cherchons la solution sous la forme $C'(\theta) = A\theta^\beta$.

Ainsi les dérivées partielles s'écrivent :
$\begin{cases} C'_{\theta\theta} = A\beta(\beta-1)\theta^{\beta-2} \\ C'_{\theta} = A\beta\theta^{\beta-1} \end{cases}$
et l'EDO devient : $A\theta^{\beta}\left[\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1)+\mu\beta-\rho\right]=0$.

En simplifiant par A et parce que $\theta = 0$ est une solution triviale, nous obtenons l'équation quadratique standard en β,

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1)+\mu\beta-\rho=0\,; \tag{2.33}$$

qui admet deux racines réelles,

$$\begin{cases} \beta_N = \frac{1}{2}-\frac{\mu}{\sigma^2}-\sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{2\rho}{\sigma^2}} < 0 \\ \beta_P = \frac{1}{2}-\frac{\mu}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{2\rho}{\sigma^2}} > 1 \ (\mu>\rho), \end{cases}$$

où $\mu > \rho$ est une condition qui assure la convergence de la valeur de l'option, et qui provient des hypothèses posées par la modélisation. En effet, McDonald et Siegel[1986, p. 714] ont montré que les conditions suffisantes à l'existence d'une solution se déduisent du programme déterministe obtenu d'après (2.26) :

$$\max_{\theta_t}\left\{\left(\theta e^{\mu t}K^{-\frac{1}{\eta}}-k_L(t)\right)e^{-\rho t};0\right\}=\max_{\theta_t}\left\{\left(\theta e^{\mu t}K^{-\frac{1}{\eta}}-\underset{-}{k}e^{\nu t}\right)e^{-\rho t};0\right\}.$$

Elles s'énoncent de la façon suivante :

- $\lim_{t\to\infty}\theta e^{(\mu-\rho)t}K^{-\frac{1}{\eta}}=\lim_{t\to\infty}e^{(\mu-\rho)t}=0$ si $\rho>\mu>0$;
- $\lim_{t\to\infty-}\underset{-}{k}e^{(\alpha-\rho)t}=\lim_{t\to\infty}e^{(\nu-\rho)t}=0$ si $\rho>\nu>0$, condition qui disparaît lorsque $\nu=0$ (cas ici envisagé),

pour que la valeur de l'option soit finie. Si ces conditions ne sont pas vérifiées, alors il n'est jamais optimal pour l'entreprise d'investir.

La valeur seuil de l'option d'achat, qui délimite les deux zones de décisions de l'entreprise d'exercer l'option et d'attendre avant d'investir, est égale à :

$$C'(t,\theta^*)=A_1\theta^{\beta_P}+A_2\theta^{\beta_N}. \tag{2.34}$$

Cette valeur seuil de l'option d'achat $C'(t,\theta^*)$ dépend de $\theta^*(t,K)=\theta^*(t)$. Or ce seuil de déclenchement de l'investissement $\theta^*(t)$ vérifie les conditions aux bornes qui regroupent la condition initiale, la condition de continuité et la condition de dérivabilité. Ces conditions au bord nous permettent de déterminer la valeur des deux constantes A_1 et A_2.

La condition initiale retranscrit le fait que sans demande correspondante, il n'y a pas d'investissement : l'option d'achat ne vaut rien, $C'(t,0)=0$. La valeur seuil $C'(t,\theta^*)$ de l'expression (2.34) doit satisfaire cette condition initiale, et nous en déduisons donc que $A_2=0$.

La condition de continuité signifie que lors de l'investissement, la valeur de l'option d'achat est égale à sa valeur d'exercice, soit finalement la VAN du projet (cf. (2.26)),

$$C'(t,\theta^*)=V'(t,\theta^*)=\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\theta^*-\underline{k}. \tag{2.35}$$

La condition de dérivabilité est la condition technique qui assure la continuité entre la valeur de l'investissement et la valeur de l'option d'achat exercée sur la frontière $\theta^*(t,K)$ (d'après (2.26)),

$$C'_\theta(t,\theta^*)=V'_\theta(t,\theta^*)=\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}. \tag{2.36}$$

Ainsi nous pouvons déterminer la frontière d'exercice de l'option d'achat $\theta^*(t,K)$, préalable à l'obtention de la constante A_1 dans l'expression de l'exercice de l'option d'achat $C'(t,\theta^*)$, à partir du système :

$$\begin{cases} C'(t,\theta^*)=A_1\theta^{\beta_P}=\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\theta-\underline{k}\ (2.35)\,; \\ C'_\theta(t,\theta^*)=A_1\beta\theta^{\beta_P-1}=\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\ (2.36). \end{cases}$$

Dans l'expression (2.36), nous remplaçons $A_1\theta^\beta$ par sa valeur donnée en (2.35),

$\Longrightarrow \left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\theta-\underline{k}=\theta\frac{1}{\beta_P}\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}$

$\Longrightarrow \theta=\theta\frac{1}{\beta_P}+\underline{k}\frac{\eta\delta}{\eta-1}K^{\frac{1}{\eta}}$

$\Longrightarrow (1-\frac{1}{\beta_P})\theta=\underline{k}\frac{\eta\delta}{\eta-1}K^{\frac{1}{\eta}}$

$\Longrightarrow \theta=\left(\frac{\beta_P}{\beta_P-1}\right)\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right)\underline{k}K^{\frac{1}{\eta}}$.

La frontière d'exercice de l'option d'achat est alors donnée par :

$$\theta^*(t)=\left(\frac{\beta_P}{\beta_P-1}\right)\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right)\underline{k}K^{\frac{1}{\eta}}=\phi\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right)\underline{k}K^{\frac{1}{\eta}},$$

ce qui permet de déduire de (2.35) la constante

$$A_1=\theta^{-\beta_P}\left[\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\theta-\underline{k}\right]=\theta^{-\beta_P}\left(\frac{1}{\beta_P-1}\right)\underline{k}.$$

La valeur seuil de l'option d'achat est exprimée en fonction du coût du capital $\underline{k}$,

$$C'(t,\theta^*)=\left(\frac{1}{\beta_P-1}\right)\underline{k}.$$

Le multiple de la valeur d'option est donc égal à $\phi = 1 + \frac{C'(t,\theta^*)}{\underline{k}} = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1}$ (2.9), quand le processus d'évolution de l'actif sous-jacent (2.28) suit un mouvement brownien géométrique.

I Reprenons à présent la remarque introductive sur la valeur de la constante μ présente dans la dérive, $\mu = \alpha - \delta$ (2.23). Cette expression met en évidence le fait qu'elle vérifie la relation du MEDAF, modèle d'analyse des actifs contingents[45]. L'évaluation de tout nouvel actif se fait par duplication de son rendement et de ses caractéristiques de risque par un portefeuille d'actifs existants. Le prix de ce nouvel actif est alors égal à la valeur de ce portefeuille (puisqu'il y a AOA).

Ce nouveau titre financier[46] est l'opportunité d'investissement dont la valeur dépend de la variable θ, qui a un taux de rendement proportionnel $d\theta = \mu\theta dt + \sigma\theta dz$ (2.22). Dixit et Pindyck[1994] ont noté qu'il suffit alors que le risque de la dynamique de θ, c'est-à-dire dz, soit dupliqué par un portefeuille d'actifs existants. Comme tout actif, cette production est détenue par l'investisseur si et seulement si elle fournit un rendement suffisant, qui se décompose en deux parties :

- le rendement qui s'apprécie au taux attendu μ ;
- un dividende de taux δ.

Le taux de rendement total attendu α (d'après notre hypothèse de neutralité au risque de l'entreprise) est donc tel que $\alpha = \mu + \delta$ (2.23)[47]. Ce rendement attendu est suffisant pour compenser le risque non diversifiable pris par l'investisseur.

Le lien avec le MEDAF s'établit à partir de la relation fondamentale :

$$\alpha = r + \lambda\sigma\rho_{\theta m},$$

où r est le taux de rendement sans risque exogène (fourni par les bons du Trésor par exemple), λ est le prix de marché du risque exogène dans notre analyse [48] et $\rho_{\theta m}$ est le coefficient de

[45] Cox et Ross[1976] ont établi l'équivalence entre la méthode d'évaluation par les EDP et celle par les actifs contingents en cas de neutralité au risque ($\rho = r$). L'EDP se récrit alors : $\frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta} + \bar{\mu}\theta C'_\theta - rC' = 0$, l'entreprise étant neutre au risque. $\bar{\mu}$ est alors le taux de rendement ajusté au risque, sans relation avec δ.

[46] Il est d'ailleurs intéressant de noter l'exemple de la production électrique britannique, qui est directement commercialisée sur un marché financier, le Pool.

[47] Un taux constant de dividende δ et un taux constant de rendement attendu μ impliquent que la durée de vie du projet soit infinie ($T \to \infty$) et que le taux de variation attendu de la demande μ soit tel que : $\mu = \alpha - \delta$ (Majd et Pindyck[1987, p.11]).

[48] $\lambda = \frac{E[\widetilde{r}_m] - r}{\sigma_m^2}$, où $E[\widetilde{r}_m]$ est le rendement espéré du projet sur le marché et σ_m^2 est la déviation standard de ce rendement (cf. (1.15)).

corrélation entre les rendements de l'opportunité d'investissement et le portefeuille de marché. La constante α de la dérive reflète donc le risque systématique, non diversifiable, du projet d'investissement.

La duplication détermine le choix du nombre n d'actifs existants dans le portefeuille de l'entreprise, qui sert à évaluer l'option d'achat. Ces actifs existants sont les unités de production de l'entreprise. De plus, pour que ce portefeuille soit efficace, il suffit qu'il contienne également l'actif sans risque. Le coût unitaire de ce portefeuille est égal à la somme du prix unitaire de l'actif sans risque et du coût des n actifs existants, $(1 + n\theta)$. Détenus sur un intervalle de temps dt, les n actifs existants versent un dividende de $n\delta\theta dt$, tandis que le rendement de l'actif sans risque est égal à rdt. De plus ce portefeuille génère un gain aléatoire en capital, $nd\theta = n\mu\theta dt + n\sigma\theta dz$. Finalement le rendement total unitaire de ce portefeuille vaut :

$$\frac{r + n(\mu + \delta)\theta}{1 + n\theta}dt + \frac{\sigma n\theta}{1 + n\theta}dz. \tag{2.37}$$

Nous cherchons à dupliquer l'option d'achat par ce portefeuille d'actifs existants. Le gain aléatoire de cette option d'achat est calculé par approximation, comme nous l'avons vu, à partir du lemme d'Itô et il s'écrit :

$$dC' = \left(C'_t + \mu\theta C'_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta}\right)dt + \sigma\theta C'_\theta dz.$$

Le rendement total unitaire est égal à :

$$\frac{C'_t + \mu\theta C'_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta}}{C'}dt + \frac{\sigma\theta C'_\theta}{C'}dz, \tag{2.38}$$

puisque la valeur de réservation est nulle.

Le choix du nombre d'actifs existants (ou unités de production) n nécessaire pour dupliquer l'option d'achat, est déterminé par le fait que l'option (2.38) et le portefeuille (2.37) ont les mêmes caractéristiques de risque (et nous avons vu que le risque porte sur dz), ce qui entraîne après simplification par σ,

$$\frac{n\theta}{1 + n\theta} = \frac{\theta C'_\theta}{C'}. \tag{2.39}$$

Sur le marché, l'option (2.38) et le portefeuille (2.37) ont aussi le même rendement,

$$\frac{C'_t + \mu\theta C'_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta}}{C'} = \frac{r + n(\mu + \delta)\theta}{1 + n\theta}. \tag{2.40}$$

En substituant $\frac{n\theta}{1+n\theta}$ par son expression donnée en (2.39), nous obtenons :

$$\frac{r + n(\mu + \delta)\theta}{1 + n\theta} = r\left(1 - \frac{\theta C'_\theta}{C'}\right) + (\mu + \delta)\frac{\theta C'_\theta}{C'}.$$

Cette valeur est remplacée dans (2.40) et après simplification, elle permet d'obtenir l'équation de rendement qui devient une EDP :

$$\frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta} + (r-\delta)\,\theta C'_\theta + C'_t - rC' = 0,$$

comparable à celle donnée en expression (2.31). Ainsi le paramètre essentiel pour Pindyck[1991] est tel que $\delta = \rho - \mu > 0$, pour que l'entreprise puisse choisir d'investir.

b.2) Redéfinition de la valeur de l'option d'attente :

les cas d'investissement et de désinvestissement

Dixit et Pindyck[1998] ont envisagé, à la suite d'Arrow[1968], le cas général d'un investissement à la fois partiellement réversible ($\gamma > 0$) et expansible ($\nu > 0$).

I Dans un premier temps, ils ont gardé conservé l'hypothèse de l'égalité des prix d'achat et de revente du capital, $k = \underline{k} = \bar{k}$, pour mettre en évidence les effets dynamiques.

Ils ont alors dissocié $V'(t,\theta^*)$, la valeur de la dernière unité de capital installée, de $C'(t,\theta^*)$ la valeur de l'option de l'entreprise d'investir dans une unité supplémentaire. Cette valeur de l'investissement incrémental $V'(t,\theta^*)$ est composée non seulement de la valeur des flux de trésorerie due à l'exploitation de l'unité, mais aussi la valeur de l'option de vente de cette unité, pour laquelle l'entreprise reçoit $ke^{-\gamma t}$. Ces deux valeurs marginales de l'option et de l'investissement en place sont égales à :

$$\begin{aligned} C'(t,\theta_t) &= \max_{\theta_t}\left[\left(\tfrac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\theta_t - ke^{-\gamma t}; 0\right]; \\ V'(t,\theta_t) &= \left(\tfrac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}\theta_t + ke^{\nu t}. \end{aligned} \tag{2.41}$$

L'entreprise qui cherche à investir, doit maximiser la valeur marginale de son option et la valeur marginale de son capital installé, qui dépendent de la demande stochastique. Nous avons vu en (2.32) que cela revient à résoudre les deux programmes suivants, expressions simplifiés où seules sont notées en indice les dérivées :

$$\begin{aligned} &\tfrac{1}{2}\sigma^2\theta^2 C'_{\theta\theta} + (r-\delta)\,\theta C'_\theta + C'_t - rC' = 0\,; \\ &\tfrac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V'_{\theta\theta} + (r-\delta)\,\theta V'_\theta + V'_t - rV' + \theta\tfrac{\eta-1}{\eta}K^{-\frac{1}{\eta}} = 0, \end{aligned} \tag{2.42}$$

où $\theta\frac{\eta-1}{\eta}K^{-\frac{1}{\eta}}$ est le flux de trésorerie de la période courante de la prise de décision. Ce flux de trésorerie courant correspond d'après les hypothèses à la variation de la valeur de l'investissement à la date courante.

Les solutions de ces équations différentielles partielles sont recherchées sous la forme :

$$\begin{aligned} C' &= A(K)\theta^{\beta}e^{-at}\,; \\ V' &= B(K)\theta^{\beta}e^{-bt} + \theta\tfrac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}. \end{aligned} \tag{2.43}$$

Les dérivées partielles de ces deux variables sont les suivantes :

$$\begin{cases} C'_{\theta} = \beta A(K)\theta^{\beta-1}e^{-at}\,; \\ C'_{\theta\theta} = \beta\left(\beta-1\right)A(K)\theta^{\beta-2}e^{-at}\,; \\ C'_{t} = -aA(K)\theta^{\beta}e^{-at}, \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} V'_{\theta} = \beta B(K)\theta^{\beta_N-1}e^{-bt} + \frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}\,; \\ V'_{\theta\theta} = \beta\left(\beta-1\right)B(K)\theta^{\beta-2}e^{-bt}\,; \\ V'_{t} = -bB(K)\theta^{\beta}e^{-bt}. \end{cases}$$

Nous remplaçons ces dérivées dans les expressions des deux EDP (2.42), qui se récrivent :

$$\begin{aligned} A(K)\theta^{\beta}e^{-at}\left[\tfrac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + \beta\left(r-\delta-\tfrac{1}{2}\sigma^2\right) - (a+r)\right] &= 0\,; \\ B(K)\theta^{\beta}e^{-bt}\left[\tfrac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + \left(-\tfrac{1}{2}\sigma^2 + r - \delta\right)\beta - (b+r)\right] + \theta\tfrac{\eta-1}{\eta}K^{-\frac{1}{\eta}}\left(1-\delta\right) &= 0, \end{aligned} \tag{2.44}$$

Ces deux valeurs optimales de ces équations de Bellman, sont trouvées à partir de cas particuliers[49] : l'investissement irréversible et l'investissement non expansible.

L'investissement est irréversible et partiellement expansible :

L'entreprise ne peut pas alors désinvestir ($\gamma \to \infty$), mais elle peut investir en partie ($\nu > 0$). Ils mettent l'accent sur le fait que si l'irréversibilité fait disparaître l'option de vente, c'est l'expansion qui donne la valeur de l'option d'achat. L'entreprise cherche à maximiser la valeur de son investissement qui se limite à l'option d'achat (2.41), i.e. à résoudre la première équation de Bellman (2.42).

Cette solution étant recherchée sous la forme $C' = A(K)\theta^{\beta_P}e^{-at}$, l'équation (2.42) se récrit comme l'équation quadratique en β (2.44) et, en éliminant la solution triviale $\theta = 0$, comme :

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta_P^2 + \beta_P\left(r-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right) - (a+r) = 0.$$

[49] Ces cas particuliers permettent de résoudre isolément chacune d'elles. En effet, quand l'investissement est irréversible, l'option de revente n'existe pas, et quand il n'est pas expansible, c'est l'option d'achat qui n'existe pas.

Cette équation quadratique en β admet deux racines

$$\begin{cases} \beta = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\frac{r+a}{\sigma^2}} < 0\,; \\ \beta_P = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\frac{r+a}{\sigma^2}} > 1, \end{cases} \tag{2.45}$$

pour la condition[50] $r + a > 0$.

La valeur seuil de l'option d'achat est donnée par :

$$C'(t, \theta^*) = A(K)e^{-at}\theta^{\frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\frac{r+a}{\sigma^2}}}.$$

Cette valeur seuil dépend de la valeur du sous-jacent $\theta^*(t, K)$, qui est la frontière d'exercice de cette option d'achat. D'après la condition initiale, il n'y a pas d'opportunité d'investissement quand il n'y a pas de capital disponible,

$$C'(t, 0) = 0. \tag{2.46}$$

La racine $\beta < 0$ n'est donc pas retenue. Ce seuil de déclenchement de l'investissement $\theta^*(t, K)$ satisfait les conditions aux bornes.

La condition de continuité signifie que lors de l'investissement, la valeur de la variation marginale de l'investissement est égale au flux de rendement marginal d'une unité incrémentale,

$$C'(t, \theta^*) = V'(t, \theta^*) - ke^{\nu t} = \left(\frac{\eta - 1}{\eta\delta}\right) K^{-\frac{1}{\eta}}\theta^* - ke^{\nu t}. \tag{2.47}$$

La condition de dérivabilité est la condition technique qui assure la continuité entre la valeur de l'investissement et la valeur de l'option d'achat exercée sur la frontière $\theta^*(t, K)$,

$$C'_\theta(t, \theta^*) = V'_\theta(t, \theta^*) = \left(\frac{\eta - 1}{\eta\delta}\right) K^{-\frac{1}{\eta}}. \tag{2.48}$$

Il y a dans ce programme une condition supplémentaire. En effet quand $\nu > 0$, la valeur de l'option d'achat de l'installation d'une unité incrémentale tend vers 0 au fur et à mesure que le temps passe, puisque le coût de l'exercice de l'option ($k_L(t) = ke^{\nu t}$) croît exponentiellement :

$$\lim_{t\to\infty} C'(\theta, t) = 0. \tag{2.49}$$

Ainsi nous pouvons déterminer la frontière d'exercice de l'option d'achat $\theta^*(t, K)$, préalable à l'obtention de la variable $A(K)$ et de la constante a de l'exercice de l'option d'achat $C'(t, \theta^*)$, à partir du système obtenu en remplaçant la valeur de l'option par son expression (2.43) :

[50] Pour une valeur finie de l'option, il suffit que $\lim_{t\to\infty} e^{[(r+\delta)-r-a]t} = 0$. Sinon il ne serait jamais optimal pour l'entreprise d'investir (McDonald et Siegel[1986]).

$\begin{cases} A(K)e^{-at}\theta^{\beta_P} = \left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)^{\beta_P} K^{-\frac{1}{\eta}}\theta - ke^{\nu t} \\ A(K)e^{-at}\beta_P\theta^{\beta_P-1} = \left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)^{\beta_P} K^{-\frac{1}{\eta}} \end{cases}$

$\Longrightarrow \left(1-\frac{1}{\beta_P}\right)\theta = \left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right) ke^{\nu t}K^{\frac{1}{\eta}}$. Nous déterminons la frontière d'exercice de l'option d'achat :

$$\theta^*(t) = \left(\frac{\beta_P}{\beta_P-1}\right)\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right) ke^{\nu t}K^{\frac{1}{\eta}}. \tag{2.50}$$

Nous substituons cette valeur dans la première équation du système pour obtenir la valeur de $A(K)$:

$A(K) = \left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right) K^{-\frac{1}{\eta}}e^{at}\theta^{1-\beta_P} - ke^{\nu t}e^{at}\theta^{-\beta_P}$

$\Longrightarrow A(K) = ke^{(\nu+a)t}\left(\frac{1}{\beta_P-1}\right)\theta^{-\beta_P}$, en mettant $e^{at}\theta^{-\beta_P}$ en facteur

$$\Longrightarrow A(K) = k^{1-\beta_P}e^{((1-\beta_P)\nu+a)t}\left(\beta_P-1\right)^{\beta_P-1}\left(\frac{\eta-1}{\beta_P\eta\delta}\right)^{\beta_P} K^{-\frac{\beta_P}{\eta}}. \tag{2.51}$$

Dixit et Pindyck[1998] ont fait remarqué que cette variable ne dépend pas du temps t. Nous pouvons déduire de l'expression (2.51), que

$$\left(1-\beta_P\right)\nu + a = 0, \tag{2.52}$$

puisque la valeur $A(K)$ ne dépend pas du temps et que, d'après (2.45), $\beta_P \equiv \beta_P(a)$. Nous remplaçons β_P par sa valeur (2.45), et nous obtenons :

$a = \nu\left(-1+\beta_P\right) > 0$

$\Longrightarrow a = \nu\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{r-\delta}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+2\frac{r+a}{\sigma^2}}\right)$

$\Longrightarrow a+\nu\left(\frac{1}{2}+\frac{r-\delta}{\sigma^2}\right) = \nu\sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+2\frac{r+a}{\sigma^2}}$

$\Longrightarrow a^2+2\nu\left(\frac{1}{2}+\frac{r-\delta-\nu}{\sigma^2}\right)a-\nu^2\frac{r}{\sigma^2} = 0$

$$\Longrightarrow a = \nu\left(-\frac{1}{2}-\frac{r-\delta-\nu}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{r-\delta-\nu}{\sigma^2}\right)+\frac{2\delta}{\sigma^2}}\right) > 0. \tag{2.53}$$

La valeur seuil de l'option d'achat $C' = A(K)\theta^{\beta}e^{-at}$ (2.43) se récrit à partir des valeurs de β_P, $A(K)$ et a données respectivement par les expressions (2.45), (2.51) et (2.53).

Notons que $\beta_P > 1$. Nous retrouvons en (2.50) le multiple de la valeur d'option standard (puisque d'après (2.28), le sous-jacent $\theta(t,K)$ suit un mouvement brownien géométrique) :

$$\phi = \frac{\beta_P}{\beta_P-1}.$$

Le comportement d'investissement relève d'une stratégie "*now or never*" pour les cas limites suivants, $\nu \to \infty$, $a \to \infty$ ou $\beta_P \to \infty$, puisqu'alors $\phi = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1} \to 1$ et $H \to M$. Il est en effet optimal d'investir immédiatement à la date courante $t = 0$, en appliquant le critère de la VAN. Il n'est pas optimal d'attendre pour investir et la valeur de l'option d'achat est nulle pour $t > 0$. Finalement l'option d'achat se résume à sa valeur d'exercice à la date courante $t = 0$,

$$C'(K, 0; k_L) = \max_{t=0} \left[0; \frac{\eta - 1}{\eta \delta} K^{-\frac{1}{\eta}} \theta - k \right]$$

Notons également que si $\gamma \to \infty$ et si $\nu = 0$, l'investissement est donc irréversible mais complètement expansible. D'après la seconde équation de (2.53), $a = 0$; nous retrouvons le cas standard de β_P solution de l'équation quadratique standard (2.33) et la frontière optimale $\theta^*(K)$ du déclenchement de l'investissement est indépendante du temps.

L'investissement est partiellement réversible, mais non expansible :

L'entreprise peut en partie désinvestir ($\gamma > 0$), mais elle ne peut pas investir ($\nu \to \infty$), i.e. que la valeur de l'option d'achat $C'(t, \theta)$ est nulle. La non expansion éteint l'option d'achat du capital, mais l'entreprise doit évaluer son option de vente. Elle maximise la valeur de l'investissement marginal, qui comprend l'option de vente (2.41), i.e. à résoudre la seconde équation de Bellman (2.42).

La solution est recherchée sous la forme $V' = B(K)\theta^{\beta_N} e^{-bt} + \theta \frac{\eta - 1}{\eta \delta} K^{-\frac{1}{\eta}}$, i.e. comme la somme d'une solution générale et d'une solution particulière à l'équation quadratique en β (2.44). La solution particulière[51] étant nulle et la solution triviale $\theta = 0$ étant éliminée, V' est solution de :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \beta_N^2 + \left(-\frac{1}{2}\sigma^2 + r - \delta \right) \beta_N - (b + r) = 0$$

Cette équation quadratique en β admet deux racines

$$\begin{cases} \beta_N = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\frac{r+b}{\sigma^2}} < 0\,; \\ \beta = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\frac{r+b}{\sigma^2}} > 1, \end{cases} \tag{2.54}$$

pour $r + b > 0$ (condition de McDonald et Siegel[1986]).

La valeur seuil de l'option d'achat est donnée par :

$$V'(t, \theta^{**}) = B(K)\theta^{\beta_N} e^{-bt} + \theta \frac{\eta - 1}{\eta \delta} K^{-\frac{1}{\eta}}.$$

[51] C'est la solution de : $\theta \frac{\eta - 1}{\eta} K^{-\frac{1}{\eta}} (1 - \delta) = 0$.

puisqu'une condition initiale montre que si la demande est infinie, l'entreprise ne veut jamais vendre d'unité de capital. La valeur de sa capacité installée est donc égale à la valeur actuelle du flux de profit généré :

$$\lim_{\theta\to\infty}\left(\frac{V'}{\theta}\right)=\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}. \tag{5.55}$$

La valeur de l'équipement installé dépend de la valeur du sous-jacent $\theta^{**}(t,K)$, frontière d'exercice de l'option de vente la condition initiale. Ce seuil de déclenchement de l'investissement $\theta^{**}(t,K)$ satisfait les conditions aux bornes.

La condition de continuité signifie que lors de l'investissement, la valeur de l'option d'achat est égale à la valeur de l'investissement marginal installé :

$$V'(\theta^{**},t)=C'(\theta^{**},t)+ke^{-\gamma t}=ke^{-\gamma t}. \tag{2.56}$$

La condition de dérivabilité, condition technique, assure la continuité entre la valeur de l'option d'achat et la valeur de l'investissement qui comprend l'option de vente exercée sur la frontière $\theta^{**}(t,K)$,

$$V'_\theta(\theta^{**},t)=C'_\theta(\theta^{**},t)=0. \tag{2.57}$$

Nous déterminons alors la frontière d'exercice de l'option de vente $\theta^{**}(t,K)$, préalable à l'obtention de la variable $B(K)$ et de la constante b de la valeur de l'investissement installé $V'(t,\theta^{**})$. En remplaçant la valeur de la capacité installée par son expression (2.43) dans les deux conditions aux bornes (2.56) et (2.57), nous obtenons le système :

$\begin{cases} B(K)\theta^{\beta_N}e^{-bt}+\theta\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}=ke^{-\gamma t} \\ \beta_N B(K)\theta^{\beta_N-1}e^{-bt}+\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}=0 \end{cases}$

$\Longrightarrow\left(1-\frac{1}{\beta_N}\right)\theta=\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right)ke^{-\gamma t}K^{\frac{1}{\eta}}$. Nous déterminons la frontière d'exercice de l'option de vente :

$$\theta^{**}(t)=\left(\frac{\beta_N}{\beta_N-1}\right)\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right)ke^{-\gamma t}K^{\frac{1}{\eta}}. \tag{2.58}$$

Nous substituons cette valeur dans la seconde équation du système pour obtenir la valeur de $B(K)$:

$B(K)=-\frac{1}{\beta_N}\left(\frac{\eta-1}{\eta\delta}\right)K^{-\frac{1}{\eta}}e^{bt}\theta^{1-\beta_N}$

$$\Longrightarrow B(K)=-\frac{1}{\beta_N}\left(\frac{\beta_N}{\beta_N-1}\right)^{1-\beta_N}\left(\frac{\eta\delta}{\eta-1}\right)^{-\beta_N}k^{1-\beta_N}e^{[b-\gamma(1-\beta_N)]t}K^{-\frac{\beta_N}{\eta}}.$$

Or $B(K)$ ne dépend pas du temps, i.e. que $b-\gamma\left(1-\beta_N\right)=0$

$\Longrightarrow b=\gamma\left(1-\beta_N\right)>0$, où β_N est donnée par son expression (**??**)

$\Longrightarrow b-\gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{r-\delta}{\sigma^2}\right)=\gamma\left(\sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+2\frac{r+b}{\sigma^2}}\right)$

$\Longrightarrow b^2-2b\gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{r-\delta+\gamma}{\sigma^2}\right)-2\gamma^2\frac{r}{\sigma^2}=0$

$$\Longrightarrow b=\gamma\left[\frac{1}{2}+\frac{r-\delta+\gamma}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{r-\delta+\gamma}{\sigma^2}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2\delta}{\sigma^2}}\right]>\gamma>0.$$

Notons que $\beta_N<0$. Nous retrouvons en (2.58) le multiple de la valeur d'option standard dans le cas d'un investissement non expansible, mais réversible en partie (puisque d'après (2.28), le sous-jacent $\theta(t,K)$ suit un mouvement brownien géométrique) :

$$0<\phi=\frac{\beta_N}{\beta_N-1}<1.$$

Le comportement d'investissement relève d'une stratégie "*now or never*" pour les cas limites suivants, $\gamma\to\infty$ ou $\beta_N\to-\infty$, puisqu'alors $\phi=\frac{\beta_N}{\beta_N-1}\to 1$ et $H\to M$ ($\theta^{**}\to k\frac{\eta\delta}{\eta-1}K^{\frac{1}{\eta}}$). Il n'y a pas alors d'option de vente.

Cas général : l'investissement est en partie réversible et expansible

L'entreprise maximise la valeur de son option d'achat et la valeur de son investissement, qui inclut une option de vente (2.42). La solution de ce programme doit vérifier les conditions aux bornes (2.46), (2.47), (2.48), (2.49), et (5.55), (2.56), (2.57), qui se simplifient :

$$\begin{cases} B(K)\left(\theta^{**}\right)^{\beta_N}e^{-bt}+\theta^{**}\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}=A(K)\left(\theta^{**}\right)^{\beta_P}e^{-at}+ke^{-\gamma t} \\ \beta_N B(K)\left(\theta^{**}\right)^{\beta_N-1}e^{-bt}+\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}=\beta_P A(K)\left(\theta^{**}\right)^{\beta_P-1}e^{-at} \\ A(K)\left(\theta^{*}\right)^{\beta_P}e^{-at}=B(K)\left(\theta^{*}\right)^{\beta_N}e^{-bt}+\theta^{*}\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}-ke^{\nu t} \\ \beta_P A(K)\left(\theta^{*}\right)^{\beta_P-1}e^{-at}=\beta_N B(K)\left(\theta^{*}\right)^{\beta_N-1}e^{-bt}+\frac{\eta-1}{\eta\delta}K^{-\frac{1}{\eta}}. \end{cases}$$

Les frontières déterminées précédemment en (2.50) et (2.58), $\theta^*(K)$ et $\theta^{**}(K)$, déterminent trois régions :

- si $\theta>\theta^*(K)$, l'entreprise investit immédiatement : elle augmente son capital et la frontière θ^*s'accroît jusqu'à $\theta=\theta^*$;
- si $\theta<\theta^{**}(K)$, l'entreprise désinvestit immédiat (baisse de K) jusqu'à $\theta=\theta^{**}$;
- si $\theta^*(K)\ \leqslant\ \theta\ \leqslant\ \theta^*(K)$, l'entreprise attend : ni elle n'investit ni ne désinvestit.

De plus, les frontières $\theta^*(K)$ et $\theta^{**}(K)$ varient dans le temps, $\theta^*(K)$ à la hausse et $\theta^{**}(K)$ à la baisse, augmentant la zone d'inaction

`I` Si le coût du capital dépend de la capacité installée, la capacité de l'entreprise d'accroître ou de diminuer ses capacités dépend de ses actions passées, des siennes propres plutôt que de celles de ses concurrents.

Si $k + f(K)$ est le coût d'achat d'un équipement marginal, cet investissement est d'autant plus coûteux que l'entreprise a une capacité installée K importante : $\frac{df}{dK} > 0$. L'entreprise a également la possibilité de vendre dans le futur sa capacité courante K et reçoit $s_0 k + s_1 f(K)$ de chaque unité marginale.

Avec les expressions simples suivantes :

$$k + f(K) = k + cK\,;$$
$$s_0 k + s_1 f(K) = s_0 k + s_1 cK,$$

nous en déduisons, pour chaque unité marginale de capital, les degrés d'expansion :

Capital non expansible (même si l'entreprise n'a pas de capacité installée)	$c \to \infty$
Capital expansible complètement	$c = 0$

et de réversibilité :

Capital irréversible	$s_0 > s_1$ $s_1 < 1$ et K suffisamment grand $s_0 = s_1 = 0$
Capital totalement réversible	$s_0 = s_1 = 1$

L'augmentation de la capacité installée K accroît le seuil d'investissement $\theta^*(K)$, mais aussi le seuil de désinvestissement $\theta^{**}(K)$.

Cette redéfinition permet d'envisager des extensions possibles notre modèle développé en chapitre 3, qui valorise une option d'achat. Elles prennent en compte de l'influence du temps et de la capacité installée, i.e. des actions des concurrents et de l'entreprise elle-même, sur les seuils d'investissement et de désinvestissement.

1.4.4.3 La valorisation par les méthodes numériques -

a) La méthode d'approximation aux différences finies

La résolution par les différences finies de l'EDP qui se déduit du problème (2.38) sous les conditions aux bornes, consiste à discrétiser le problème puis à le résoudre par approximation (selon des schémas implicites ou explicites). Elle repose donc sur le choix d'une grille, la taille des mailles de la grille étant donnée par l'évolution en discret des variables de contrôle et de temps (pour nous en chapitre 3, Δp et Δt). Mais cette méthode présente des problèmes de convergence et elle demande des calculs dont le nombre augmente de façon exponentielle, alors que cet accroissement est linéaire dans la méthode de Monte Carlo qui lui est préférée.

b) La procédure de simulation de Monte Carlo

Cette méthode "*forward*" consiste à simuler la loi de probabilité que suit la dynamique de l'actif (c'est-à-dire la loi normale pour tout mouvement brownien géométrique), puis également de manière aléatoire la condition terminale et les conditions aux bornes, de façon à obtenir numériquement des trajectoires de l'évolution de cet actif sous-jacent. C'est la seule solution quand il y a de nombreuses variables, mais il subsiste un problème de convergence entre la moyenne arithmétique et l'espérance mathématique dû à la simulation.

1.4.5 Détermination de la prime nette : les approches équivalentes du quotient de Tobin et de Jorgenson

Nous avons vu dans la section précédente que ces deux approches sont équivalentes à celle de la VAN, même si elles lui sont préférées pour des raisons empiriques.

Nous démontrons ici qu'elles prennent en compte l'extension faite de la VAN. Nous constatons que ces approches permettent d'obtenir l'effet général des limites à l'expansion et à la réversibilité du capital en environnement incertain sur l'investissement, alors que la théorie des options réelles décompose cet effet par options. L'évaluation par la TOR peut ne pas être concluante sur l'effet général sur l'investissement, mais elle permet de mieux appréhender la décision d'investissement de l'entreprise.

1.4.5 1 Le quotient de Tobin -

a) Définition

Tobin[1969] a défini la valeur q comme le ratio de "la valeur des biens en capital existants, ou des titres sur ces biens, sur leur coût de reproduction courant" (Dixit et Pindyck[1994, p. 146]). L'entreprise rationnelle égalise donc à tout instant q à son coût d'investissement. Mussa[1977] a mis en évidence ce comportement optimal en univers convexe déterministe, qu'Abel[1983] a étendu à l'environnement stochastique. Cette définition peut être comprise de deux manières, l'une reposant sur la valeur du projet d'investissement incrémental et l'autre se basant sur la valeur de l'entreprise.

Selon la première définition, q compare la valeur unitaire du projet au coût total unitaire de son investissement. Ce ratio de q moyen (Caballero[1997] a précisé que seul le q moyen peut également être appelé quotient de Tobin, remarque dont nous ne tiendrons pas compte) s'écrit, en reprenant les notations du modèle d'Abel et al.[1996] données en (2.5),

$$q = \frac{V(K_0)}{kK_0}.$$

Or la valeur totale de l'entreprise se caractérise par rapport à celle du capital courant kK_0 et d'après (2.3), elle est égale à :

$$V(K_0) = r(K_0) + \rho \int_{-\infty}^{\infty} \{R(K_0, p)\}\, d\Phi(p) + \rho P(K_0) - \rho C(K_0) > 0.$$

La règle d'investissement du critère de la VAN énonce qu'il est optimal d'investir pour une VAN unitaire supérieure au coût unitaire d'investissement, c'est-à-dire $\frac{V(K_0)}{K_0} > k$. Ainsi elle établit, pour le critère du q moyen, que :

$$\begin{cases} \text{si } q > q^* = 1 \text{ alors il est optimal d'investir ;} \\ \text{si } q \leq 1 \text{ alors il est optimal d'attendre.} \end{cases}$$

Mais parce qu'il est difficile de connaître exactement la valeur de marché de l'entreprise qui est générée par le capital total, le quotient de Tobin est mesuré selon le second concept comme le rapport de la valeur actuelle attendue des profits qui proviennent de l'investissement marginal, sur le coût de sa construction. Ce ratio de q marginal prend donc en compte la valeur actuelle nette du rendement marginal du capital à la période courante, en anticipant le fait qu'à la période future le capital va se modifier et que le rendement marginal du capital

va également varier le long d'un sentier optimal. Finalement le q marginal fait la somme du rendement marginal courant du capital $r'(K_0)$ et du rendement marginal du capital futur évalué au niveau optimal de cette période future K_1, $\rho \int_{-\infty}^{\infty} \{R_K(K_1(p), p)\}\, d\Phi(p)$, et la rapporte à son coût,

$$q = \frac{V'(K_0)}{k}.$$

Si l'investissement de l'entreprise est irréversible, il n'y a pas d'option de vente mais la valeur marginale de l'entreprise est supérieure à la VAN unitaire de la valeur ajoutée marginale de l'option d'achat $\rho C'(K_0)$. L'entreprise incorpore les opportunités et les coûts futurs qui émergent quand les dépenses en capital sont au moins en partie irréversibles. Nous retrouvons alors le concept de valeur actuelle nette étendue (VANE) développé par Trigeorgis et Mason[1987], la VANE étant égale à la VAN à laquelle se rajoute une prime d'option $\rho C'(K_0)$. Puisqu'à l'optimum, la valeur marginale de l'entreprise diffère du coût unitaire de capital du multiple de la valeur d'option, $V'(K_0^*) = \phi k$, le niveau critique de la règle d'investissement est modifié par rapport à celle du q moyen de sorte que

$$\begin{cases} \text{si } q > q^* = \phi \text{ alors il est optimal d'investir ;} \\ \text{si } q \leq \phi \text{ alors il est optimal d'attendre.} \end{cases}$$

Dans les situations où le q marginal et le q moyen ne sont pas égaux, Abel[1983, p. 305] a montré que c'est le q marginal qui est pertinent pour décider d'investir. Notons que ce niveau critique est supérieur ($\phi > 1$) et tient compte de l'effet de l'irréversibilité de la décision d'investissement de l'entreprise en environnement incertain. "Rappelons que ce sont l'irréversibilité et la possibilité de retarder la décision d'investissement qui génèrent une option d'investissement et non l'incertitude. En effet, cette option existe même lorsque l'environnement est certain et l'incertitude sur les rendements futurs affecte la valeur de l'option" (Chaton[1997, p. 159])[52].

Cette règle d'investissement combine les effets de l'incertitude, de la réversibilité et de l'expansion, qui influencent les décisions d'investissement sans donner l'influence individuelle de chacun des facteurs. Elle se différencie ainsi de la théorie des options réelles qui analyse plus finement les décisions d'investissement, qui donne aux différents éléments de la valeur marginale de l'entreprise une interprétation en terme de valeur d'option à accroître ou à diminuer son capital dans le futur.

[52] Nous avons vu que le multiple de la valeur d'option ϕ est égal à $\frac{\beta}{\beta - 1}$ quand l'actif sous-jacent évolue selon un mouvement brownien géométrique. En environnement certain, $\phi = 1$ et l'option devient inutile.

b) L'effet sur l'investissement

Quel que soit le coût unitaire du capital k, il n'y a qu'une seule valeur optimale du capital à la période courante K_0 tel que $V'(K_0) = q$. En effet le q marginal est une fonction monotone décroissante en K_0,

$$\frac{\partial q}{\partial K_0} = V''(K_0) = r''(K_0) + \rho \int_{p_L}^{p_H} \{R_{KK}(K_0, p)\}\, d\Phi(p) < 0.$$

De plus, selon les calculs que nous avons déjà faits en (2.7) et (2.8), nous pouvons constater que :

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial k_L} = \rho\Phi(p_L) > 0\,; \\ \frac{\partial q}{\partial k_H} = \rho\,[1 - \Phi(p_H)] > 0. \end{cases}$$

Le q marginal et donc la valeur optimale du capital courant K_0 est une fonction croissante du prix de revente futur k_L du capital (dont nous ne tenons pas compte quand l'investissement est irréversible car $k_L = 0$ d'après (2.10)) et du prix d'achat futur k_H. Une plus grande réversibilité du capital (k_L est plus élevé) et une possibilité d'expansion réduite (pour un prix d'achat k_H supérieur) augmentent q, l'incitation à investir et finalement le niveau optimal du capital.

1.4.5 2 L'approche de Jorgenson - L'approche de Jorgenson[1963] n'est valable que pour des prix futurs égaux d'achat et de vente du capital,

$$k^* = k_H = k_L,$$

et le coût d'usage standard (par référence à la VAN[53]) se définit :

$$c = k - \rho k^*. \tag{2.59}$$

La règle d'investissement de Jorgenson montre qu'il est optimal d'investir pour un coût d'usage standard supérieur au coût courant de l'investissement, soit

$$\begin{cases} \text{si } c > k, \text{ alors il est optimal d'investir}\,; \\ \text{si } c \leq k, \text{ alors il est optimal d'attendre.} \end{cases}$$

[53]Nous avons vu précédemment que l'approche de Jorgenson est équivalente à celle de la VAN. Le capital est alors supposé être complètement réversible et expansible.

a) La généralisation du coût d'usage pour tenir compte de la possibilité d'attente

Cependant k^* est interprété par Abel et Eberly[1995] comme la valeur attendue du prix fictif du capital à la période future[54], et est égal à :

$$k^* = k_L \Phi(p_L) + \int_{p_L}^{p_H} R_K(K_0, p) d\Phi(p) + k_H \left[1 - \Phi(p_L)\right]. \tag{2.60}$$

Le modèle d'Abel et al.[1996] nous permet de mettre en évidence l'équivalence de l'approche par les options réelles et celle de Jorgenson[1963]. En effet si nous remplaçons le prix futur attendu du capital (2.60) dans l'expression du coût d'usage du capital (2.59), ce coût d'usage se récrit :

$$c = k - \rho \left(k_L \Phi(p_L) + \int_{p_L}^{p_H} R_K(K_0, p) d\Phi(p) + k_H \left[1 - \Phi(p_L)\right] \right).$$

Or d'après la règle d'investissement de la VAN du capital marginal donnée par (2.4), en tenant compte des expressions (2.5) et (2.6), le seuil d'investissement optimal est tel que le coût d'usage du capital (dans son expression généralisée de valeur attendue du prix fictif futur) est égal au rendement marginal courant,

$$c = r'(K_0).$$

Finalement le coût d'usage s'exprime par rapport à sa valeur standard puisque :

$$c = (1 - \rho)\, k - \rho \left((k - k_L)\, \Phi(p_L) + \int_{p_L}^{p_H} (k - R_K(K_0, p))\, d\Phi(p) + (k_H - k) \left[1 - \Phi(p_L)\right] \right),$$

la différence étant le terme actualisé
$\left((k - k_L)\, \Phi(p_L) + \int_{p_L}^{p_H} (k - R_K(K_0, p))\, d\Phi(p) + (k_H - k) \left[1 - \Phi(p_L)\right] \right)$.

La règle d'investissement s'écrit comme précédemment, en sachant aussi que le coût marginal de l'investissement courant est égal au revenu marginal du capital exprimé en (2.4) **:**

$$\begin{cases} \text{si } c > k = V'(K_0), \text{ alors il est optimal d'investir ;} \\ \text{si } c \leq k, \text{ alors il est optimal d'attendre.} \end{cases}$$

[54] L'entreprise peut donc dans le futur acheter du capital à prix constant k_H ou le revendre à prix constant $k_L \leq k_H$.

b) L'effet sur l'investissement

Si ce terme est positif, le coût d'usage est supérieur alors à la valeur standard de Jorgenson et la valeur optimale du capital courant K_0 est inférieure à celle obtenue dans le cas standard. Si ce terme est négatif, la valeur optimale du capital est supérieure à celle du cas standard.

Ce terme se décompose en :

- la valeur attendue de la perte de capital en cas de vente du stock de capital à la période future, soit $(k - k_L)\,\Phi(p_L)$, qui est positive si l'investissement n'est pas réversible complète-ment (rendant ainsi compte de la limite de réversibilité du capital). Cette valeur tend à accroître le coût d'usage et à réduire la valeur optimale du capital courant relativement au cas standard ;
- la valeur attendue du coût d'expansion future, $(k_H - k)\,[1 - \Phi(p_L)]$. Cette valeur est positive si l'expansibilité n'est pas complète (et elle intègre la limite d'expansion comme un coût). Comme elle est soustraite au coût d'usage, elle le diminue et augmente ainsi la valeur optimale du capital courant par rapport à celle déterminée dans le cas standard ;
- $\int_{p_L}^{p_H} (k - R_K(K_0, p))\, d\Phi(p)$ exprime la mesure attendue de l'inertie de la décision future (due à l'incertitude), sans que nous ne puissions en préciser le signe.

1.5 Les conséquences sur les seuils d'investissement et de désinvestissement d'une modification des croyances sur le prix de revient

Nous voulons à présent analyser la variation de la distribution de probabilité (ce qui correspond à la variation de la fonction de répartition $\Phi(p)$)[55] des rendements futurs sur l'incitation de l'entreprise à investir. Il faut tenir compte du fait que l'augmentation de la valeur de p_0 à la période courante entraîne une modification de la distribution conditionnelle $\Phi(p_1/p_0)$ des valeurs p_1 de la période suivante, qui attribue un poids supérieur aux valeurs plus grandes (concept de dominance stochastique du premier ordre, présenté dans la revue de littérature de Hirsheifer et Riley[1992]).

Une augmentation de la moyenne de la distribution de probabilité, et donc de celle de la VAN $F(K_0)$, entraîne un accroissement de l'incitation à investir consécutif à l'augmentation de

[55] Les croyances portent sur la réalisation des états de la nature p qui influencent la valeur marginale du capital k par définition. Le prix de revient p et le coût marginal du capital k sont distribués selon la même fonction de répartition cumulée Φ.

la valeur de l'option d'achat. Mais cet accroissement peut être compensé par une variation à la baisse de la valeur de l'option de vente associée. L'approche par la théorie des options réelles ne donne pas l'effet net ni sur la VAN[56] $F(K_0)$, ni sur l'incitation à investir, que nous obtenons en revanche avec l'approche par le quotient de Tobin.

En effet, le rendement marginal du capital futur $R_K(K_1(K_0,p),p)$ est une fonction strictement croissante sur $[p_L;p_H]$, et à valeurs constantes pour $p < p_L$ et pour $p > p_H$. Le q marginal de Tobin qui permet l'investissement est tel que :

$$q(K_0)k = r'(K_0) + \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1(K_0,p),p)d\Phi(p) = \phi k.$$

Donc une variation vers la droite de la distribution de p (ce qui implique également un déplacement vers la droite de k_L et de k_H) ne peut pas diminuer cette valeur attendue : l'incitation à investir à la période courante augmente (de la différence $\Phi(p_L) - [1 - \Phi(p_H)] > 0$, cf. (2.7) et (2.8)) pour tout accroissement de la moyenne de la distribution sur $[p_L;p_H]$. La forme de la fonction de distribution est importante dans $[p_L;p_H]$.

En revanche si une augmentation quelconque de la probabilité d'apparition d'un évènement se produit sur les queues de la distribution, $[p_L;\infty)$ et $(-\infty;p_H]$, l'incitation à investir à la période courante reste identique. Bernanke[1983a], repris par Dixit[1992], a montré l'existence du "*Goldilocks principle*" (effet de cliquet), qui regroupe le "*bad-news principle*" (principe des "mauvaises" nouvelles) mis en évidence pour un investissement irréversible, et de façon symétrique le "*good-news principle*" (principe des "bonnes" nouvelles) pour un investissement non expansible. D'après ces principes, une variation des probabilités dans la gamme des états "mauvais" (qui entraîne le désinvestissement de l'entreprise, $p \leq p_L$) ou dans celle des états "bons" (l'entreprise investit puisqu'alors $p > p_H$) n'affecte pas l'incitation à investir, puisque l'entreprise vend et achète déjà le capital pour atténuer l'effet de la réalisation de ces évènements extrêmes.

Envisageons à la suite de Bernanke[1983a] un investissement irréversible, $p_L \to \infty$ et $\Phi(p_L) = 0$, et complètement expansible, $k_H = k$. Le rendement marginal du capital futur $R_K(K_1(K_0,p),p)$ n'est plus constant que pour $p > p_H$. Puisqu'à présent il n'y a plus de seuil k_L en dessous duquel le rendement marginal futur reste constant, une modification quelconque de la distribution de probabilité dans cette région de "mauvaises" nouvelles affecte l'incitation à investir. Mais la réalisation d'un évènement $p > p_H$ incite l'entreprise à acheter du capital pour empêcher le rendement marginal futur d'augmenter au-delà de k_H. Le fait qu'une "bonne"

[56] puisque $F(K_0) = r'(K_0) + \rho \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_0,p)d\Phi(p)$.

nouvelle devienne encore "meilleure" ne modifie en rien cette attitude, ni n'influence l'incitation à investir de l'entreprise.

Finalement les seules nouvelles intéressantes ne sont pas les nouvelles extrêmes en queue de distribution.

Nous estimons alors l'effet d'une modification de la dispersion de la distribution de probabilité sans modification de la moyenne, sur la VAN $F(K_0)$ et sur l'incitation à investir.

L'augmentation de la volatilité de la distribution accroît (diminue) la VAN $F(K_0)$ si $R_K(K_0, p)$ est une fonction convexe (concave) de p. Dixit et Pindyck[1994] ont conclu sur un flux de trésorerie marginal convexe par rapport au processus stochastique [p. 371], c'est-à-dire au prix p [p. 199]. Donc la VAN s'accroît.

Or une augmentation de la dispersion se traduit forcément par l'intersection des deux fonctions de répartition, précédente et nouvelle, qui, si elle se produit sur $[p_L; p_H]$, implique un accroissement de la valeur des options marginales d'achat et de vente. Néanmoins l'augmentation de la valeur de l'option d'achat abaisse l'incitation à investir, alors que celle de l'option de vente l'augmente. La théorie des options réelles ne permet pas de conclure sur l'effet net de cette modification de la volatilité sur l'incitation à investir, indétermination que ne peut pas non plus résoudre l'approche du quotient de Tobin (Abel et al.[1996, p. 773]).

Nous nous plaçons dans cette logique de modification des croyances, puisque nous allons chercher le seuil d'investissement p_H pour différentes structures industrielles réglementées. Chaque réglementation nous permet de porter une croyance sur l'évolution du prix de revient, prix qui est envisagé comme flux de trésorerie et dont l'entreprise tire son autofinancement. Tout changement de réglementation entraîne une modification des croyances sur la dynamique du prix de revient. Nous affinerons cette détermination du prix d'investissement p_H en constatant que le prix de désinvestissement p_L est infini pour un investissement totalement irréversible, autofinancé ou financé de façon exogène dans le sens où ce n'est pas l'entreprise qui a décidé de sa structure de financement. En revanche, en choisissant son endettement, l'entreprise fixe le prix de revente de son capital p_L à son prix de faillite p_B. La section suivante montre que dans ce cas, l'endettement optimal maximise la valeur de l'entreprise. D'après la typologie établie dans le § 4.1.3, l'option réelle n'est plus une option d'attente mais une option composite. Nous prouverons que l'investissement nucléaire devient réversible en partie, du fait de l'existence d'un prix seuil de désinvestissement p_B. Nous le démontrerons à travers la valeur de la prime d'option : elle peut être négative, alors qu'elle est toujours positive ou nulle pour un investissement

irréversible.

Le but de notre travail est de trouver le prix seuil p_H de déclenchement de l'investissement nucléaire puisque la déréglementation ou l'endettement de l'entreprise modifient les croyances sur le prix de revient.

Section 2 La structure de financement de cet investissement : le débat entre emprunt et fonds propres

Comme nous venons de le voir, la structure de financement peut être soit choisie par l'entreprise, soit elle lui est imposée, notamment en cas de rationnement du crédit. L'objectif est d'en analyser les conséquences sur la décision d'investissement dans un équipement nucléaire marginal.

L'entreprise accepte le projet incrémental quand le rendement du capital est égal à son coût. Pour financer cet investissement, l'entreprise a à sa disposition trois modes de financement possibles : l'autofinancement, l'emprunt ou l'augmentation de capitaux. EdF est un établissement public à caractère industriel et commercial et à ce titre, nous n'avons pas retenu la troisième source de financement, ce qui revient à ne pas prendre en compte la dynamique de croissance de l'entreprise. Par contre, nous ne nous contenterons pas de décrire la situation actuelle où l'Etat est l'actionnaire principal d'EdF. La concurrence sur le secteur de la production peut éventuellement conduire à l'ouverture du capital de l'entreprise : par exemple, British Energy a été privatisée en 1996. Nous parlerons ainsi d'actionnaires, qui peuvent devenir propriétaires de l'entreprise. Le cas plus général que nous envisageons nous conduit à poser l'hypothèse d'une politique rigide de dividendes, c'est-à-dire que le dividende est une part constante du revenu net d'exploitation de l'entreprise et qu'il est donc normalisable. Cette politique rigide de dividendes est équivalente au dividende près à une politique de plus-values. Mais nous n'intégrerons pas d'impôt sur les personnes physiques.

Le choix de l'investissement est indépendant de celui de son financement pour Modigliani et Miller[1958], puisque l'entreprise ne fait pas de différence entre les fonds propres et l'emprunt (cf. la sous-section 2.1). La structure de financement du projet nucléaire de l'entreprise dépend du choix du département financier de l'entreprise, voire d'une décision imposée par l'Etat, actionnaire du monopole public, ou de sa capacité à s'endetter sur le marché. Elle détermine le coût moyen du capital, qui est interprété comme un coût de rareté des différentes sources

de financement. Modigliani et Miller[1963] ont constaté qu'en présence de fiscalité, l'entreprise s'endette au maximum de ses possibilités pour bénéficier des économies fiscales.

Pour Myers[1984], le choix d'endettement n'est pas non plus du ressort de l'entreprise. La théorie du "*pecking order*", exposée à la sous-section 2.2.2.1 §c, met en exergue les asymétries d'information entre les "*insiders*" et les "*outsiders*". L'entreprise préfère toujours s'autofinancer pour éviter de divulguer à ses concurrents des informations coûteuses pour elle. Elle peut être endettée, le montant de l'emprunt résultant de la négociation entre les actionnaires et les créanciers. Il y a interaction entre les choix d'investissement et de financement, qui se joue par exemple au niveau des pouvoirs de négociation des investisseurs. Pour un projet nucléaire donné, le montant d'endettement est déterminé de façon exogène, au sens où il ne se déduit pas d'un calcul d'optimisation de l'entreprise.

Nous assimilerons par la suite ces deux théories, parce que la structure de financement de l'entreprise lui est imposée soit par son département financier, soit par une négociation entre ses actionnaires et ses créanciers. Le montant d'endettement qui s'impose à l'entreprise est tel qu'elle ne peut pas faire faillite, puisque ce n'est pas dans l'intérêt des investisseurs, actionnaires ou créanciers.

La dernière théorie, celle du "*trade-off*", se base également sur l'interaction entre les décisions d'investissement et les décisions de financement (cf. la sous-section 2.2.1.1). L'entreprise qui peut accepter ou refuser un projet nucléaire, détermine la structure de son financement. Elle maximise sa valeur en déterminant son endettement optimal en présence de deux imperfections du marché des capitaux, l'impôt sur les sociétés et la faillite. La faillite est un terme générique qui couvre également les phénomènes de fusions et acquisitions qui entraînent la disparition de l'entreprise en tant que telle.

En théorie de la finance, les modèles d'options ont permis de renouveler le débat sur la structure de financement en analysant les conflits entre actionnaires et créanciers (cf. la théorie de l'agence). La dette revient à transférer une partie de la propriété de l'entreprise aux créanciers. Elle crée une option d'achat sur les fonds propres, option de passif.

Cette option est évaluée en tenant compte des différents résultats établis par ces théories en statique : "[L]e courant majeur de la théorie financière est plus concerné par les 'problèmes statiques intégrant le temps' que par les problèmes dynamiques, et par les projets individuels que par les portefeuilles de projets qui peuvent être corrélés" (Senbet et Thompson[1978, p. 400]). Nous allons montrer que la dette peut être exogène pour des raisons institutionnelles

ou elle peut être optimale. Le montant de la dette exogène est calculé de façon résiduelle par rapport aux fonds propres dans le financement. Les deux types de décisions d'investissement et de financement sont complètement séparables et l'endettement se fait au coût moyen du capital. La valeur de l'option de passif est déterminée et elle ne modifie pas la valeur de l'équipement nucléaire. Par contre, la dette optimale se définit comme la dette qui maximise la valeur du projet d'investissement. C'est seulement dans le cas d'imperfections du marché des capitaux que les décisions de financement et celles d'investissement interagissent. La valeur de l'option de passif augmente la valeur du projet électronucléaire. Nous n'avons présenté que les études empiriques clés, qui valident ou infirment ces théories, mais les travaux théoriques et empiriques sur ce domaine ont fait l'objet d'une revue de littérature par Harris et Raviv[1991].

2.1 Des décisions de financement et d'investissement séparables

Nous explicitons dans cette sous-section l'hypothèse généralement retenue dans la littérature des options réelles, celle de la séparation entre les décisions d'investissement et celles de financement.

2.1.1 Le théorème de Modigliani - Miller : le marché des capitaux est parfait

Le coût du capital est utilisé comme taux d'actualisation, qui permet de séparer les problèmes de financement et ceux d'investissement. La définition du coût moyen du capital comme taux d'actualisation prend en compte les différences de coûts des différentes ressources en capital. Ces différences sont dues à celles des risques pris par les actionnaires et les créanciers (ou obligataires). L'avenir n'est donc certain qu'en espérance : le futur risqué. Nous retrouvons les relations établies dans le cadre de la décision d'investissement, qui intègrent le risque au critère de la VAN.

2.1.1.1 Le financement au coût moyen du capital - Modigliani et Miller[1958] ont cherché la valeur de l'entreprise en fonction de sa structure de capital, à partir du coût moyen de son ca-pital. Leurs deux propositions montrent que la valeur de marché de l'entreprise est indépendante de sa structure en capital et de sa politique de dividendes[57].

Ces deux propositions supposent[58] que les investisseurs rationnels maximisent leur posi-

[57] Toute politique de dividendes ou toute politique de plus-values est fiscalement neutre. De plus, nous supposons dans cette section que la politique de dividendes est rigide.

[58] Nous rappelons les hypothèses du marché parfait des capitaux :

tion en moyenne-variance sur un marché parfait et concurrentiel des capitaux, sans fiscalité ni risque de faillite. La démonstration se fait en absence d'opportunité d'arbitrage, et en équilibre partiel. Ces hypothèses sont également celles du MEDAF, ce qui nous permettra d'établir son équivalence avec les deux propositions. De plus l'entreprise est indifférente entre une politique de plus-values et une politique de dividendes.

L'entreprise ou plus précisément ses actions appartiennent à la classe homogène de risque k (e.g. les "*utilities*" électriques, Modigliani-Miller[1958, 1966]). A l'équilibre, la valeur du projet est égale à la somme de ses actions et obligations. Nous avons également vu, dans le chapitre 1 (cf. sous-section 3.4), que la VANA du projet est égale à son flux de trésorerie attendu actualisé

$$V_j = E_j + D_j = R_j(\rho) = \frac{E[\widetilde{R}_j]}{\rho_k}, \tag{2.61}$$

où V_j est le prix de l'actif j, i.e. la valeur de marché des titres qui composent le projet j ;

E_j et D_j sont respectivement les valeurs de marché des fonds propres et de la dette de l'entreprise j ;

$R_j(\rho)$ est la VAN ajustée au risque, $E[\widetilde{R}_j]$ étant le rendement espéré du projet, i.e. son profit attendu net des intérêts ;

ρ_k est le taux de rendement attendu d'une action de la classe k, ou coût moyen du capital, tel que :

$$\rho_k = \frac{E[\widetilde{R}_j]}{V_j}.$$

Ce coût moyen est identique pour toute entreprise j de même classe de risque k, indépendamment de sa structure de capital : il est égal au taux de capitalisation d'un flux de fonds propres d'une entreprise de classe k (Modigliani et Miller [1958, pp. 268-269]).

- l'atomicité des investisseurs individuels rationnels ;
- l'information disponible sans coût pour évaluer les actifs du marché ;
- l'existence d'un actif sans risque ;
- les anticipations homogènes des investisseurs ;
- l'horizon d'une seule période du modèle ;
- l'absence de coût de transaction ;
- l'existence d'un prix unique sur le marché financier non segmenté. Toute opération d'arbitrage fait converger les prix vers ce prix unique. Il est alors équivalent de supposer l'AOA.

Proposition 1 du théorème (Modigliani-Miller, 1958, p. 268). *La valeur de marché de l'entreprise est indépendante de sa structure en capital. Elle est égale à la capitalisation de son rendement espéré au taux approprié à sa classe de risque systématique.*

L'illustration graphique de cette proposition 1 de Modigliani et Miller [1958] est la suivante :

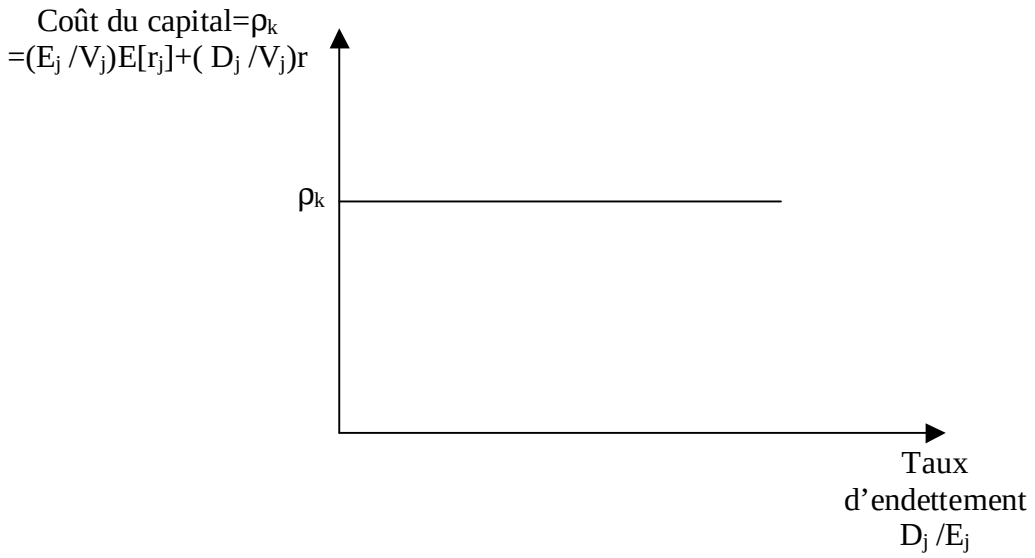

Fig. 2.4: Proposition 1 de Modigliani et Miller[1958] (d'après Cobbaut[1997, p. 383]).

La valeur de marché d'une entreprise endettée est la même que celle d'une entreprise non endettée, toutes choses égales par ailleurs.

Par définition, le rendement espéré par action pour une entreprise j appartenant à la classe de risque k, est égal à :

$$E[\widetilde{r}_j] = \frac{E[\widetilde{R}_j] - rD_j}{E_j}, \tag{2.62}$$

où r est le taux d'intérêt sans risque de la dette.

D'après l'expression du prix du projet donnée en (2.61),

$V_j = (E_j + D_j) = \frac{E[\widetilde{R}_j]}{\varrho_k} \Leftrightarrow E[\widetilde{R}_j] = \varrho_k (E_j + D_j)$.

Le rendement attendu de l'action (2.62) se récrit :

$$E[\widetilde{r}_j] = \frac{\varrho_k (E_j + D_j) - rD_j}{E_j} = \varrho_k + (\varrho_k - r)\frac{D_j}{E_j}, \tag{2.63}$$

où $\frac{D_j}{E_j}$ est le ratio de l'endettement sur les fonds propres, i.e. le levier de financement ;

le risque des fonds propres $Var(\widetilde{R}_j) = Var(\widetilde{R}_k)\left(1+\frac{D_j}{E_j}\right)^2$, augmente avec le taux d'endettement ($Var(\widetilde{R}_k)$ étant le risque de l'actif).

Le rendement d'une action de cette entreprise appartenant à la classe k est égal au taux de capitalisation ϱ_k, approprié à cette classe de risque k, auquel s'ajoute une prime de risque financier. Ce rendement est une fonction linéaire du levier $\frac{D_j}{E_j}$.

Proposition 2 du théorème (Modigliani-Miller, 1958, p. 271). *Le rendement attendu de l'action d'une entreprise endettée est égal au taux de capitalisation du flux de trésorerie d'une entreprise de même classe de risque mais non endettée, augmenté d'une prime de risque financier égale à la différence entre ce taux de capitalisation et le coût de la dette, multipliée par le levier de cette entreprise.*

Soit graphiquement :

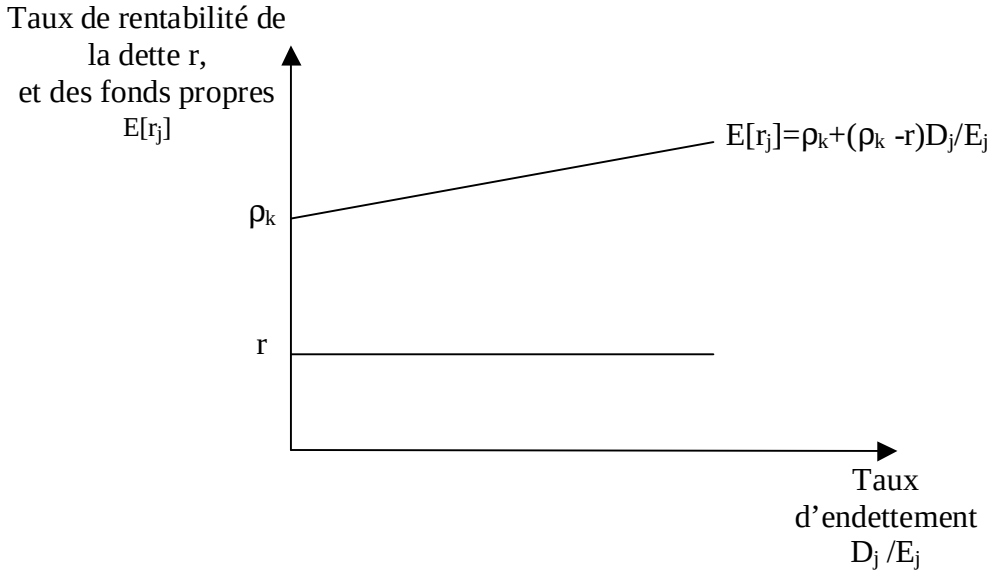

Fig. 2.5: Proposition 2 de Modigliani et Miller[1958] (d'après Cobbaut[1997, p. 383]).

La proposition 2 décrit le mécanisme de l'effet de levier, "*leverage*" : si la rentabilité économique de l'entreprise est supérieure au taux d'intérêt de l'emprunt ($\varrho_k > r$), la rentabilité financière ($E[\widetilde{r}_j]$) est démultipliée à la hausse sous l'effet de l'endettement.

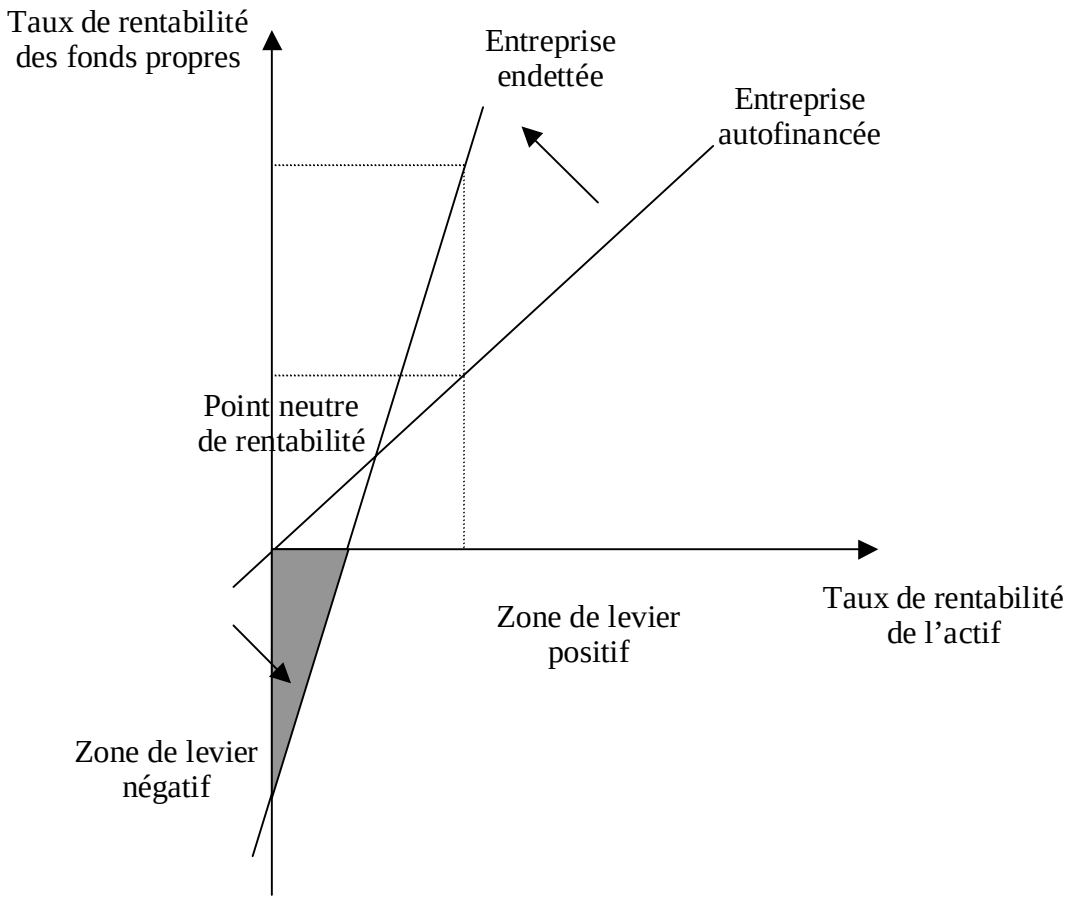

Fig. 2.6: Effet de levier (d'après Cobbaut[1997, p. 380]).

Mais pour Modigliani-Miller[1958], l'accroissement du taux d'endettement s'accompagne d'une augmentation proportionnelle de la rentabilité des fonds propres $E[\widetilde{r}_j]$, et le gain du levier est exactement neutralisé par la perte de la valeur de l'action. La valeur de l'action baisse parce qu'au fur et à mesure que la charge d'intérêt augmente, les actionnaires compensent ce risque croissant en augmentant, dans une proportion correspondante, la prime de risque comprise dans le taux de capitalisation des fonds propres.

En l'absence d'imposition et de risque de faillite, la question de la politique de financement de l'entreprise n'est pas pertinente, parce qu'elle n'a pas d'effet sur sa valeur (Modigliani et Miller[1958], Stiglitz[1969, 1974]).

2.1.1.2 La prise en compte de la fiscalité - L'imposition offre un avantage fiscal au financement par la dette en permettant la déduction des intérêts de la dette du profit net imposable. Cet avantage modifie la décision de financement (Myers[1974]).

Nous allons comparer, en présence de fiscalité, la valeur de l'entreprise j quand elle est autofinancée et quand elle est endettée, pour constater que le coût moyen du capital n'est plus indépendant de la structure du capital. La valeur de marché de l'entreprise j quand elle n'est pas endettée (valeur de marché (2.61) nette d'impôt sur les sociétés τ) est égale à :

$$V_j^* = \frac{(1-\tau)\, E[\widetilde{R}_j^*]}{\rho_k^\tau}, \tag{2.64}$$

où ρ_k^τ indique que le taux de capitalisation tient compte de l'impôt τ, et quand elle est endettée, à :

$$V_j = \frac{(1-\tau)\, E[\widetilde{R}_j]}{\rho_k^\tau} + \frac{\tau r D_j}{\rho}. \tag{2.65}$$

Le service de la dette est compris dans les charges d'exploitation de l'entreprise et il est déduit des impôts. $\tau r D_j$ est l'économie fiscale, ou gain fiscal, connue avec certitude. Nous ne pouvons pas lui appliquer le taux de capitalisation des fonds propres, qui contient une prime de risque systématique, $\rho \neq \rho_k^\tau$. L'entreprise emprunte au taux d'intérêt sans risque du marché, $\rho = r$.

Finalement nous pouvons écrire la valeur de l'entreprise endettée (2.65) à partir de sa valeur en autofinancement (2.64),

$$V_j = V_j^* + \tau D_j.$$

Sachant que pour une entreprise endettée, le coût moyen des fonds propres d'après (2.63) est :

$$E[\widetilde{r}_j^\tau] = \rho_k^\tau + (1-\tau)\,(\rho_k^\tau - r)\,\frac{D_j}{E_j}$$

et que le coût moyen de la dette[59] est :

$$r^\tau = (1-\tau)\, r,$$

le coût moyen du capital en présence de fiscalité, ou "coût ajusté du capital" (Modigliani et Miller[1963]), est égal à :

$$\rho_k^\tau = E[\widetilde{r}_j^\tau]\frac{E_j}{V_j} + r^\tau \frac{D_j}{V_j}$$

[59] Modigliani et Miller[1958, 1963] ont actualisé l'avantage fiscal au taux d'intérêt de la dette, supposée ici sans risque.

$$\Longleftrightarrow \rho_k^\tau = \left[\rho_k + (1-\tau)(\rho_k - r)\frac{D_j}{E_j}\right]\frac{E_j}{V_j} + (1-\tau)\, r\frac{D_j}{V_j}$$
$$\Longleftrightarrow \rho_k^\tau = \rho_k \frac{E_j}{V_j} + \rho_k (1-\tau)\frac{D_j}{V_j}$$
$$\Longleftrightarrow \rho_k^\tau = \rho_k \left(1 - \tau \frac{D_j}{V_j}\right).$$

Le coût moyen du capital n'est plus indépendant de la structure du capital, mais c'est une fonction monotone décroissante du levier au moins pour des valeurs pertinentes et peu élevées du ratio d'endettement. En effet, si le coût moyen du capital est une fonction décroissante du levier, l'entreprise a intérêt à n'avoir que de la dette dans son capital. Mais il existe une valeur limite de la capacité d'endettement à partir de laquelle les créanciers ne prêtent plus à l'entreprise. Cette valeur limite est dépendante de leur attitude vis à vis du risque. Pour Modigliani et Miller[1963], c'est cette valeur qu'il est intéressant de rechercher, et non pas l'optimum de l'endettement.

2.1.1.3 Equivalence de la théorie de Modigliani-Miller et du MEDAF - Cette équivalence met en avant l'attitude des créanciers par rapport au risque, comme celle entre équivalent-certain et MEDAF le fait pour l'attitude des investisseurs (cf. chapitre 1). Hamada[1969], Rubinstein[1973][60], Brennan et Schwartz[1977], Ingersoll[1977] ont démontré l'équivalence entre la théorie de Modigliani-Miller et le MEDAF, sous les mêmes hypothèses de marché parfait des capitaux et d'emprunt de l'entreprise au taux sans risque r.

Le MEDAF donne une mesure du risque systématique β_j, associé au rendement de tout actif : tout investissement de la même classe de risque β_j, a la même rémunération attendue. Mais que l'entreprise j soit endettée ou non, elle a les mêmes flux de trésorerie $E[\widetilde{r}_j] \equiv E[\widetilde{r}_j^*]$ (entreprise identique en production), c'est-à-dire d'après la proposition 1 de Modigliani et Miller[1958], elle a la même valeur de marché $V_j \equiv V_j^*$. Par définition la valeur de l'entreprise autofinancée se limite à la valeur de ses fonds propres : $V_j^* \equiv E_j^*$. L'entreprise endettée et l'entreprise autofinancée ne font donc pas partie de la même classe de risque.

a) Sans fiscalité

Les rendements attendus des fonds propres, que l'entreprise soit autofinancée ou endettée, sont efficients et sont donc situés sur la "*Security Market Line (SML)*". Ils s'expriment respectivement par les relations :

$$E[\widetilde{r}_j^*] = \frac{E[\widetilde{R}_j]}{V_j} = r + \left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)\beta_j^*, \tag{2.66}$$

[60] L'équivalence des approches de ces deux auteurs a été démontrée par Senbet et Thompson[1978].

le rendement attendu des fonds propres de l'entreprise non endettée, et

$$E[\widetilde{r}_j] = \frac{E[\widetilde{R}_j] - rD_j}{E_j} = r + \left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)\beta_j, \tag{2.67}$$

le rendement espéré des fonds propres de l'entreprise endettée.

Si nous exprimons β_j en fonction de β_j^*, $\left(E[\widetilde{r}_m] - r\right) = \frac{E\left[\widetilde{r}_j\right]-r}{\beta_j} = \frac{E\left[\widetilde{r}_j^*\right]-r}{\beta_j^*}$

$\Longrightarrow \beta_j = \frac{E\left[\widetilde{r}_j\right]-r}{E\left[\widetilde{r}_j^*\right]-r}\beta_j^*$

$\Longrightarrow \beta_j = \frac{\frac{E[\widetilde{R}_j]-rV_j}{E_j}}{\frac{E[\widetilde{R}_j]-rV_j}{V_j}}\beta_j^* = \beta_j^*\frac{V_j}{E_j}$

$$\beta_j = \beta_j^*\left(1 + \frac{D_j}{E_j}\right),$$

nous constatons que le risque non diversifiable des actions β_j augmente avec le taux d'endettement.

Le rendement espéré des fonds propres de l'entreprise endettée (2.67) se récrit alors :

$$E[\widetilde{r}_j] = r + \beta_j^*\left(E[\widetilde{r}_m] - r\right) + \beta_j^*\left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)\frac{D_j}{E_j},$$

où $\beta_j^*\left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)$ est la prime de risque opérationnel ;
$\beta_j^*\left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)\frac{D_j}{E_j}$ est la prime de risque financier.

Cette expression est équivalente à celle donnée en (2.63), c'est-à-dire à la proposition 2 de Modigliani-Miller[1958]. En univers risqué, nous retrouvons la notion de risque escompté[61], qui ajoute la prime de risque (qui se décompose ici en prime de risque opérationnel et en prime de risque financier) au taux d'intérêt du marché.

b) En présence de fiscalité

Les rendements attendus des fonds propres (2.63) et (2.63), intègrent le taux d'imposition et sont toujours situés sur la "*Security Market Line*". Soit respectivement :

$$E[\widetilde{r}_j^{\tau^*}] = \frac{(1-\tau)\,E[\widetilde{R}_j]}{V_j^*} = r + \lambda cov\left(\widetilde{r}_j^{\tau^*}, \widetilde{r}_m\right), \tag{2.68}$$

l'espérance du rendement des fonds propres de l'entreprise non endettée où $\lambda = \frac{E[\widetilde{r}_m]-r}{var\left(\widetilde{r}_m\right)}$, et

$$E[\widetilde{r}_j^{\tau}] = \frac{(1-\tau)\left(E[\widetilde{R}_j] - rD_j\right)}{E_j} = r + \lambda cov\left(\widetilde{r}_j^{\tau}, \widetilde{r}_m\right), \tag{2.69}$$

[61] La prime de risque de l'entreprise autofinancée est égale à $\pi = E[\widetilde{r}_j] - r = \beta_j^*\left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)$, cf. (1.10) (chapitre 1, sous-section 3.4.2 §b).

le rendement attendu des fonds propres de l'entreprise endettée.

Nous pouvons déduire l'égalité suivante des relations (2.68) et (2.69) :

$$(1-\tau)\,E[\widetilde{R}_j] = E_j\left[r+\lambda cov\left(\widetilde{r}_j^{\,\tau},\widetilde{r}_m\right)\right]+(1-\tau)\,rD_j = V_j^*\left[r+\lambda cov\left(\widetilde{r}_j^{\,\tau^*},\widetilde{r}_m\right)\right]$$
$$\Longleftrightarrow E_j\left[r+\lambda cov\left(\frac{(1-\tau)\left(\widetilde{R}_j-rD_j\right)}{E_j},\widetilde{r}_m\right)\right]+(1-\tau)\,rD_j = V_j^*\left[r+\lambda cov\left(\frac{(1-\tau)\widetilde{R}_j}{V_j^*},\widetilde{r}_m\right)\right]$$
$$\Longleftrightarrow E_j\left[r+\lambda\tfrac{(1-\tau)}{E_j}cov\left(\widetilde{R}_j,\widetilde{r}_m\right)\right]+(1-\tau)\,rD_j = V_j^*\left[r+\lambda\tfrac{(1-\tau)}{V_j^*}cov\left(\widetilde{R}_j,\widetilde{r}_m\right)\right]$$
$$\Longleftrightarrow E_j r+(1-\tau)\,rD_j = V_j^* r$$
$$\Longleftrightarrow E_j+(1-\tau)\,D_j = V_j-\tau D_j = V_j^*$$

$$\Longleftrightarrow V_j = V_j^*+\tau D_j, \tag{2.70}$$

Nous retrouvons la relation de base de la théorie de Modigliani et Miller[1963] en présence de l'impôt sur les sociétés (IS).

Nous avons établi au chapitre 1 (1.11) que $\beta_j^\tau = \frac{cov\left(\widetilde{r}_j^{\,\tau},\widetilde{r}_m\right)}{Var\left(\widetilde{r}_m\right)}$. Nous pouvons exprimer β en fonction de β^*, à partir de (2.68) et (2.69) :

$$E[\widetilde{r}_m]-r = \frac{E\left[\widetilde{r}_j^{\,\tau}\right]-r}{\beta_j^\tau} = \frac{E\left[\widetilde{r}_j^{\,\tau^*}\right]-r}{\beta_j^{\tau^*}}$$
$$\Longrightarrow \beta_j^\tau = \beta_j^{\tau^*}\frac{E\left[\widetilde{r}_j^{\,\tau}\right]-r}{E\left[\widetilde{r}_j^{\,\tau^*}\right]-r} = \beta_j^{\tau^*}\frac{\frac{(1-\tau)\left(E[\widetilde{R}_j]-rD_j\right)-rE_j}{E_j}}{\frac{(1-\tau)E[\widetilde{R}_j]-r\left(V_j-\tau D_j\right)}{V_j-\tau D_j}}$$
$$\Longrightarrow \beta_j^\tau = \beta_j^{\tau^*}\frac{E_j+(1-\tau)D_j}{E_j}$$

$$\Longrightarrow \beta_j^\tau = \beta_j^{\tau^*}\left(1+(1-\tau)\frac{D_j}{E_j}\right).$$

Le rendement attendu des fonds propres de l'entreprise endettée et imposée (2.69) se récrit ainsi :

$$E[\widetilde{r}_j^{\,\tau}] = r+\beta_j^{\tau^*}\left(E[\widetilde{r}_m]-r\right)+\beta_j^{\tau^*}\frac{(1-\tau)\,D_j}{E_j}\left(E[\widetilde{r}_m]-r\right),$$

où la prime de risque systématique se décompose en prime de risque opérationnel et prime de risque financier.

c) Dette risquée

Supposons à présent que l'entreprise j ait contracté une dette risquée : elle n'emprunte plus au taux d'intérêt sans risque r. Rubinstein[1973] a démontré qu'en l'absence de tout risque de faillite, l'entreprise j endettée indifféremment au taux sans risque r ou au taux ρ qui comporte une prime de risque, a le même taux de capitalisation ρ. La valeur nette de l'entreprise non endettée est donc actualisée au taux ρ.

A l'équilibre du marché des capitaux, la dette risquée est située sur la SML. Le rendement attendu des fonds propres de cette entreprise, qui contracte une dette risquée, est obtenu à partir de (2.69) :

$$E[\widetilde{r}_j^{\tau,\rho}] = \frac{(1-\tau)\left(E[\widetilde{R}_j] - \rho D_j\right)}{E_j} = \rho + \lambda cov\left(\widetilde{r}_j^{\tau,\rho}, \widetilde{r}_m\right) = \rho + \beta_j^{\tau}\left(E[\widetilde{r}_m^{\tau}] - \rho\right), \qquad (2.71)$$

où ρ est le taux d'intérêt de la dette risquée ;
$\lambda = \frac{E[\widetilde{r}_m^{\tau}]-\rho}{var\left(\widetilde{r}_m^{\tau}\right)}$;
β_j^{τ} mesure le risque systématique de la dette.

D'après les relations (2.68) et (2.71), et le résultat de Rubinstein[1973] selon lequel l'entreprise non endettée actualise sa valeur au taux ρ,

$$(1-\tau)\,E[\widetilde{R}_j] = \rho V_j^* + \lambda V_j^* cov\left(\widetilde{r}_j^{\tau^*}, \widetilde{r}_m\right) = \rho\left(E_j + (1-\tau)\,D_j\right) + \lambda E_j cov\left(\widetilde{r}_j^{\tau,\rho}, \widetilde{r}_m\right)$$
$$\Longrightarrow \rho V_j^* + \lambda V_j^* cov\left(\frac{(1-\tau)\widetilde{R}_j}{V_j^*}, \widetilde{r}_m\right) = \rho\left(V_j - \tau D_j\right) + \lambda E_j cov\left(\frac{(1-\tau)\left(\widetilde{R}_j - \rho D_j\right)}{E_j}, \widetilde{r}_m\right)$$
$$\Longrightarrow \rho V_j^* + \lambda\left(1-\tau\right) cov\left(\widetilde{R}_j, \widetilde{r}_m\right) = \rho\left(V_j - \tau D_j\right) + \lambda\left(1-\tau\right) cov\left(\widetilde{R}_j, \widetilde{r}_m\right)$$
$$\Longrightarrow \rho V_j^* = \rho\left(V_j - \tau D_j\right)$$

$$V_j = V_j^* + \tau D_j.$$

Nous retrouvons la relation (2.71), expression de base de la théorie de Modigliani et Miller[1963] quand la fiscalité est prise en compte.

2.1.1.4 Décision d'investissement - Cette décision d'investissement est prise dans le cadre d'un marché supposé parfait des capitaux. Nous en rappellerons trois hypothèses particulières :

– l'absence de distorsion fiscale. Il y a neutralité fiscale parce que l'impôt sur le profit net est indépendant de son utilisation. A fortiori, en l'absence d'imposition, la neutralité fiscale est parfaite.

Modigliani et Miller[1958, 1963] ont pris en compte l'économie fiscale, qui provient du fait que la législation fiscale permet la déduction des impôts des intérêts de la dette, car ils ont assimilables à des charges d'exploitation. Mais ils ont également montré que l'impôt reste neutre, i.e. qu'il ne modifie pas la décision d'investissement.

Définissons un impôt neutre. En univers certain, les marchés des capitaux étant parfaits, la fiscalité est neutre si l'amortissement correspond à la dépréciation économique de l'investissement incrémental, et si le taux d'actualisation après imposition est proportionnel à celui avant imposition au taux d'impôt près. En effet, si les intérêts des emprunts et les amortissements sont déductibles du bénéfice imposable, l'emprunt entraîne une économie d'impôt et son coût s'en trouve diminué. Le coût moyen après impôt du financement total est inférieur à celui obtenu sous l'hypothèse de non imposition, c'est-à-dire que le taux d'actualisation après imposition d'un investissement incrémental est inférieur au taux avant imposition. Ce taux après imposition peut alors se définir comme le coût de rareté du capital. La différence entre ces deux taux d'actualisation avant et après imposition entraîne que l'entreprise s'endette complètement si le crédit n'est pas contraint. La fiscalité ne modifie pas la décision d'investissement incrémental, l'actualisation se faisant toujours au coût moyen du capital. Notons que Fane[1987][62] a étendu cette notion de neutralité fiscale au cas incertain ;

- l'absence de coût de transaction ;
- l'absence d'asymétrie d'information, qui est donc la même pour tous (actionnaires et créanciers).

Les décisions de financement et d'investissement se fondent sur le coût moyen du capital ρ_k et sont donc séparables. Modigliani et Miller[1958, p. 292] ont conclu que les problèmes de financement sont triviaux, dans le sens où seule la question de l'endettement limite, et non de l'endettement optimal, est intéressante. Ils sont sans conséquence sur les décisions d'investissement. Le coût moyen du capital actualise les flux de trésorerie dans le calcul de la VAN[63].

[62] Fane G.[1987], Neutral taxation under uncertainty, *Journal of public economics* 33, 95-105

[63] Par analogie à la section 3 du chapitre 1, nous parlerons de VAN ajustée au risque financier, VANA, quand l'actualisation se fait au coût ajusté du capital.

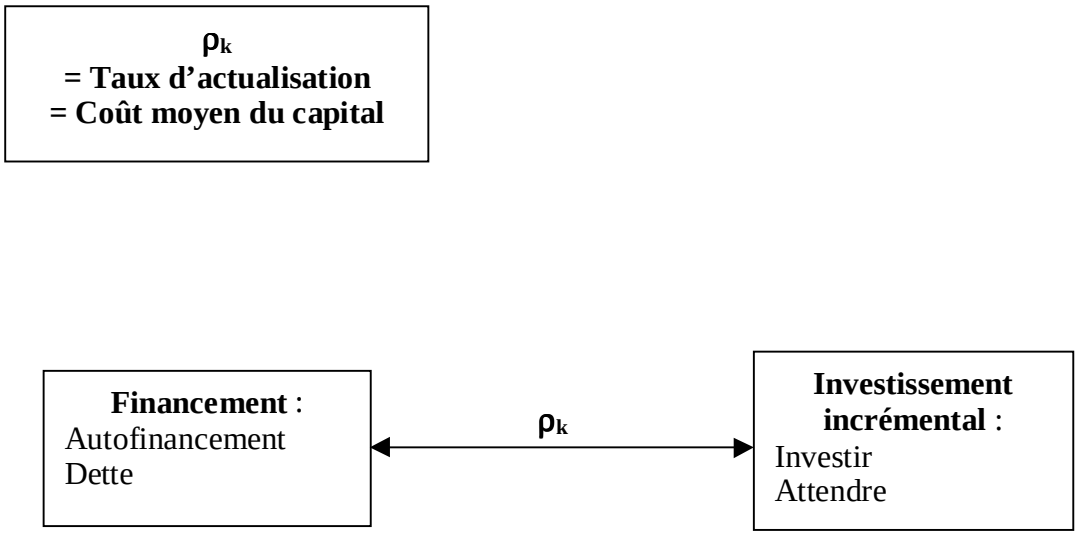

Fig. 2.7: Séparation des décisions de financement et d'investissement (d'après Babusiaux[1990, p. 62]).

La décision d'investissement se base sur la comparaison entre ce rendement risqué et son équivalent certain au taux d'intérêt du marché. Le projet n'est retenu que si le taux interne de rendement ρ est supérieur au coût moyen du capital ρ_k. Sinon l'entreprise peut soit perdre son opportunité d'investissement, soit attendre avant d'investir comme nous l'avons vu dans la section précédente.

Puisque seul compte le taux d'actualisation, et que les propositions de Modigliani et Miller[1958] sont robustes à l'introduction de l'imposition et de la dette risquée, nous pouvons envisager le cas le plus simple dans le chapitre 3 : l'entreprise neutre au risque n'a pas de dette et actualise ses flux de trésorerie au taux sans risque. Mais en présence de fiscalité, l'entreprise s'endette au maximum de la capacité. Dans le chapitre 3, nous nous intéresserons à la décision d'investissement de l'entreprise qui est par hypothèse indépendante de sa décision de financement. A la différence de Modigliani et Miller[1963], Brennan et Schwartz[1978] par exemple, nous ne nous poserons pas la question de savoir pourquoi l'entreprise est autofinancée ou endettée jusqu'à une certaine proportion s'il existe un avantage quelconque à émettre un emprunt.

2.1.2 Financement par la dette : une opération sur options

Envisager le financement par la dette comme une opération sur options, homogénéise la méthodologie avec celle de la section précédente. Dans un premier temps, nous allons retrouver les relations de Modigliani-Miller[1958] en supposant que le marché des capitaux est parfait. La valeur de l'entreprise se réduit à la valeur de son actif, composée d'actions ordinaires et d'obligations sans clause restrictive.

En s'endettant, les actionnaires transfèrent aux obligataires la propriété de l'actif, mais ils en gardent le contrôle (propriété légale). Ils ont acheté l'actif, en empruntant la somme nécessaire au taux d'intérêt sans risque aux créanciers et en achetant aussi une option de vente sur la valeur des fonds propres du capital de cet actif. De façon symétrique, en vendant l'emprunt, les créanciers ont acheté une option d'achat sur la valeur des fonds propres de l'entreprise, puisqu'ils obtiennent la propriété de l'entreprise s'ils ne sont pas remboursés à la date d'échéance.

Les actionnaires ont obtenu l'emprunt, dont la valeur de marché est la VAN du remboursement à échéance, et une option de vente sur leurs fonds propres. La date d'exercice de cette option est l'échéance de l'emprunt T et le prix d'exercice est le remboursement. Si à l'échéance la valeur de l'actif est inférieure au remboursement, les actionnaires ne peuvent pas rembourser les créanciers et ils perdent leurs fonds propres. Cette option met en évidence la valeur économique de la responsabilité limitée des actionnaires.

L'opportunité d'investissement, dont nous cherchons ici le financement, est évaluée comme une option d'achat réelle (section précédente). De plus, l'endettement génère une option d'achat des fonds propres que nous allons évaluer.

A terme, l'entreprise vend les actions qu'elle détient, rembourse les obligations si elle le peut, et verse le solde à ses actionnaires sous forme de dividende de liquidation. La valeur des fonds propres à échéance est donc la valeur de l'option d'achat à l'échéance :

$$E_T = C\left(p_T, T; D\right) = \max\left[0; p - D\right],$$

si la valeur courante du projet est égale au prix de revient (exemple 3.1 du chapitre 1) $V_t = p_t = E_t + D_t$. Cette option a pour prix d'exercice la valeur de la dette, puisqu'elle est exercée à la date de remboursement de la dette. Les actionnaires récupèrent la propriété du projet d'investissement. Nous en déduisons la valeur de la dette :

$$D_T = \min\left[p; D\right].$$

2.1.2.1 La valeur des fonds propres, valeur de l'option d'achat des créanciers - Les modèles d'évaluation des options (MEO), "*Option Pricing Models (OPM)*", permettent d'évaluer ces options qui s'attachent aux opérations d'endettement, les options de passif. Parmi ceux qui introduisent la continuité du temps, nous allons utiliser le modèle de Black et Scholes[1973]. Ce modèle évalue l'option financière d'achat $C(p_t, T; D)$, i.e. l'action E_t, en la dupliquant par un portefeuille qui comprend une dette sans risque D_t et l'actif risqué sous-jacent p_t (cf. section 1, (2.16)) :

$$C(p_t, T; D) = a_t p_t + D_t,$$

où a_t est le nombre d'actions de ce portefeuille.

Comme $V_t = p_t = E_t + D_t$, l'action évolue donc selon un mouvement géométrique brownien :

$$\frac{dE}{E_t} = \mu dt + \sigma dz, \tag{2.72}$$

tandis que l'obligation est rémunérée au taux d'intérêt sans risque constant :

$$\frac{dD}{D_t} = r dt.$$

Le prix aléatoire de l'actif qui ne verse pas de dividende, évolue selon un mouvement brownien géométrique (2.14) :

$$\Longrightarrow \frac{dp}{p_t} = (\mu + r)\, dt + \sigma dz,$$

où $(\mu + r)$ est le taux de rendement attendu de l'actif, ou la dérive du processus ;

σ est l'écart-type de ce taux de rendement, constant et connu des investisseurs, i.e. le coefficient de diffusion du processus ;

dz est un processus de diffusion standard.

La valeur de l'obligation (2.19) est alors égale à :

$$D = C - p\frac{\partial C}{\partial p}.$$

Nous obtenons l'équation différentielle partielle analogue à (2.20) suivante :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 \frac{\partial^2 C}{\partial p^2} + rp\frac{\partial C}{\partial p} - pC + \frac{\partial C}{\partial t} = 0,$$

que nous résolvons grâce aux conditions aux bornes. Les conditions terminales regroupent la valeur de la prime de l'option à échéance $C(p_T, T; D) = \max[0; p - D]$, et la condition intérieure $C(0, T; D) = 0$.

La valeur de l'option est la solution trouvée par Black et Scholes[1973], de cette EDP sous les contraintes aux bornes :

$$E_t = C(p_t, T; D) = p_t N(d_1) - De^{-rT} N(d_2), \tag{2.73}$$

où $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{p_t}{D}\right)+\left(r+\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_2 + \sigma\sqrt{T}$ et $N(.)$ est la fonction de densité de probabilité cumulée de la variable normale réduite.

2.1.2.2 L'équivalence avec la théorie de Modigliani et Miller : le coût moyen du capital - Dans la version intertemporelle[64] du MEDAF (Merton[1973]), le taux de rendement attendu instantané[65] de l'actif j est donné par :

$$E[\widetilde{r}_j] = r + \left(E[\widetilde{r}_m] - r\right)\beta_j \tag{2.74}$$

où r et $\widetilde{r}_m$ sont respectivement le taux d'intérêt sans risque et le taux du marché, et où β_j est exprimé comme :

$$\beta_j = \frac{cov\left(\widetilde{r}_j; \widetilde{r}_m\right)}{Var\left(\widetilde{r}_m\right)}$$

si l'entreprise j est endettée, ou comme :

$$\beta_j^* = \frac{cov\left(\widetilde{r}_j^*; \widetilde{r}_m\right)}{Var\left(\widetilde{r}_m\right)} = \frac{E[\widetilde{r}_j^*] - r}{E[\widetilde{r}_m] - r} = \frac{\widetilde{r}_j^* - r}{\widetilde{r}_m - r} \tag{2.75}$$

si elle n'est pas endettée ($E_t \equiv p_t, \forall t$).

Nous cherchons le taux de rendement des fonds propres $\frac{dE}{E}$ à partir de son expression (2.72). La valeur des fonds propres dépend de la valeur de l'actif, $E(p)$. D'après le lemme d'Itô,

$$dE = \frac{\partial E}{\partial p}dp + \frac{\partial E}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 \frac{\partial^2 E}{\partial p^2}dt \Longrightarrow \frac{dE}{E} = \frac{\partial E}{\partial p}\frac{dp}{E} + \frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{p^2}{E}\frac{\partial^2 E}{\partial p^2}dt.$$

Cette expression comprend un élément aléatoire $\frac{\partial E}{\partial p}\frac{dp}{E} = \frac{\partial E}{\partial p}\frac{dp}{p}\frac{p}{E}$ et deux éléments déterministes. Si l'entreprise n'est pas endettée, $p = E$, et cet élément aléatoire se simplifie : $\frac{\partial E}{\partial p}\frac{dp}{p}\frac{p}{E} \equiv \frac{\partial p}{\partial p}\frac{dp}{p}\frac{p}{p} \equiv \frac{dp}{p}$. Nous obtenons :

$$\widetilde{r}_j = \frac{\partial E}{\partial p}\frac{p}{E}\widetilde{r}_j^*, \tag{2.76}$$

[64] En effet, rappelons que le modèle de Black et Scholes[1973] est en temps continu.

[65] Dans le MEDAF, il s'agit du taux attendu pour la période en question. Nous omettrons de le préciser par la suite.

le rendement des fonds propres de l'entreprise endettée exprimé à partir du rendement de l'entreprise non endettée.

La mesure du risque de l'entreprise endettée dépend également de celle de l'entreprise non endettée,

$\beta_j = \frac{cov\left(\frac{\partial E}{\partial p}\frac{p}{E}\widetilde{r}^*_j;\widetilde{r}_m\right)}{var\left(\widetilde{r}_m\right)} = \frac{\partial E}{\partial p}\frac{p}{E}\frac{cov\left(\widetilde{r}^*_j;\widetilde{r}_m\right)}{var\left(\widetilde{r}_m\right)} = \frac{\partial E}{\partial p}\frac{p}{E}\beta^*_j$.

Or d'après (2.73), le nombre d'actions du portefeuille de diversification est égal à $\frac{\partial E}{\partial p} \equiv N(d_1)$ avec $0 \leq N(d_1) \leq 1$. La relation entre les deux mesures de risque se récrit :

$$\beta_j = N(d_1)\frac{p}{E}\beta^*_j \tag{2.77}$$

et la valeur des fonds propres E étant donnée en (2.73),

$$\beta_j = \frac{pN(d_1)}{p_t N(d_1) - De^{-rT}N(d_2)}\beta^*_j = \frac{1}{1 - e^{-rT}\frac{D}{p_t}\frac{N(d_2)}{N(d_1)}}\beta^*_j,$$

c'est-à-dire que le risque systématique croît quand :

- la valeur du projet p diminue ;
- la valeur de la dette D augmente ;
- le taux d'intérêt sans risque r décroît ;
- σ^2 diminue ;
- l'échéance de la dette T se rapproche.

Le taux de rendement instantané de l'action j est égal à $\widetilde{r}_j = r + \left(\widetilde{r}_m - r\right)\beta_j$, d'après le MEDAF (2.74). Il se récrit avec (2.77) : $\widetilde{r}_j = r + \left(\widetilde{r}_m - r\right)N(d_1)\frac{p}{E}\beta^*_j$ et avec (2.75) :

$$\widetilde{r}_j = r + \left(\widetilde{r}^*_j - r\right)N(d_1)\frac{p}{E}. \tag{2.78}$$

Le taux de rendement de la dette $\frac{dD}{D}$ se calcule de la même façon. La valeur de la dette est obtenue à partir de (2.73) :

$$D_t = p_t - E_t = p_t\left[1 - N(d_1)\right] + De^{-rT}N(d_2). \tag{2.79}$$

Comme précédemment pour les fonds propres, nous pouvons établir que $\frac{\partial D}{\partial p} = [1 - N(d_1)]$ et que, de façon analogue à (2.76),

$$\beta^D_j = \frac{\partial D}{\partial p}\frac{p}{D}\beta^*_j$$

$\Longrightarrow \beta_j^D = [1 - N(d_1)] \frac{p}{D} \beta_j^*$

$\Longrightarrow \beta_j^D = \frac{1}{1+e^{-rT}\frac{D}{p}\frac{N(d_2)}{[1-N(d_1)]}} \beta_j^*$, en remplaçant la valeur de la dette par son expression (2.79).

Nous en déduisons le taux de rendement de la dette :

$$\tilde{r}_j^D = r + \left(\tilde{r}_j^* - r\right) [1 - N(d_1)] \frac{p}{D}. \tag{2.80}$$

Le coût moyen pondéré du capital est donc égal à :

$$\rho_k = \tilde{r}_j \frac{E}{p} + \tilde{r}_j^D \frac{D}{p},$$

soit, en remplaçant les taux de rendement instantanés par leurs valeurs (2.78) et (2.80), à :

$\rho_k = \left[r\frac{E}{p} + \left(\tilde{r}_j^* - r\right) N(d_1)\right] + \left[r\frac{D}{p} + \left(\tilde{r}_j^* - r\right) [1 - N(d_1)]\right]$

$$\Longrightarrow \rho_k = \tilde{r}_j^*,$$

ce qui rejoint la proposition 1 de Modigliani-Miller[1958] quand il n'y a pas de fiscalité.

Le taux de rendement des fonds propres peut être exprimé en fonction du coût moyen du capital et du taux de rendement de la dette :

$\rho_k = \tilde{r}_j \frac{E}{p} + \tilde{r}_j^D \frac{D}{p} \Longrightarrow \tilde{r}_j = \rho_k \frac{E+D}{E} - \tilde{r}_j^D \frac{D}{E}$

$$\Longrightarrow \tilde{r}_j = \rho_k + \left(\rho_k - \tilde{r}_j^D\right) \frac{D}{E},$$

soit la proposition 2 de Modigliani-Miller[1958] quand la dette est risquée[66].

2.2 Prise en compte des imperfections du marché

Il est utile de considérer l'endettement comme une opération sur option, pour l'homogénéisation de la méthodologie. S'il est intéressant pour l'entreprise de s'endetter en présence de fiscalité dans un marché parfait des capitaux, cela n'influence pas sa décision d'investissement. Cette hypothèse de séparation des décisions d'investissement et de celles de financement, posée par Modigliani et Miller[1958], est retenue par la théorie des options réelles. Cette théorie nous permet d'évaluer d'évaluer l'opportunité d'investissement nucléaire dans un environnement institutionnel en mutation.

[66] De plus, en présence de fiscalité $\tilde{r}_j^D = (1-\tau)\left[r + \left(\tilde{r}_j^* - r\right)[1 - N(d_1)]\frac{p}{D}\right]$

$\Longrightarrow \tilde{r}_j = \rho_k + \left(\rho_k - \tilde{r}_j^D\right)(1-\tau)\frac{D}{E}$. Cette expression est toujours équivalente à la proposition de Modigliani et Miller[1958].

L'imperfection du marché des capitaux, qui reste complet pour que l'évaluation de l'option de passif soit possible, met en évidence des interactions entre les décisions de financement et les décisions d'investissement. Parmi ces imperfections, nous pouvons compter la fiscalité, les frais d'émissions et de transactions des titres (que nous considérerons nuls), le statut juridique différent du capital et du revenu, les attitudes et le degré de rationalité des agents économiques, l'asymétrie d'information et les relations dans l'entreprise.

Nous exposons deux théories qui mettent en exergue l'interaction entre les décisions d'investissment et celles de financement. La première, la théorie du "*pecking order*" se base sur l'asymétrie d'information pour établir un ordre de préférence des sources de financement. Nous assimilerons toujours cette théorie à celle de Modigliani et Miller[1958] dans le sens où la dette résulte d'une négociation entre les actionnaires et les créanciers de l'entreprise. La seconde théorie, celle du compromis, se fonde sur l'existence d'une possibilité de faillite et d'une fiscalité pour déduire l'interaction entre l'investissement et son financement. L'environnement concurrentiel permet les mouvements de fusions et acquisitions qui peuvent entraîner la disparition d'Edf. Ainsi Edf est imposable et peut disparaître : ces deux hypothèses sont retenues par la théorie du compromis qui montre qu'EdF peut alors choisir la structure de son financement afin de maximiser sa valeur. L'endettement crée une option financière qui augmente la valeur de l'équipement nucléaire envisagé.

Il existe donc un taux d'endettement optimal, ou cible (si nous considérons que le taux d'endettement effectif n'est pas optimisé de façon continue dans le temps), qui maximise la valeur de l'opportunité d'investissement. Nous avons envisagé l'ouverture du capital d'EdF à des actionnaires privés. La dette cible est déterminée en fonction du pouvoir de négociation des détenteurs de titres de l'entreprise en présence d'asymétrie d'information. Nous envisagerons en extension de notre travail la possibilité de la variation de la dette cible, extension valable à la fois pour la théorie du "*pecking order*" et pour la théorie du compromis élargie à la prise en compte des coûts d'agence.

2.2.1 La théorie statique du compromis

2.2.1.1 Deux imperfections du marché des capitaux : l'impôt sur les sociétés (IS) et la faillite - La théorie du compromis, "*trade-off theory*", considère deux imperfections du marché, qui sont la fiscalité et la faillite. Son principal résultat établit l'existence d'un taux d'endettement optimal qui maximise la valeur du projet : les décisions de financement et d'investissement sont alors interdépendantes. Elle se situe dans le prolongement de la théorie de Modigliani-Miller[1958], puisqu'elle ne remet pas en question l'effet de levier. Mais en tenant compte des deux imperfections, deux autres effets s'ajoutent à l'effet de levier. Ces trois effets additionnés vont faire varier la valeur de l'entreprise en fonction du taux d'endettement. Enumérons-les :

- l'effet de levier :

  Il laisse inchangée la valeur du projet quand, toutes choses égales par ailleurs, le taux d'endettement augmente ;

- l'effet fiscal dû à l'endettement :

  Seuls les actionnaires paient l'impôt sur les sociétés. Toutes choses égales par ailleurs, les entreprises endettées paient moins d'impôt que les entreprises non endettées : il y a un avantage fiscal dû à la dette. Modigliani et Miller[1958, 1963] ont actualisé cet avantage fiscal au taux d'intérêt de la dette, car la classe de risque de l'avantage fiscal est celle de l'actif qui la génère, i.e. la dette. Cet avantage est donc constant dans le temps. Il rend compte de l'augmentation de la valeur de l'entreprise quand, toutes choses égales par ailleurs, le taux d'endettement augmente.

  Conjugué à l'effet de levier, l'effet fiscal de l'endettement implique que la valeur de l'entreprise varie en fonction du taux d'endettement et dépend de la VA de l'avantage fiscal. Il se peut que la valeur actuelle de l'avantage fiscal soit, non plus croissante, mais décroissante pour des taux d'endettement élevés : les intérêts de la dette sont alors bien supérieurs au profit net d'exploitation, i.e. si la rentabilité de l'actif est peu importante, l'avantage fiscal est faible voire nul. Nous constatons le rôle joué par le profit net d'exploitation dans l'évaluation de l'avantage fiscal. Ainsi, cet avantage fiscal n'est pas identique pour toutes les entreprises qui ont le même taux d'endettement ;

- le risque de défaillance :

  Nous parlerons indifféremment d'état de défaillance, qui définit la cessation de paiement, ou de la faillite ("*bankrupcy*"), la procédure judiciaire. Mais nous distinguons cette si-

tuation de celle née de la crainte d'une faillite imminente, situation de difficultés financières, "*financial distress*". Ce terme recoupe une réalité plus diverse, puisque nous comprenons également dans la faillite la disparition de l'entreprise en tant que telle, i.e. quand elle a fait l'objet d'une stratégie de fusion ou acquisition. L'entreprise fait faillite pour un prix de revient $p_t \leq p_B$, mais la situation de faillite effective est évaluée à partir de $p \equiv p_B$. Les caractéristiques de la faillite sont les suivantes :

* l'autorité judiciaire dirige les opérations et cette intervention a un coût α. Ce coût de faillite se décompose en coûts directs (e.g. coûts d'administration provisoire de l'entreprise avant la liquidation, ou en cours de réorganisation) et en coûts indirects (la faillite, voire l'imminence de cette faillite, entraîne une perte de clientèle et de fournisseurs, et la baisse du chiffre d'affaires), qui varient selon la branche industrielle ;
* la valeur de marché de l'entreprise ($V(p_B) = (1-\alpha)\, p_B$) est inférieure au montant de la dette : $(1-\alpha)\, p_B < D(p_B)$;
* tout se passe comme si la propriété de l'entreprise est transférée des actionnaires aux obligataires (les fonds propres ayant, nous le rappelons, valeur d'option), et les actionnaires sont libérés de tout engagement : leur responsabilité est limitée.

La possibilité de faire faillite dans le futur abaisse la valeur actuelle (VA) de marché de l'entreprise, baisse qui est due à la VA du coût de faillite attendu. Elle est donc fonction du coût de défaillance, mais aussi de la probabilité de faire faillite et de la durée de vie jusqu'à la survenue éventuelle de la faillite. La diminution de la valeur de l'actif, provoquée par la faillite, dépend également de la possibilité ou non de continuation de l'activité de l'entreprise après la faillite, et elle est d'autant plus importante que l'activité repose sur la R&D et le capital humain, i.e. un capital spécifique. C'est le cas de l'investissement nucléaire que nous étudions, et que nous avons supposé totalement irréversible.

L'entreprise maximise sa valeur en fonction de son endettement, situation envisageable pour EdF qui est soumise à l'impôt et qui est confrontée à un environnement de plus en plus concurrentiel où se produisent des mouvements de fusions et acquisitions d'entreprises.

La valeur du projet endetté est égale à la valeur du projet non endettée (effet de levier), nette de la différence entre l'avantage (effet fiscal) et l'inconvénient (risque de faillite) générés par l'endettement :

$$\boxed{\begin{array}{lll} V(p,C) = & V(p,0) & +TB(p,C) \\ & & -BC(p,C) \end{array}}$$

où $V(p,C)$ est la valeur actuelle nette de l'entreprise endettée ;

$V(p,0)$ est la valeur actuelle nette de l'entreprise autofinancée ;

$TB(p,C)$ est la valeur actuelle du gain fiscal dû à l'endettement ;

$BC(p,C)$ est la valeur actuelle du coût de faillite.

2.2.1.2 Taux d'endettement optimal - L'endettement n'est pas neutre et modifie la valeur de l'entreprise : il existe un taux d'endettement optimal (et non un taux d'endettement maximal) qui maximise la valeur de marché du projet. La théorie du compromis, "*trade-off theory*", a été schématisée par Myers[1977] :

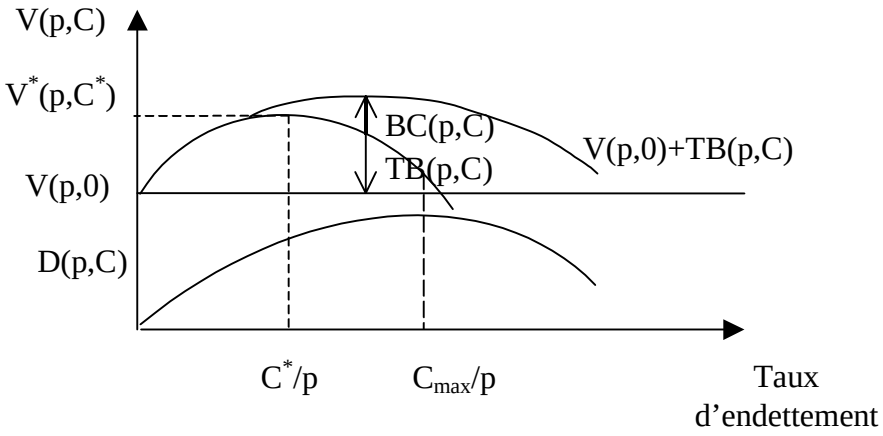

Fig. 2.8: Valeur optimale du projet d'investissement, la valeur de la dette n'étant pas maximale (d'après Myers[1977, p. 174]).

La théorie statique du compromis détermine la valeur actuelle maximale du projet pour lequel l'entreprise s'est endettée de manière optimale. De façon équivalente, l'entreprise peut calculer le coupon optimal de la dette. Cette valeur optimale du taux d'endettement dépend des flux de trésorerie attendus actualisés.

Essayons d'introduire une dynamique de financement. A l'optimum, la valeur des actions varie de façon aléatoire dans le temps, comme le flux de trésorerie courant. L'entreprise adapte la valeur de la dette, qui fluctue également mais sans compenser par la variation de la valeur des actions. En effet, il n'y a pas de symétrie entre actions et obligations. Le taux d'endettement cible, qui dépend des valeurs de marché de la dette et des actions, varie de façon aléatoire. L'entreprise ne peut pas atteindre, et garder, un taux d'endettement optimal fixe. De plus, l'entreprise ne peut pas modifier sans frais et instantanément sa structure de financement. La théorie du compromis ne montre pas l'adaptation du taux d'endettement par rapport à un taux cible lui-même mobile.

2.2.1.3 Validité empirique de la théorie - La théorie du compromis explique les différences de taux d'endettement entre les branches industrielles.

Le taux d'endettement est élevé dans les branches d'activité comportant beaucoup d'actifs tangibles, à coûts de faillite faibles. Il est faible dans les branches industrielles qui nécessitent beaucoup d'actifs intangibles (qui impliquent à l'inverse des coûts de faillite importants).

Elle explique moins bien les différences de taux d'endettement à l'intérieur d'une même branche, puisqu'elle ne fournit pas d'explication théorique au phénomène empirique qui souligne que les entreprises les plus rentables sont les moins endettées.

Pour Kester[1986], Mackie-Mason[1990], le taux de rentabilité est le facteur explicatif le plus significatif du taux d'endettement, et ces deux taux sont corrélés négativement contrairement à la théorie du compromis. Mais Myers[1993] a montré que cette corrélation négative entre profit et endettement ne suffit pas à invalider la théorie du compromis, puisqu'elle peut résulter :

- de l'accroissement du taux d'endettement cible provoqué par la hausse inattendue du profit. En effet, cette dernière implique un accroissement de la valeur de marché de l'action, la valeur de la dette restant inchangée. Le taux d'endettement effectif diminue, mais dans le même temps, les dirigeants augmentent le taux d'endettement cible pour accroître leur endettement futur ;
- d'un retard d'adaptation du taux d'endettement effectif par rapport au taux cible mobile. Ce retard est dû aux coûts de transaction et au temps nécessaire pour émettre les obligations. Les adaptations sont graduelles, et non continues.

2.2.2 Imperfections dues à l'organisation de l'entreprise

L'explication des différences de taux d'endettement dans une même branche industrielle a été recherchée en prenant en compte d'autres imperfections de marché dues à l'organisation de l'entreprise, i.e. aux relations entre dirigeants, actionnaires et créanciers. Jusqu'à présent, nous n'avons pas tenu compte des relations entre dirigeants et actionnaires, en supposant[67] que leur objectif est commun : la recherche de la maximisation de la valeur de l'entreprise. Ces deux imperfections sont :

- l'asymétrie d'information entre les dirigeants et les actionnaires, qui ne croient pas obligatoirement l'information révélée par les managers ;
- les coûts d'agence, du fait des conflits d'intérêt entre dirigeants et actionnaires, mais également entre actionnaires et créanciers.

Dans le cadre de la problématique du gouvernement de l'entreprise ("*corporate governance*"), les actions sont des droits de propriété ("*property rights*") et des instruments de cession de contrôle ("*corporate control*"). Ces considérations sont introduites à travers la prise en compte de l'asymétrie d'information, outil de modélisation de la théorie de la signalisation, et des divergences d'intérêt entre les différents acteurs économiques, qui font référence à la théorie de l'agence. Elles montrent que les détenteurs des actions sont détenteurs de droits résiduels, avec la caractéristique spécifique du principe de responsabilité limitée, à concurrence de leur mise de fonds.

2.2.2.1 Asymétrie d'information entre dirigeants et actionnaires - Les dirigeants possèdent une information dont ne disposent pas les investisseurs extérieurs, y compris les actionnaires. L'information qu'ils rendent publique n'est pas forcément crédible, et ne permet pas de distinguer les entreprises performantes (de type $\theta \equiv H$) de celles qui le sont moins (de type $\theta \equiv L$). Pour être crus, les dirigeants des entreprises performantes doivent accomplir une action publique coûteuse, qui ne pourra pas être imitée par les entreprises non performantes (Akerlof[1970]). Ce signal positif est l'endettement : seules les entreprises performantes, efficaces et rentables, sont prêtes à supporter un endettement relativement important, et les entreprises non performantes sont entièrement financées par fonds propres. Les entreprises ont donc un taux d'endettement cible, qui correspond à leur taux de performance. Myers et Majluf[1984]

[67] Nous allons justifier cette hypothèse par la normalisation des coûts d'agence, dus aux conflits d'intérêt entre dirigeants et actionnaires.

ont montré que les problèmes de sous-investissement et le levier augmentent avec l'importance de l'asymétrie d'information.

Les études empiriques vérifient que l'émission d'obligations est une bonne nouvelle qui fait augmenter le cours des actions, alors que l'émission d'actions[68] est une mauvaise nouvelle qui l'abaisse. La baisse des cours provoquée par cette émission d'actions nouvelles dépend de l'importance de l'entreprise émettrice : elle est moins importante pour les entreprises de distribution de l'eau, du gaz, de l'électricité et du téléphone (très endettées) que pour les entreprises industrielles (Asquith et Mullins[1986]). Il n'y a donc pas seulement une perception positive de l'émission d'obligations, mais aussi une perception négative de l'émission d'actions.

En revanche, les entreprises les plus endettées ne sont pas les plus rentables. De plus, les entreprises jeunes, en phase de croissance, dont les actifs sont principalement intangibles, ont une valeur supérieure à celle des entreprises à maturité, aux actifs tangibles. Théoriquement, du fait de l'asymétrie d'information entre les dirigeants et les actionnaires, leur endettement devrait être supérieur. Or c'est l'inverse qui se produit. En fait, l'asymétrie d'information favorise l'émission d'obligations plutôt que celle d'actions nouvelles, sauf quand :

- le taux d'endettement est déjà très élevé (pour ne pas augmenter la probabilité de faillite) ;
- ou l'entreprise a des actifs intangibles. Les investisseurs savent que les actifs spécifiques ont des possibilités de revente quasi nulles en cas de faillite, et entraînent des coûts de faillite très importants.

L'émission d'actions nouvelles véhicule une information négative, qui peut conduire l'entreprise à refuser d'investir dans un projet de VAN positive ou à investir dans un projet à VAN négative. Myers et Majluf[1984] ont ainsi mis en évidence l'interaction entre décisions de financement et d'investissement.

a) Projets à VAN positive non retenus

Soient deux entreprises de type $\theta = \{H; L\}$. Le type de l'entreprise θ représente la valeur initiale de l'actif et des actions (les deux entreprises ne sont pas endettées). Si à la date initiale, seuls les dirigeants connaissent le type de l'entreprise et leur objectif est de maximiser la valeur de l'actif détenu par les actionnaires. Les actionnaires croient que le type de l'entreprise est :

[68] Nous avons écarté l'augmentation du capital. Cependant nous conservons cette source de financement dans l'exposé des théories générales de la finance.

$$\begin{cases} H \text{ avec la probabilité } q\,; \\ L \text{ avec la probabilité } (1-q). \end{cases}$$

Les deux entreprises doivent se décider à investir ou non dans un projet nouveau, qui nécessite un investissement K et qui a une VAN R (K et R étant connaissance commune). Si le projet est accepté, K est financé en émettant de nouveaux fonds propres auprès de nouveaux actionnaires.

Supposons que la valeur du projet R est telle que l'entreprise H rejette le projet et n'émet pas de fonds propres, alors que l'entreprise non performante L accepte le projet, dont la VAN est supérieure à son seuil d'investissement, et émet de nouveaux fonds propres.

L'émission des fonds propres est donc pour les investisseurs le signal que l'entreprise est de type L. A l'équilibre, les actionnaires courants sont rationnels et identifient les types des entreprises (par révision bayésienne de leurs croyances). Les fonds propres émis par l'entreprise de type L sont évalués correctement par le marché, i.e. les actionnaires actuels de l'entreprise de type $\theta \equiv L$ abandonnent la fraction $\gamma = \frac{K}{L+R+K}$ de l'entreprise aux nouveaux actionnaires. Ils obtiennent la valeur $(1-\gamma)(L+R+K) \equiv (L+R)$ et capturent la VAN R du nouveau projet, parce qu'ils l'ont retenu et ont émis les fonds propres. Ils préfèrent retenir le projet à VAN positive, tant que la valeur initiale de l'entreprise non performante est positive : $L > 0$.

Les actionnaires courants de l'entreprise de type $\theta \equiv H$ détiennent la valeur H. Si cette entreprise retient le projet d'investissement et le finance en émettant des fonds propres, ces fonds propres sont évalués par le marché comme s'ils étaient émis par l'entreprise de type $\theta \equiv L$. Les actionnaires courants détiennent alors la valeur $(1-\gamma)(L+R+K)$. La sous-évaluation de ces fonds propres nouveaux peut amener les actionnaires à abandonner leur droit sur l'actif existant, et au moins sur la VAN du nouveau projet. Elle est effective si : $(1-\gamma)(L+R+K) < H$

$$\iff -\gamma H + (1-\gamma)(R+K) < 0$$
$$\iff -\gamma H + (1-\gamma)[R + \gamma(L+R+K)] < 0$$
$$\iff -\gamma(L-H) + R < 0$$
$$\iff \gamma(H-L) > R.$$

La valeur est transférée aux nouveaux actionnaires, qui ont acquis la fraction γ à un prix de marché L inférieur au cours actuel de l'action H. Il y a sous-investissement si ce transfert est supérieur à la VAN du projet, puisque dans ce cas, seule l'entreprise de type L accepte d'investir dans ce projet de VAN positive.

L'annonce de l'émission de nouvelles actions entraîne également une baisse de la valeur de marché des actions existantes de l'entreprise. Avant l'annonce, le prix des actions est égal à $qH + (1-q)(L+R)$, valeur qui reflète les croyances sur le type θ de l'entreprise et le comportement de l'entreprise à l'équilibre[69]. A l'annonce de l'émission des fonds propres, les investisseurs réalisent que l'entreprise est de type L. La valeur des actions devient égale[70] à $L + R < qH + (1-q)(L+R)$.

Les nouveaux projets tendent à être financés principalement par des sources internes ou par l'émission de dettes faiblement risquées[71], parce qu'un tel financement ne donne pas d'information, et n'implique aucune réaction du prix de l'action.

b) Projets à VAN négative retenus

Narayanan[1988], Heinkel et Zechner[1990] ont montré que si l'asymétrie d'information[72] concerne seulement la valeur du nouveau projet, il peut y avoir surinvestissement : des projets à VAN négative sont retenus. Leurs démonstrations se basent sur le même contexte que Myers et Majluf[1984], à savoir que le discernement du type de l'entreprise se fait sur la base d'un seul signal observable : l'acception ou le refus du projet.

Les entreprises qui ont des projets à VAN faible, bénéficient de la surévaluation des fonds propres qui peut même plus que compenser la VAN négative d'un projet. Ces entreprises peuvent donc fixer une VAN seuil négative. Tout projet, dont la VAN est supérieure à ce seuil, est retenu.

Dans le modèle de Narayanan[1988], la dette risquée est moins surévaluée que les fonds propres, et le seuil est supérieur pour les projets financés par émission d'obligations. Dans le modèle de Heinkel et Zechner[1990], l'existence la dette rend l'investissement négatif attractif (comme pour Myers[1977]) et augmente le seuil d'investissement. Nous nous rendons ainsi compte que ce problème de surinvestissement n'apparaît que dans des cas de financement uniquement par fonds propres.

Narayanan[1988] a montré qu'une entreprise, dès qu'elle a le choix d'émettre des fonds propres ou des obligations, décide soit de retenir le projet en s'endettant, soit de rejeter le projet : l'acceptation du projet est associée à l'émission de la dette, signal[73] d'une bonne nouvelle (puisqu'elle signale l'acceptation du projet, qui entraîne l'augmentation du prix de l'action).

[69] L'entreprise de type L investit, alors que l'entreprise de type H n'investit pas.

[70] car, par hypothèse, $L < H$.

[71] ou par tout autre titre dont la valeur est indépendante de l'information privée.

[72] Nous verrons dans la sous-section suivante les coûts d'agence que cette asymétrie génère.

[73] La dette n'est pas un signal pour Heinkel et Zechner[1990], car elle est émise avant que l'entreprise ne détienne une information privée sur son type.

c) Théorie du "Pecking Order"

Myers[1984] a mis en évidence la théorie du "*pecking order*", à partir de ces asymétries d'information (Myers et Majluf[1984]). Cette théorie établit l'ordre de préférence entre les différentes sources de financement de l'entreprise :

1. le financement interne (i.e. l'autofinancement) ;
2. l'endettement ;
3. l'émission d'actions nouvelles.

Le financement interne évite à l'entreprise de révéler une information (dont la présentation aux souscripteurs éventuels coûte cher et peut être utilisée par des concurrents) sur ses projets. L'entreprise se prémunit ainsi contre l'asymétrie d'information, qui aboutit à un double phénomène : l'émission d'emprunt a un contenu informatif positif alors que l'émission d'actions nouvelles est un signal négatif, et les souscripteurs éventuels considèrent que le prix d'émission des actions est trop élevé.

c.1) Existence d'un taux d'endettement cible

Force est de constater que le taux d'endettement varie dans le temps. La théorie du "*pecking order*" explique ces ajustements, qui se réalisent dans le temps, par l'existence d'un taux d'endettement cible. Cette théorie n'exclut pas l'existence d'un taux cible, même si l'autofinancement est automatique et l'endettement est résiduel[74].

Les profits du projet sont aléatoires du fait de la variation du prix de revient. La politique de dividendes étant rigide, l'autofinancement est aussi aléatoire. Si le projet nécessite un besoin en financement extérieur, l'investissement en capital est supérieur aux flux de trésorerie non distribués. L'entreprise a recours alors à l'endettement, et elle ne se réfère qu'à un taux d'endettement limite qui ne doit pas être dépassé. En cas d'excédent en financement extérieur, l'entreprise en profite pour se constituer une marge de manoeuvre ("*financial slack*"), qui lui évite de s'endetter ou qui lui permet de rembourser des dettes antérieures. Ces résultats sont contraires à la réalité : les entreprise dont les excédents financiers sont importants, préfèrent verser des dividendes à leurs actionnaires et s'endetter, plutôt que de s'autofinancer.

Si la politique de dividendes est totalement rigide à court terme, à long terme l'entreprise fixe le taux de dividendes cible en fonction du taux d'endettement cible qu'elle évalue approxima-

[74]Les fonds propres sont décomposés en deux parties totalement différentes : l'autofinancement préféré à toute autre source de financement et l'émission d'actions nouvelles à laquelle toute autre source est préférée. L'entreprise émet de préférence des obligations pour compléter son financement.

tivement. Elle détermine ainsi son équilibre de long terme. Le taux d'endettement effectif varie dans le temps par rapport au taux cible, mais tend à y revenir selon un processus de retour à la moyenne. L'endettement de l'entreprise (en cas de besoin en financement externe) et surtout la constitution de marge de manoeuvre (en cas d'excédent) permettent au taux d'endettement effectif de se rapprocher du taux cible. Ce taux d'endettement est fixé par négociation entre les actionnaires et les créanciers.

Du fait de l'ordre de préférence entre les fonds propres, le taux d'endettement cible est inférieur à celui déterminé par la théorie du compromis. La théorie du "*pecking order*" indique également que l'entreprise émet des actions nouvelles quand le taux d'endettement est trop élevé, et augmente le taux de dividendes quand le taux d'endettement cible est trop bas.

c.2) Limites

La théorie du "*pecking order*", à la différence de la théorie du "*trade-off*", explique trois phénomènes :

- à l'intérieur d'une même branche industrielle, les entreprises les moins endettées réalisent un profit supérieur. Les opportunités d'investissement sont les mêmes pour toutes les entreprises d'une même branche, puisqu'elles dépendent du taux de croissance. De plus, la politique de dividendes est supposée rigide. Pour financer un projet, les entreprises utilisent toutes leurs possibilités d'autofinancement, et elles ne recourent à l'endettement que si le profit net non distribué ne suffit pas (la théorie du compromis conclut à l'inverse) ;
- le cours des actions baisse s'il y a substitution de dette aux fonds propres, et le cours augmente au contraire en cas d'opération d'échange de fonds propres contre des obligations. Pour la théorie du "*trade-off*", l'accroissement du taux d'endettement entraîne l'augmentation du cours des actions si le taux d'endettement effectif est au-dessus du taux cible, et la baisse du cours si le taux effectif est en deçà du taux cible ;
- l'émission d'actions nouvelles est peu fréquente, et le cours des actions baisse à son annonce.

Cependant, Myers[1984] a relevé que la théorie du "*pecking order*" n'explique pas les différences de structure de financement entre les branches, c'est-à-dire :

- le choix de l'entreprise à forte croissance, dont les actifs sont intangibles (entreprise de haute technologie, basée sur la R&D), à émettre des actions, plutôt que des obligations, quand l'autofinancement est insuffisant ;

– le choix de l'entreprise à croissance faible dans une branche à maturité, et aux opportunités d'investissement limitées mais générant des flux de trésorerie, à conserver un taux d'endettement relativement élevé. Les flux de trésorerie servent, non pas à baisser l'endettement, mais à verser plus de dividendes aux actionnaires.

La théorie du "*pecking order*" est aussi contestée par Brennan et Kraus[1987], Noe[1988], Constantinides et Grundy[1989], qui ont travaillé à partir des mêmes choix de financement que Myers et Majluf[1984]. Pour ces auteurs, l'entreprise n'émet pas nécessairement la dette en préférence aux fonds propres. De plus, le problème de sous-investissement peut être résolu en élargissant la gamme des options de financement.

2.2.2.2 Les coûts d'agence - Le signal (la dette) correspond à un contrat permettant de résoudre une situation d'agence. La structure de capital est alors déterminée à partir des coûts d'agence que cette situation génère, i.e. des coûts dus à des conflits d'intérêt. Jensen et Meckling[1976] ont identifié deux types de conflits : les conflits entre actionnaires et dirigeants et ceux entre actionnaires et obligataires. Les agents économiques sont supposés avoir une rationalité limitée (Simon[1956][75]) et être opportunistes.

a) Conflits d'intérêt entre actionnaires et dirigeants

Ces conflits d'intérêt entre actionnaires et dirigeants génèrent des coûts d'agence des fonds propres (Jensen et Meckling[1976]).

La séparation entre la propriété et la direction de l'entreprise incite les dirigeants à s'attribuer des avantages en nature ("*perquisites*"), des rémunérations abusives et à fournir un effort moindre ("*shirking*"), que l'entreprise supporte[76] par voies de conséquences. Ils ont tendance à faire primer leurs avantages sur ceux des actionnaires. Ils versent ainsi un dividende suffisant aux actionnaires, pour accumuler les flux de trésorerie ("*free cash flow*", Jensen[1986]) et investir dans des projets, dont la VAN peut être négative. C'est ce qu'il se passe, en général, quand l'entreprise produit dans une branche parvenue à maturité, qui ne présente plus beaucoup de projets de VAN positive, et quand ses dirigeants se lancent dans une politique de diversification.

A cette perte d'efficience, peuvent s'ajouter des coûts de dédouanement ("*bonding costs*")

[75] Simon H.A.[1956], Dynamic programming under uncertainty with a quadratic criterion function, *Econometrica* XXIV, 74-81

[76] Ce coût résiduel se solde à l'équilibre par une perte de valeur, supportée in fine, par les actionnaires, toutes choses égales par ailleurs (en l'absence de fiscalité et d'endettement, les dividendes et la dimension de l'entreprise restant constants et les dirigeants ne trouvant pas de substitut à ces avantages à l'extérieur de l'entreprise).

consentis par les dirigeants et des coûts de surveillance ("*monitoring costs*"). En effet, les actionnaires vont réagir en mettant en place de coûteuses procédures de contrôle ou des mécanismes incitatifs onéreux. Ces dispositifs contractuels ont pour objectif de faire coïncider les intérêts des dirigeants et des actionnaires. Citons, par exemple, tout intéressement à l'accroissement de la valeur de l'entreprise.

Ces coûts sont appelés coûts d'agence des fonds propres. Si, comme précédemment, la valeur de l'entreprise est égale à la valeur de ses fonds propres (projet autofinancé), les coûts d'agence sont constants et nous pouvons les normaliser.

A la place d'un contrôle de la gestion des dirigeants (ce qui est possible légalement en France mais difficile à mettre en oeuvre en pratique), les actionnaires vont plutôt imposer un financement par la dette (qui se substitue à un financement par les fonds propres). La dette abaisse les coûts d'agence des fonds propres : son existence contraint les dirigeants à une gestion plus stricte, pour faire face aux échéances régulières imposées par le service de la dette (paiements des intérêts et remboursement) et éviter une faillite préjudiciable aux actionnaires mais aussi à la réputation des dirigeants[77] (Grossman et Hart[1986]). De plus, nous avons vu au paragraphe précédent que le recours à l'emprunt est assimilé à un signal positif.

b) Conflits possibles entre actionnaires et obligataires

Ces conflits d'intérêt entre actionnaires et créanciers provoquent des coûts d'agence de la dette (Jensen et Meckling[1976]).

Les actionnaires cherchent à transférer une partie de la valeur des obligataires à leur profit, en évitant les transferts de sens opposé. Ils sont propriétaires de l'entreprise, et vont donc l'inciter :

– à accepter des projets très risqués, à VAN négative, qui profitent aux actionnaires aux dépens des obligataires grâce à un transfert de valeur des obligations vers les actions.

  Le contrat de dette est tel que ce sont les obligataires qui supportent la faillite de l'entreprise, puisque les actionnaires n'engagent qu'une responsabilité limitée. Les actionnaires ont intérêt à provoquer la faillite, i.e. d'investir dans des projets très risqués. De tels investissements abaissent la valeur de la dette, alors que la perte de valeur des fonds propres due aux VAN peu élevées des projets est plus que compensée par le gain en fonds propres capté au détriment des obligataires. Cependant les actionnaires en supportent le coût,

[77] La dette incite les dirigeants à adopter un comportement qui abaisse la probabilité de faillite.

puisque lorsque la dette est émise, les obligataires ont correctement anticipé le comportement futur des actionnaires : la dette émise est inférieure à celle que les actionnaires auraient pu obtenir s'ils n'avaient pas été incités à retenir des projets très risqués. Cet effet de substitution d'actifs ("*asset substitution effect*") incite les actionnaires à investir de façon sous-optimale ;

– à refuser des projets à VAN positive, qui exigent une mise de fonds propres de la part des actionnaires, mais dont seuls profitent les obligataires. Le transfert de valeur se fait ici des actionnaires aux obligataires.

Quand l'entreprise est proche de la faillite, les actionnaires n'ont pas d'incitation à financer un nouvel investissement, même si ce projet a une VAN positive et aurait été accepté par une entreprise autofinancée. En effet, ils supportent le coût de l'investissement K, mais ce sont les obligataires qui récupèrent en grande partie les rendements de l'investissement. Donc, quand l'entreprise est déjà fortement endettée, ce projet est rejeté. Son rejet a un coût d'opportunité, le coût d'agence dû à l'endettement, qui se traduit pour Myers[1977] par un sous-investissement :

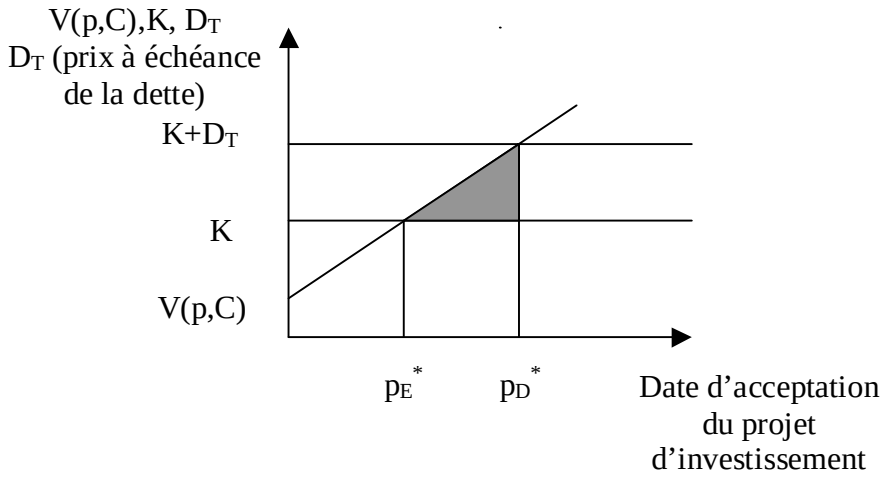

Fig. 2.9: Perte d'opportunité due à l'endettement de l'entreprise (d'après Myers[1977, p. 153]).

Le projet est en effet rentable pour tout prix de revient supérieur à p_E^* (prix seuil de déclenchement de l'investissement quand l'entreprise est autofinancée), mais les actionnaires de l'entreprise très endettée n'ont intérêt à le réaliser qu'à partir du seuil p_D^* (les créanciers n'ont aucun pouvoir de décision) ;

– Enfin les actionnaires ont intérêt à prendre les décisions de production ou d'investissement, qui leur procurent des avantages courants au détriment de la valeur future de l'entreprise,

i.e. des obligataires. Ces mauvaises décisions de gestion engendrent des distorsions, entraînées par un endettement excessif, qui ont un coût d'agence.

Ainsi les "*utilities*" publiques réglementées dans une industrie mature, où il y a peu d'opportunité d'investissement, seront fortement endettées.

Les obligataires connaissent ces pratiques et réclament un taux d'intérêt plus élevé en compensation. Finalement ce sont les actionnaires qui supportent les coûts de ces gaspillages. Les coûts d'agence dus à l'endettement incluent :

- les coûts découlant des difficultés financières ;
- les coûts de protection et de contrôle des obligations, i.e. les coûts des clauses de protections des obligations. Ces clauses[78] sont d'une efficacité limitée. Mais Green[1984, p. 115] a montré qu'elles renversent la courbure (qui devient non convexe) des fonds propres, option d'achat, par rapport aux flux de trésorerie de l'entreprise p, et réduisent ainsi le problème de substitution d'actifs. Les coûts qu'elles induisent, sont des coûts directs (rémunérations des juristes et experts) et des coûts indirects bien plus importants. En effet, l'application de ces clauses peut empêcher de retenir des projets d'investissement à VAN très élevée, qui pourraient faire augmenter fortement la valeur de l'entreprise, du fait d'une impossibilité ou d'une limitation de l'emprunt.

Ces coûts ne sont pas séparables additivement : pour lutter contre des pratiques qui entraînent des difficultés financières, des clauses de protection, sources de coûts, sont intégrées aux obligations. Les coûts d'agence se déduisent du solde net entre deux entreprises identiques, l'une endettée et l'autre autofinancée, tous les autres effets s'annulant : effet fiscal, VA du coût de faillite et gestion plus rigoureuse due aux contraintes de l'emprunt. En effet si ces coûts d'agence de la dette n'existent pas pour une entreprise entièrement financée par fonds propres, cette dernière doit faire face aux coûts d'agence des fonds propres.

[78] Ces clauses regroupent la restricion des emprunts supplémentaires, la restrictions des fusions, la limitation des ventes d'actifs, la limitation des dividendes, le maintien de l'actif circulant à un niveau minimal et l'obligation de fournir une liste de renseignements périodiques aux obligataires (Smith et Warner[1979]).

c) Théorie du compromis revisitée

La théorie du "*pecking order*" n'exclut pas l'existence d'un taux d'endettement cible qui maximise la valeur du projet, mais abaisse ce taux par rapport au taux déterminé par la théorie du compromis.

Jensen et Meckling[1976] ont trouvé qu'une entreprise non endettée peut baisser ses coûts d'agence des fonds propres et ainsi augmenter sa valeur, en augmentant son taux d'endettement. Puis, au fur et à mesure que ce taux d'endettement s'accroît, les coûts d'agence de la dette apparaissent et diminuent la valeur du projet. Quand l'endettement est encore faible, les coûts d'agence des fonds propres sont supérieurs à ceux de la dette et la valeur du projet augmente. Mais quand l'endettement devient élevé, les coûts d'agence des fonds propres sont inférieurs à ceux de la dette et la valeur du projet baisse. Si le taux d'endettement optimal est déterminé par les seuls coûts d'agence, il est égal au maximum de la différence entre la valeur actuelle des coûts d'agence des fonds propres remplacés par la dette, et celle de l'emprunt qui s'y substitue,

i.e. au taux qui égalise le coût marginal d'agence des fonds propres et le coût marginal d'agence de la dette :

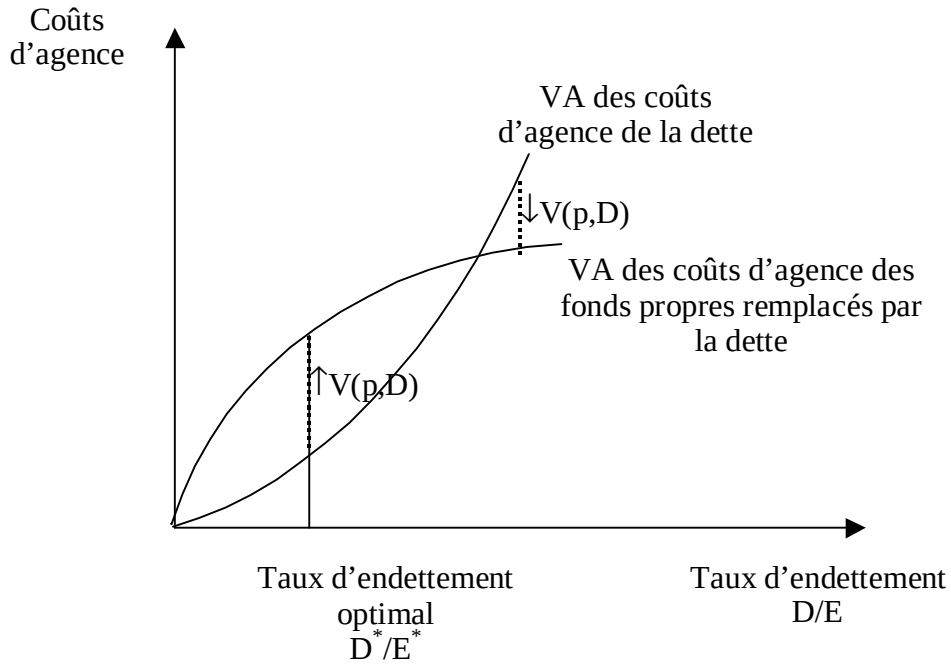

Fig. 2.10: Détermination du taux d'endettement optimal en présence des seuls coûts d'agence (d'après Goffin[1999, p. 313]).

La théorie du compromis tient compte également de l'avantage fiscal et du coût de faillite. Le taux d'endettement optimal est celui qui maximise la valeur du projet endetté, nette des avantages et des inconvénients de l'endettement. Ces avantages et inconvénients évoluent en fonction du taux d'endettement, notamment parce qu'ils intègrent les coûts d'agence des fonds propres et de la dette :

$$
\begin{aligned}
V(p,C) = \quad & V(p,0) \quad +TB(p,C) \\
& \qquad\quad -BC(p,C) \\
& +EC(p,C), \text{ VA des coûts d'agence des fonds propres supprimés par l'emprunt} \\
& -DC(p,C), \text{ VA des coûts d'agence de la dette qui les remplace}
\end{aligned}
$$

Nous retrouvons donc la valeur du projet endetté déterminée par la théorie du compromis, nette du solde entre les coûts d'agence :

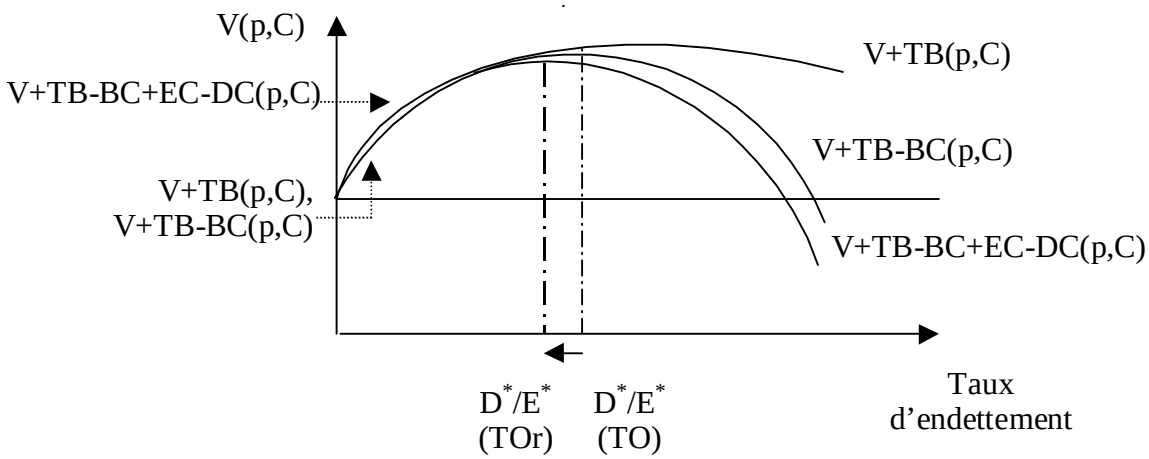

Fig. 2.11: Déplacement à la baisse du taux d'endettement optimal déterminé par la théorie du compromis revisitée (d'après Goffin[1999, p. 315]).

La théorie du compromis revisitée met en exergue un niveau de la dette optimale, inférieur par rapport à celui trouvé quand les coûts d'agence ne sont pas pris en compte. Le lien entre la valeur de l'investissement et sa structure de financement est ainsi mis en avant.

Section 3 Conclusion

La décision d'investissement de l'entreprise en incertitude revient à déterminer la valeur actuelle nette étendue. La littérature constate, en général, que cette VANE est supérieure à la VAN du projet, établie en univers certain : les actions futures dépendant des actions présentes, la décision doit conserver les options de l'avenir. Dans notre travail, le capital présente la caractéristique commune d'irréversibilité.

Les caractéristiques qui importent pour l'investissement sont ses degrés de réversibilité et d'expansion. Détenir une opportunité d'investissement que nous avons définie comme option d'attente permet, si les conditions de marché sont favorables, d'investir dans un équipement que nous pouvons démanteler si ces conditions deviennent défavorables. La valeur de l'opportunité comprend donc une option d'achat et une option de vente du projet. Les valeurs de ces deux options se déduisent des degrés de réversibilité et d'expansion, qui caractérisent l'investissement.

Elles permettent de trouver la valeur du multiple de la valeur d'option, i.e. la supériorité ou l'infériorité du seuil d'investissement déterminé par le critère de la VANE par rapport à celui de la VAN. Nous nous sommes rendus compte qu'il est parfois préférable d'investir alors que la VAN est négative, pour pouvoir profiter des opportunités futures.

L'investissement nucléaire, que nous allons identifier à une option d'achat, est caractérisé par son irréversibilité et par une possibilité d'expansion complète. Dans ce cas, Abel et al.[1996], Dixit et Pindyck[1998] ont confirmé que la valeur du multiple de la valeur d'option est supérieure à l'unité. Nous avons alors cherché à connaître l'effet sur cette valeur de :

- la modification des croyances due à la déréglementation du secteur électrique ;
- l'endettement de l'entreprise qui procure une option d'achat des fonds propres et qui pourrait limiter l'expansion de l'investissement.

Ces deux questions mettent en exergue les deux directions données à la théorie des options, pour analyser les effets de l'incertitude sur la valeur des projets et sur les comportements d'investissement. D'une part, s'endetter revient, pour les entreprises, à acheter une option de vente sur les fonds propres. Cette option de passif est une option d'achat pour les créanciers. La théorie de la finance utilise des modèles statiques pour déterminer la structure de financement des entreprises. D'autre part, la flexibilité de la programmation de l'investissement a une valeur, celle de l'option réelle (option d'actif). Ce domaine de recherche porte sur l'organisation industrielle, plus particulièrement sur l'analyse des choix d'investissement et des décisions stratégiques en incertitude. Les modèles dynamiques développés prennent en compte le degré d'irréversibilité des décisions séquentielles.

La question du financement concerne, comme celle de l'investissement, le projet marginal. Du fait des risques économiques, le financement se fait uniquement pour l'investissement incrémental, via une société-projet (Lescoeur et Penz[1999]). Le critère de décision reste la maximisation de la valeur du projet car il est, contrairement au critère utilitariste[79], indépendant des préférences des actionnaires et permet des comparaisons interpersonnelles d'utilité. Dans cette approche, le concept de coût du capital n'est pas subjectif. Ce critère nous permet également d'éviter de prendre en compte les problèmes d'agence entre investisseurs et créanciers, de la même manière que nous n'avons pas considéré ceux entre investisseurs et dirigeants.

[79] Ces deux critères de maximisation de la valeur de l'entreprise et de maximisation des profits espérés sont considérés comme équivalents (Fama[1978]). Mais le choix que nous avons fait place notre analyse en équilibre partiel.

C'est pourquoi nous nous référons à la théorie du compromis, plutôt qu'à celle du "*trade-off*" revisité.

Ces théories statiques de financement se regroupent entre celles (Modigliani et Miller[1958], théorie du "*pecking order*") pour lesquelles la dette est déterminée de façon exogène[80], et celle pour laquelle la dette est endogène (théorie du compromis).

Cette endogénéisation de la dette met en lumière le lien entre investissement et financement. Mis à part pour Modigliani et Miller[1958], les décisions de financement et d'investissement interagissent. Notre équipement produisant en base, nous ne nous intéressons pas à l'interaction de ces décisions avec les décisions de production : Mauer et Triantis[1994] ont établi que la flexibilité de la production est imparfaitement substituable à la flexibilité d'investissement.

Myers[1984] a montré que les décisions de financement modifient les décisions d'investissement. Pour Myers[1977], Bradley, Jarrell et Kim[1984], Titman et Wessels[1988][81], les caractéristiques qui résultent des décisions d'investissement[82] affectent les décisions de financement. Nous nous situons à la suite des modèles statiques de Hite[1977], Dotan et Ravid[1985], Dammon et Senbet[1988] qui endogénéisent à la fois les décisions de financement et d'investissement. Leur interaction peut être directe et la dette est explicitement une proportion de l'investissement en capital. Elle peut être également indirecte via les flux de trésorerie. Mais pour ces auteurs, l'interaction concerne l'échelle d'investissement. Nous allons calculer, en dynamique et simultanément, le moment de déclenchement de l'investissement et le taux d'endettement optimal de son financement. Nous mettrons en exergue leur influence sur la valeur du multiple de la valeur d'option, i.e. sur le rapport entre les seuils de déclenchement de l'investissement en incertitude et en univers certain.

[80] La dette est supposée résulter d'une décision émanant du département financier de l'entreprise dans la théorie de Modigliani et Miller[1958] ou d'une décision émanant des détenteurs de titres dans la théorie de Myers[1984].

[81] Ces deux dernières études sont des études empiriques.

[82] La typologie des ces caractéristiques est :

- soit présentée comme une classification empirique des industries sachant que Bradley et al. [1984] discriminent également les entreprises réglementées ;
- soit établie en fonction des variables explicatives des industries. Ces attributs regroupent la spécificité (dont l'intangibilité) de l'actif, les économies fiscales sans rapport à la dette (dépréciation et incitation à l'investissement), la croissance, le caractère concurrentiel, la classification (certaines industries étant moins financées par la dette, e.g. celle des machines-outils), la taille, la volatilité et la rentabilité.

Dans la suite de notre travail (chapitre 3), nous allons établir les décisions d'investissement d'une entreprise autofinancée, ou endettée pour des raisons institutionnelles. Nous assimilerons toujours deux théories de financement, celles de Modigliani et Miller[1958] et celle du "*pecking order*". Les décisions d'investissement sont considérées, par Modigliani-Miller[1958], comme indépendantes de la structure de financement dans un marché parfait des capitaux. De plus, l'endettement dans un marché parfait et complet, sans coût de défaillance, entraîne un sous-investissement (Myers[1977]). Pour Myers[1984], l'entreprise préfère s'autofinancer car cette source de financement est la moins coûteuse pour elle. Son niveau d'endettement résulte de la négociation entre ses actionnaires et ses créanciers. Nous mettrons alors en avant l'influence de la déréglementation sur les règles d'investissement et nous répondrons ainsi à la première question de notre problématique.

Il peut y avoir interaction entre les décisions de financement et les décisions d'investissement dans un marché imparfait des capitaux (chapitre 4). Nous allons calculer le taux d'endettement cible, sachant que les fonds propres ont valeur d'option, et que cette option de passif n'existe que si l'option réelle d'investissement est exercée. L'existence de cette option de passif accroît la valeur de l'investissement nucléaire. Nous levons donc l'hypothèse de séparabilité des décisions d'investissement et de celles de financement posée par Modigliani et Miller[1958]. Nous nous intéressons à l'influence du financement optimal sur la règle de décision de l'investissement, second point de notre travail.

Chapitre 3

La décision d'investissement nucléaire : l'influence de la structure industrielle

Pour une production centralisée, l'application du critère de la valeur actuelle nette conduit, à peu près systématiquement, à des investissements optimaux ex ante, mais en surcapacité ex post. Les projets en question sont en général des investissements irréversibles, dont les coûts sont irrécupérables. En revanche, une production décentralisée introduit surtout des équipements réversibles : l'incertitude ralentit la pénétration des investissements irréversibles dans l'industrie.

La technologie de l'équipement marginal qui nous intéresse est nucléaire. La problématique du nucléaire est particulière parce que les investissements sont stratégiques. Or, un investissement stratégique est réalisé au moins en partie pour influencer le calcul économique de l'entreprise concurrente (Dixit[1980]). Cet investissement se justifie dans la mise en place de barrières à l'entrée, mais il est défavorisé par les phénomènes de libéralisation des réseaux électriques. Nous n'allons rendre compte de cet aspect qu'à travers une démarche analogue à celle utilisée pour construire les scénarios : nous allons spécifier les trajectoires de prix de revient, i.e. spécifier la manière dont nous pensons que l'incertitude se développera dans le futur. L'évolution du prix de revient dépend de la structure réglementaire.

L'objectif de ce chapitre est de montrer l'influence d'une mutation institutionnelle sur l'investissement de l'entreprise. Nous isolons une seule source d'incertitude, le prix de revient, dont l'évolution est modifiée par la Directive européenne 92/96/CE. La structure de financement permet d'analyser le seul effet de la déréglementation. Nous allons envisager l'autofinancement, puis un endettement exogène de l'entreprise, en nous référant à Modigliani et Miller[1958] et à Myers[1984]. Pour Modigliani et Miller[1958], la politique d'investissement de l'entreprise est

indifférente à sa structure de financement. Le coût moyen du capital est le coût de financement, qui est utilisé comme taux d'actualisation par l'entreprise dans sa décision d'investissement. Myers[1984], sans utiliser l'hypothèse d'un marché parfait du capital, a montré que les sources de financement modifient ce coût du capital. Ce taux d'intérêt est interprété comme un coût de cession interne du capital entre les organes de décisions de financement et ceux chargés de l'étude et de la réalisation des projets d'investissement. Il permet une décentralisation en séparant les décisions d'investissement et les décisions de financement. L'entreprise peut notamment mener une politique de financement dans son ensemble, par diversification des risques. Nous n'étudierons ici que le financement du projet, la dette restant constante sur la durée de vie infinie de l'investissement.

Nous allons nous intéresser au choix d'investissement de l'entreprise, dont les termes sont l'attente et l'investissement (section 1). D'après la typologie présentée au chapitre 2, l'opportunité d'investissement est une option d'attente. Le critère de choix de l'entreprise en matière d'investissement est la maximisation de sa valeur marginale, qui dépend du prix de revient. L'investissement est irréversible mais complètement expansible, donc le calcul de la valeur marginale de l'entreprise consiste à évaluer une option d'achat.

La littérature trouve une solution analytique au programme de maximisation de la valeur de l'entreprise, mais en supposant une évolution du prix de revient selon un mouvement brownien géométrique (section 2). Cela renforce l'analogie avec le modèle du taux d'intérêt qui sert à évaluer les options financières et simplifie les calculs. Le seuil de déclenchement d'investissement met en évidence le multiple de la valeur d'option qui nous a fait préférer cette méthodologie à la valeur actuelle nette en univers certain. La valeur de ce multiple est supérieure à l'unité : elle intègre la valeur de la flexibilité de l'entreprise qui programme son investissement. Elle donne plus de valeur à l'attente d'informations supplémentaires dans le futur : le prix seuil calculé par la théorie des options réelles est supérieur à celui de la VAN. Précisons que nous travaillons en environnement risque neutre, ce qui nécessite d'expliciter la prime de risque du marché. La couverture des risques nucléaires et financiers se fait par le marché, par contrats, par alliances et partenariat entre entreprises. La littérature montre que l'irréversibilité et l'incertitude augmentent le seuil de déclenchement de l'investissement. En revanche, cette littérature ne permet pas d'en déduire l'effet sur le niveau d'investissement : empiriquement une telle démarche soulève des problèmes de données, mais la théorie met en évidence deux effets contraires, l'effet d'inertie et l'effet d'hysteresis, dont l'effet net sur l'accumulation du capital à long terme n'est

pas déterminé.

Un mouvement brownien du prix de revient ne reflète pas les mouvements réels des prix énergétiques. Le marché de l'énergie est réglementé, ce qui permet d'en déduire une certaine croyance sur le mouvement du prix de revient, qui dépend du scénario envisagé. En section 3, nous cherchons à évaluer la conséquence de la déréglementation sur la valeur du multiple de la valeur d'option. Nous retrouvons la conclusion de la littérature, à savoir que cette valeur est supérieure à un pour une option d'attente complètement irréversible. L'entreprise ne déclenche son investissement que quand la valeur des informations futures est compensée par celle du projet.

L'entreprise qui s'endette, achète une option de vente sur ses fonds propres qui est égale à l'option d'achat détenue par les créanciers. Il est intéressant de voir si cet endettement modifie les règles d'investissement nucléaire en incertitude. Dans cette dernière section, l'entreprise emprunte pour des raisons institutionnelles. Cela rejoint l'idée développée par Lescoeur et Penz[1999] d'un recours à l'endettement possible pour financer le nucléaire, si le montant des fonds propres est suffisant. L'opportunité d'investissement d'une entreprise endettée de façon exogène, est une option d'attente. L'option réelle est composée d'une option de passif qui succède à une option d'actif une fois exercée. Nous montrons que le seuil d'investissement en incertitude sur le pool est supérieur à celui en monopole.

Section 1 Le choix courant de l'entreprise : investir ou attendre

Nous allons considérer la prise de décision d'investissement d'une entreprise qui a l'opportunité d'investir dans un équipement de production. Elle peut alors soit investir immédiatement, soit attendre et retarder l'investissement. Il se peut aussi qu'elle ne puisse pas retarder son investissement, l'entreprise doit alors décider si elle investit immédiatement sous peine de perdre cette opportunité. C'est le moment où elle se décide à investir qui nous intéresse.

L'entreprise à tout instant t doit décider soit d'investir dans un projet de production dont la VAN est positive, soit d'attendre et de garder une valeur de marché identique. Le choix retenu par l'entreprise rationnelle maximise sa valeur[1] de marché courante V_t. La valeur de l'entre-

[1] "Le but de la maximisation de la valeur de l'entreprise est bien accepté par la littérature standard sur la finance" (Trigeorgis[1996, p. 24]).

prise résulte de l'accumulation des options de croissance qui concernent l'achat à tout moment d'unités de production incrémentales, et des options de flexibilité qui ont trait à l'utilisation des unités de production installées. L'entreprise électrique, qui exerce une option d'achat, abandonne l'option de croissance mais reçoit en contrepartie un équipement incrémental de la valeur de l'option de flexibilité. L'acquisition d'une opportunité d'investissement revient à exercer une option réelle d'achat et à acheter une option réelle de vente sur la valeur du projet. L'option d'achat est une option de croissance perpétuelle sans date d'échéance puisque c'est l'exercice de l'option qui permet d'investir. En même temps que l'investissement, l'entreprise reçoit une option de flexibilité de la production qui est une option de vente. La valeur de l'opportunité d'investissement est donc égale à celle d'une option d'achat, nette d'une option de vente.

Par simplification du jeu concurrentiel, ces options réelles ne sont pas des options stratégiques : l'entreprise ne joue pas contre un ou plusieurs concurrents mais un jeu contre la nature[2]. La valeur de l'opportunité ne dépend pas des actions des concurrents ni de celles de l'entreprise[3]. L'entreprise peut ne pas retenir le projet à la période courante mais l'accepter dans le futur.

L'enjeu de cette décision est un projet d'investissement incrémental. L'entreprise a déjà un parc de production et elle doit décider d'y ajouter ou non un équipement supplémentaire. Nous allons supposer que ce parc de production ne se modifie pas dans le temps, ce qui revient à considérer que l'entreprise n'achète ni ne vend de centrales en cours d'exploitation. La valeur actualisée de tout projet d'investissement s'ajoute à la valeur de l'entreprise à partir du moment où l'opportunité est retenue. Cette valeur ne dépend que des profits réalisés par l'investissement effectué.

L'investissement qui a reçu l'autorisation du régulateur est un équipement nucléaire. Cette hypothèse est réaliste pour une entreprise publique en monopole, l'Etat actionnaire cherchant à promouvoir le développement du segment de la production et à assurer son indépendance énergétique. Sur le pool, elle reste envisageable, notamment parce qu'il existe des entreprises dont le parc est exclusivement nucléaire. Cela correspond, par exemple, au cas britannique de Nuclear Electric au 1 avril 1990. La restructuration du secteur de la génération électrique

[2] Yildizo$\widetilde{g}$lu[1994], Smeers[1997] ont montré comment, au contraire, cet effet d'irréversibilité est utilisé pour bloquer l'entrée des entreprises concurrents dans la branche industrielle. L'investissement est alors stratégique (cf. Dixit[1980]).

[3] Le degré de concurrence sur le marché pourrait déterminer le taux de renchérissement du coût initial du capital, son prix d'achat, et le taux de baisse de son prix de revente (cf. chapitre 2, section 1).

pour l'Angleterre et le Pays de Galles a démantelé le monopole Central Electricity Generating Board en deux entreprises privées, National Power et PowerGen, et une entreprise publique, Nuclear Electric. Cette dernière entreprise s'est vue attribuer l'ensemble du parc nucléaire britannique. Or 82% de la production électrique en France sont d'origine nucléaire. De la même manière que l'entreprise publique Nuclear Electric n'a pas eu le choix de la composition de son parc[4], nous allons considérer une entreprise qui se verrait attribuer en France un parc composé exclusivement de centrales nucléaires et qui ne pourrait pas investir dans un autre type d'équipement. Par la suite, cette entreprise diversifierait son parc de production, ou toute autre entreprise investirait dans un équipement nucléaire de taille plus faible[5], sur le modèle des réacteurs PHWR ("*Pressurised Heavy Water Reactor*", réacteurs "eau lourde") de 700 MWe.

Cette absence de diversification des sources d'énergie en base résulte de la compétitivité du nucléaire en France qui fait suite à une standardisation technologique. La production nucléaire est une production en base puisque la standardisation technique assure la connaissance du coût du capital initial et des coûts marginaux de production[6] (cf. annexe 3-a, (3-a-1)). Le coût du capital incrémental K est donc supposé connu et constant du fait de cette standardisation technologique. Notons qu'aux Etats-Unis par exemple, le coût d'investissement est incertain, ce qui explique l'intérêt porté à l'incertitude technologique et à celle des prix des intrants dans la construction des centrales (Pindyck[1993a]). En revanche, l'étude de la DIGEC[1997] (cf. annexe 3-a) met en exergue la différence existante entre les coûts d'investissement d'un programme de 10 tranches et d'un de quatre tranches. Au niveau de l'entreprise, l'influence de l'échelle de la production sur l'investissement n'est pas significative. Marshall et Navarro[1991][7] ont montré ce résultat à partir d'un échantillon des centrales japonaises. Nous conservons alors l'hypothèse

[4]Cette interdiction lui a été imposée par l'autorité publique à cause du coût élevé de l'énergie nucléaire britannique. Notons toutefois que le gouvernement britannique avait attribué à cette entreprise, qui devait être privatisée ultérieurement, les réacteurs de technologie graphite/gaz et à eau sous pression, les centrales Magnox restant dans le domaine public.

[5]Cette filière est développée selon une stratégie de niche.

[6]A la différence des ressources fossiles, le prix du combustible ne fait pas les réserves. La technologie du combustible (seul 3% de l'uranium est directement fissible) diversifie ses sources d'approvisionnement, puisqu'elle utilise le thorium et envisage d'extraire de l'uranium de l'eau de mer. De plus certaines centrales, comme Tricastin, sont construites pour enrichir l'uranium, ce qui nous amène à penser que l'entreprise contrôle le coût de son combustible. En revanche le prix des autres combustibles fossiles, le gaz essentiellement, permettent aux centrales thermiques classiques de concurrencer les centrales nucléaires en base.

[7]Marshall J.M. et Navarro P.[1991], Costs of nuclear power plant construction : theory and new evidence, *RAND jounal of economics* 22 n°1, 148-154

de coût initial du capital K constant.

Le projet envisagé par l'entreprise est un investissement irréversible, mais complètement expansible[8], cas envisagé dans la littérature à la suite d'Abel[1983], McDonald et Siegel[1986], Pindyck[1988*b*], Caballero[1991], Dixit[1992], Smith[1994], Dixit[1995]. La valeur marginale de l'entreprise V_t se réduit à une option d'attente, qui est égale à une option d'achat (cf. (2.27) du chapitre 2).

Le régulateur qui a identifié un besoin en base, a autorisé la construction de cet équipement. La centrale est appelée en base dans le système du "*merit order*". La production sert uniquement la base, sans problème de débouchés. Elle est vendue à un prix de revient aléatoire, fixé par les variations de l'offre et de la demande de pointe sur le marché[9]. L'entreprise ne décide alors d'investir que si le prix de revient rend la réalisation du projet optimale.

Le profit de cette entreprise ne dépend plus que du prix de revient de la production puisque toute l'offre de l'entreprise trouve sa demande. L'entreprise rationnelle décide de son investissement sur la base de son profit, c'est-à-dire finalement du prix de revient[10]. Le profit actualisé que dégage tout projet retenu s'ajoute à la valeur antérieure de l'entreprise. L'entreprise décide de retenir une opportunité d'investissement, si elle maximise sa valeur qui dépend du prix de revient. Déterminer le moment où l'entreprise décide de retenir un projet revient à définir le prix de revient qui déclenche l'investissement. La valeur de l'entreprise dépend du prix de revient incertain $V_t \equiv V(t, p_t)$. Dans la littérature de référence, Abel[1983], Dixit[1991], Smith[1994], Dixit[1995] ont évalué l'investissement irréversible, dont la valeur dépend des flux de trésorerie ou du prix du bien final.

Le prix de revient nous permet de mener une analyse en équilibre partiel, en isolant les flux de trésorerie nets et les risques liés au projet du reste des activités de production. "Par conséquent, le prix courant de l'électricité est le prix fictif pertinent qui oriente les décisions d'exploitation des centrales nucléaires, nous permettant de traiter chaque centrale comme un centre de profit

[8] D'après les expressions (2.24) et (2.25) au § 3.4.3.2 du chapitre 2, nous caractérisons un projet complètement expansible par $\nu \to 0$ ($\lim_{\nu \to 0} \left(\bar{k} e^{\nu t} \right) = \bar{k} = k$) et complètement irréversible par $\gamma \to \infty$ ($\lim_{\gamma \to \infty} \left(\underline{k} e^{-\gamma t} \right) = \underline{k} = k$). L'opportunité d'investissement est assimilable à une option réelle d'achat.

[9] Le prix du marché est toujours supérieur au minimum du coût variable moyen (seuil de fermeture) de la production : il n'y a pas d'interruption de la production.

[10] Le flux de trésorerie futur généré par l'unité marginale de capital (le prix de revient) est bien une fonction convexe (linéaire) de la variable stochastique. L'inégalité de Jensen se vérifie : la valeur actuelle attendue de ce flux est croissante. La nécessité de cette hypothèse a été démontrée par Hartman[1972] et a été ensuite reprise par Abel[1983].

isolé et de faire abstraction de la modélisation des fluctuations propres à la demande locale et au mode d'exploitation des autres unités de production détenues par l'entreprise de service public ["*utility*"]" (Rothwell et Rust[1995, p. 9]. Enfin Dixit et Pindyck[1994, p. 19] ont établi que si le marché des risques est complet et si les entreprises se comportent comme des "*price-takers*" (ce qui est toujours le cas, puisque nous supposons que le choix du régulateur en termes de prix de revient s'impose à l'entreprise[11]), l'évolution de l'équilibre de l'agent est socialement efficace (théorie de l'équilibre général). Nous retrouvons les trois conditions d'optimalité individuelle, de marché complet et d'absence d'opportunité d'arbitrage, qui permettent l'évaluation des options.

Les termes du choix de l'entreprise répondent au contrôle u_t, $u_t \in$ {investir ; attendre} :

- si le projet est retenu, il est instantanément réalisé sans délai de construction et le flux net actualisé des profits d'exploitation s'ajoute à la valeur de l'entreprise. Le fonctionnement optimal courant de l'actif tient compte non seulement du paiement immédiat mais aussi des conséquences pour les valeurs futures, et crée un supplément espéré de valeur de l'entreprise à l'instant suivant. Ce supplément attendu provient de la variation des flux de trésorerie futurs, due à la fluctuation du prix de revient. L'entreprise investit si ce supplément de valeur est égal en tendance à la valorisation du projet. Il faut tenir compte enfin de la dépréciation du capital que nous supposerons à taux constant et normalisable à 0. Cette hypothèse simplificatrice reflète cependant la réalité de la maîtrise de la technologie nucléaire et est couramment utilisée par les études menées dans le domaine électrique. Par exemple, le rapport de la DIGEC[1997] sur les coûts de référence en production électrique s'intéresse aux coûts économiques, en faisant l'hypothèse que l'investissement est amorti sur une durée cohérente avec la durée de vie physique à un taux d'actualisation normatif[12] ;
- en revanche, la valeur de l'entreprise qui attend pour investir ne se modifie pas. De plus le taux de dépréciation de sa valeur est constant, nous pouvons normaliser cette valeur de réservation à 0.

[11] même si elle est en monopole.

[12] Le rapport de la DIGEC[1997] a envisagé deux scénarios de taux d'actualisation, 5% et 8%. En revanche le rapport Charpin, Dessus et Pellat[2000] a fait se succéder dans le long terme deux taux d'actualisation constants, 6% de 2000 à 2030 et 3% au-delà de 2030, pour tenir compte de la préférence pour le présent.

Explicitons-les pour modéliser le choix de l'entreprise :

- si l'option est exercée au temps t, cela signifie que le flux de trésorerie actualisé net de cet investissement $(F_t - K)e^{-\rho t}$ est positif, où F_t est le flux de trésorerie, K est le montant initial du capital et ρ est le taux d'actualisation que nous avons supposé constant. Le flux de trésorerie F_t correspond à la recette instantanée nette des coûts d'exploitation et dépend du prix de production, de la quantité produite et du coût unitaire d'exploitation. Comme l'entreprise fonctionne en base, la quantité produite et le coût moyen d'exploitation sont normalisés respectivement à 1 et à 0, et finalement le flux de trésorerie se résume au prix de revient $F_t \equiv p_t$. K n'est plus alors le montant initial de l'investissement mais s'interprète comme le coût moyen d'investissement ;
- si l'option n'est pas exercée à cet instant t, il n'y a pas de gain de production et la valeur de cette option est nulle.

L'entreprise décide d'exercer ou non son option selon le calcul rationnel suivant :

$$\max_{p_t} E\left\{(p_t - K)e^{-\rho t}; 0\right\}. \tag{3.1}$$

Les termes du choix de l'entreprise se réduisent donc soit à un supplément de valeur net d'escompte qui provient du projet d'investissement, soit à 0. Si nous formalisons la décision de l'entreprise, nous obtenons le programme suivant (cf. la relation (2.29) du chapitre 2) :

$$V(p_t, t) = \max_{p_t} \left\{(1 - \rho dt)V(p_t, t) + E[dV]; 0\right\}. \tag{3.2}$$

La valeur de cette option dépend du prix de revient, déterminé par la confrontation de l'offre et de la demande d'électricité de pointe. Bien qu'aléatoire, l'évolution du prix de revient, sous-jacent de l'option, est néanmoins connue pour partie, déterminée par la structure industrielle. Elle est formalisée par l'équation différentielle stochastique (EDS) standard, qui représente finalement les croyances de l'entreprise sur l'évolution du prix compte tenu de la réglementation :

$$\begin{cases} dp = \mu(t, p_t)dt + \sigma(t, p_t)dz \\ p(t_0) = p(0) = p_0 \end{cases} \tag{3.3}$$

où $\mu(t, p_t)$ est la dérive (ou le trend) du processus, donnée par l'organisation du marché électrique ;

$\sigma(t, p_t)$ est la volatilité du processus ou l'écart-type du prix vu comme un taux de rendement du projet d'investissement ;

z_t est un mouvement brownien standard ;

t_0 est la date initiale et p_0 est le prix de revient à cette date, supposé certain.

Seul le prix de revient courant p_t, à valeurs[13] dans $\mathbb{R}_+$, guide l'investissement. Le prix varie au cours du temps selon l'EDS standard (3.3).

La valeur de l'option ne fournit aucun flux de trésorerie jusqu'à la date d'exercice et sa plus-value au taux d'escompte ρ constitue le seul rendement de sa détention. L'entreprise neutre au risque diversifie son portefeuille de titres, de sorte qu'elle ne détient l'option que si elle la valorise au moins au taux sans risque r (autrement l'entreprise préfère détenir un titre sans risque du marché). Comme de plus il y a AOA, l'entreprise la valorise au plus au taux r, et in fine $\rho = r$. La décision de l'entreprise (3.2) dans un environnement neutre au risque se récrit :

$$V(t, p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V(t, p_t) + E[dV]; 0\}. \tag{3.4}$$

La méthode d'évaluation par les EDP que nous utilisons recherche la valeur maximale de l'entreprise qui choisit d'investir, à partir de ce programme rétroactif (qui vérifie le principe de Bellman) de la même manière que nous l'avons vu au chapitre 2. Nous en déduisons la condition du premier ordre, l'équation différentielle partielle d'Hamilton-Jacobi-Bellman, à l'aide de la notion d'espérance rationnelle :

$$rV(t, p_t)dt = E[dV] = dV. \tag{3.5}$$

L'adjonction des conditions aux bornes permet de trouver la frontière de prix $p^*, \forall t$ qui délimite à tout instant les deux régions optimales de continuation et d'arrêt. Cette frontière de prix p^* illustre le seuil entre les décisions optimales d'investissement et d'attente, puisque la valeur[14] de l'entreprise $V(t, p_t)$ est une fonction monotone croissante de p_t.

La règle d'investissement dépend du processus d'évolution du prix de revient. Ce prix est compris dans les processus markoviens, mais ne suit pas un mouvement brownien géométrique qui modélise en général l'évolution des sous-jacents des options financières. Nous allons voir que son évolution est fonction de la structure industrielle et nous pourrons ainsi déterminer conjointement pour chaque structure industrielle les processus markoviens possibles du prix de revient et leur influence sur la décision d'investissement.

[13] En discret, le prix de revient qui suit un tel processus d'évolution ($\frac{\dot{p}}{p_t} = \mu t + \varepsilon_t$) augmente exponentiellement de μ en moyenne entre deux dates ($\ln p_t - \ln p_{t-1} = \mu + \varepsilon_t$).

[14] Dans notre modèle, la production est constante et la valeur de l'entreprise ne dépend pas du temps $V(p_t)$.

Section 2 Choix théorique d'investissement : l'évolution log-linéaire du prix de revient

La littérature évalue les options à partir d'une évolution des actifs sous-jacents selon un mouvement brownien géométrique. Cette évolution est retenue par analogie au mouvement du taux d'intérêt, sous-jacent des options financières et par facilité des calculs pour la méthode des EDP. Dans les sections 3 et 4, nous modifierons cette hypothèse à partir des scénarios de déréglementation que nous avons retenus.

A partir d'une évolution log-linéaire, la littérature détermine l'impact de l'incertitude et de l'irréversibilité sur la frontière optimale d'investissement : le seuil de déclenchement de l'investissement s'accroît avec l'incertitude et l'irréversibilité. Mais elle ne peut rien en déduire quant au montant de l'investissement. Il y a deux effets de sens contraire, un effet d'inertie et un effet d'hysteresis, qui influencent le montant de l'investissement et dont nous ne pouvons pas mesurer l'amplitude.

2.1 La règle d'investissement

Dans notre problématique, la valeur du projet d'investissement dépend du prix de revient. Dans la théorie de la finance, l'actif sous-jacent d'une option sert de référence pour établir la valeur de l'option. Certaines de ces options financières sont non standardisées ou "sur mesure" car elles portent sur des devises et des taux d'intérêt sur un marché défini comme "*over-the-counter*". Par similitude (et pour la facilité des calculs, cf. chapitre 2, section 2) la théorie des options réelles fait correspondre l'évolution du prix de revient à celle du taux d'intérêt, sous-jacent des options financières, c'est-à-dire que le prix de revient suit un mouvement brownien géométrique.

Le prix de revient suit un processus d'Itô tel que :

$$dp = \bar{\mu} p_t dt + \sigma p_t dz, \tag{3.6}$$

où $\bar{\mu}$ est la dérive constante du processus telle que $\bar{\mu} < r$. L'entreprise qui investit, cherche en effet à maximiser la valeur attendue des flux de trésorerie qu'elle escompte au taux r, $V_t = \max E\left[(e^{\mu t} p_t - K)\, e^{-rt}\right]$. Cette valeur n'est finie que pour $\lim_{t\to\infty} E\left[e^{(\mu - r)t} p_t\right] = 0$, i.e. $\bar{\mu} < r$ McDonald et Siegel[1986, p. 714]) ;

σ est la volatilité constante du processus ;

z_t est un processus de Wiener standard.

L'entreprise rationnelle doit toujours maximiser sa valeur en résolvant le programme (3.4) :

$$V_t(p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V_t(p_t) + E[dV]; 0\}.$$

La condition du premier ordre est donnée par l'expression (3.5) :

$$rV_t dt = E[dV] = dV.$$

D'après le lemme d'Itô,

$dV = DVdt + \frac{\partial V_t}{\partial p_t}\sigma dz_t = \left[\frac{\partial V_t}{\partial t} + \bar{\mu}p_t\frac{\partial V_t}{\partial p_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 p_t^2\frac{\partial^2 V_t}{\partial p_t^2}\right]dt + \frac{\partial V_t}{\partial p_t}\sigma p_t dz.$

Exprimons à présent les dérivées de façon simplifiée par les indices. Nous obtenons le supplément attendu de valeur $E[dV] = \left[\bar{\mu}pV_p + \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp}\right]dt$, puisque $E[dz] = 0$ et $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, la valeur du projet ne dépendant pas du temps t.

L'équation (3.5) devient : $rVdt = \left[\bar{\mu}pV_p + \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp}\right]dt$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp} + \bar{\mu}pV_p - rV = 0, \tag{3.7}$$

équation différentielle ordinaire (EDO) dont nous cherchons la solution sous la forme $V(p) = Ap^\beta$.

Nous obtenons les dérivées partielles :

$$\begin{cases} V_{pp} = A\beta(\beta - 1)p^{\beta-2}; \\ V_p = A\beta p^{\beta-1}. \end{cases}$$

L'équation différentielle ordinaire se récrit : $Ap^\beta\left\{\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1) + \bar{\mu}\beta - r\right\} = 0$. Si nous simplifions par A et par p^β, parce que $p = 0$ est une solution triviale, l'EDO se transforme en une équation quadratique standard :

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + \bar{\mu}\beta - r = 0, \tag{3.8}$$

qui admet les deux racines réelles,

$$\begin{cases} \beta_N = \frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0; \\ \beta_P = \frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1, \end{cases}$$

pour $\bar{\mu} < r$ (condition de McDonald et Siegel[1986] : $\lim_{t\to\infty}\left(\left(e^{\bar{\mu}t}p_t - K\right)e^{-rt}\right) = 0$).

Ainsi la valeur optimale de l'entreprise qui dépend du prix de revient, est :

$$V(p) = A_1 p^{\frac{1}{2}-\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}} + A_2 p^{\frac{1}{2}-\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}}.$$

La valeur seuil de l'entreprise $V(p^*)$ dépend de la valeur du sous-jacent p^* qui constitue le seuil au déclenchement de l'investissement. Cette valeur seuil du sous-jacent p^* ("*threshold curve*") est une frontière non contrainte ("*free boundary*"). Cette frontière délimite les deux zones optimales d'exercice (région de continuation, "*continuation region*") et de non exercice (région d'arrêt, "*stopping region*") de l'option. Pour ce faire, elle doit satisfaire les conditions aux bornes ("*boundary conditions*") du premier ordre ("*value-matching condition*") et du second ordre ("*smooth-pasting condition, high contact condition*"), obtenues comme des cas particuliers des formules de Feynman-Kac. Nous trouvons ainsi les valeurs des constantes A_1 et A_2 à l'aide des conditions au bord.

La condition initiale[15] $V(0) = 0$ exprime qu'un prix nul entraîne une valeur de l'entreprise nulle, c'est-à-dire qu'il n'est pas optimal pour l'entreprise d'investir. La solution intérieure triviale nous permet de déterminer la région d'arrêt optimale. Cependant $V(0) = 0 \Longrightarrow A_2 = 0$, et de façon standard, seule la racine β_P positive est retenue.

Le seuil d'investissement ne varie pas pendant toute la durée de vie de l'option et la frontière d'exercice choisie p^* est alors une fonction déterministe, définie telle que la valeur de l'option est maximale. La valeur

$$V(p^*) = A_1 p^{*\beta_P} \tag{3.9}$$

sépare les deux zones optimales de continuation et d'arrêt de l'investissement.

La condition du premier ordre est une condition de continuité qui signifie qu'au moment d'investir, l'entreprise reçoit juste la recette nette de l'investissement :

$$V(p^*) = p^* - K. \tag{3.10}$$

La condition du second ordre est une condition technique de dérivabilité[16] qui garantit la

[15] Cette solution triviale est valable quelles que soient les fluctuations du prix de revient.

[16] Il faut que $V_p(p^*) > 0$ parce que nous travaillons en univers convexe et que la fonction de valeur de l'entreprise n'est pas affine. En effet, l'entreprise est confrontée à des coûts d'ajustement par hypothèse convexes (que justifient les économies d'échelle et la flexibilité). La valeur des coûts d'ajustement est nulle quand l'option n'est pas exercée. De plus, le coût marginal d'investissement est une fonction croissante du taux d'investissement et le coût fixe n'est pas pris en compte par l'analyse.

continuité entre la valeur de l'entreprise et l'option exercée, soit :

$$V_p(p^*) = 1. \tag{3.11}$$

La valeur seuil $V(p^*) = A_1 p^{*\beta_P}$ est obtenue en (3.9). Or d'après (3.11), $\frac{\partial V(p^*)}{\partial p^*} = 1 = A_1 \beta_P p^{*\beta_P - 1}$

$\Longrightarrow A_1 = \frac{1}{\beta_P} p^{*1-\beta_P}$ ($A_1 = \frac{1}{\beta^{\beta_P}} \left(\frac{\beta_P - 1}{K}\right)^{\beta_P - 1}$ avec (3.12)).

Si nous remplaçons la valeur de cette constante A_1 dans (3.9), sachant que la valeur de l'option exercée est également obtenue d'après (3.10) :

$V(p^*) = \frac{1}{\beta_P} p^* = p^* - K \Longrightarrow \left(1 - \frac{1}{\beta_P}\right) p^* = K$

$$\Longrightarrow p^* = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1} K = \phi K. \tag{3.12}$$

Ce prix p^* est un prix seuil critique ("*critical trigger level*"). Si le prix de revient est inférieur à ce seuil, il est optimal pour l'entreprise d'attendre pour investir. S'il est strictement supérieur au prix seuil, il est optimal pour l'entreprise d'investir.

La valeur de l'entreprise qui dépend du prix de revient, se détermine ainsi :

$$V(p_t) = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* = \phi K, \\ \frac{1}{\beta_P} p_t \text{ si } p_t > p^*. \end{cases}$$

Le seuil de déclenchement de l'investissement $p^* = \phi K$ dépend du multiple de la valeur d'option ϕ. Le critère de la VAN impose un multiple de la valeur d'option unitaire $\phi = 1$. En revanche, puisque $\beta_P > 1$, alors $p^* > K$. La valeur du multiple de la valeur d'option $\phi = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1} > 1$. L'incertitude et l'irréversibilité sont contenues dans cette différence entre p^* et K, que nous exprimons par la prime d'option $\Delta > 0$. La prime Δ augmente avec, par ordre d'importance (cf. annexe 3-b) :

- l'incertitude sur les rendements futurs σ ;
- la baisse du taux d'escompte r ;
- le terme de dérive $\bar{\mu}$ du processus d'évolution du taux espéré de rendement, qui contient la prime de risque systématique $\delta \equiv r - \bar{\mu} > 0$, (Cox et Ross[1976], à partir de la relation (2.23)[17], en cas de neutralité au risque : $\rho = r$). En effet, dans un environnement neutre au risque, la dérive du processus $\bar{\mu}$ est définie comme le taux de rendement ajusté au risque r net de la prime de risque pour un prix de revient donné. D'après les objectifs d'efficacité productive et allocative de la réglementation, le prix de revient tend à diminuer : $\bar{\mu} \leq 0 < r$ (condition de McDonald et Siegel[1986]).

[17] Cf chapitre 2, sous-section 1.4.4.2.

Proposition (1 - Dixit et Pindyck, 1994). *Le multiple de la valeur d'option ϕ et la prime d'option Δ sont tels que : $\phi > 1$ et $\Delta > 0$.*

En incertitude, le seuil de déclenchement de l'investissement est calculé par le critère de la théorie des options réelles. Il est supérieur à celui retenu par le critère de la valeur actuelle nette. L'entreprise attend avant d'investir que la valeur du projet compense celle de l'information future.

Cette valeur de l'information future croît avec la volatilité du prix de revient de l'électricité, avec l'appréciation du présent par rapport au futur et avec l'augmentation de la tendance du prix.

Nous supposons que l'entreprise diversifie son portefeuille de façon à ne plus être confrontée qu'au risque de marché. Nous allons appréhender plus précisément la mesure du risque par le MEDAF qui suppose que la duplication est possible.

2.2 La prime de risque systématique

Les risques nucléaires et financiers sont couverts et nous pouvons évaluer la prime de risque. Nous avons jusqu'à présent utilisé indifféremment l'approche de la programmation dynamique et l'approche des actifs contingents pour interpréter le risque, puisque les fonctions objectifs de valeurs obtenues par ces deux approches satisfont des équations différentielles partielles similaires. La couverture du risque se fait par le marché.

Cependant, nous commençons à percevoir leur différence à partir de l'exemple du prix du pétrole, exposé par Dixit et Pindyck[1994, p. 120]. Hurn et Wright[1994][18] ont relevé, parmi les limites de leur modèle, que l'évolution du prix du pétrole est mieux caractérisée par un processus de saut de Poisson ("*jump process*") que par une marche aléatoire,

$$dp = \bar{\mu} p_t dt + \sigma p_t dz - p_t dq, \tag{3.13}$$

où dq est l'incrément d'un processus de Poisson dont le taux moyen d'apparition est ψ (i.e. que l'évènement qui se produit abaisse q d'un pourcentage fixe φ, $0 \leq \varphi \leq 1$, avec une probabilité de 1) et qui est indépendant de dz.

$$\text{Alors } dp = \begin{cases} \sigma p_t \sqrt{dt} \text{ avec la probabilité } \frac{1}{2}(1 - \psi dt) \text{ ;} \\ -\sigma p_t \sqrt{dt} \text{ avec la probabilité } \frac{1}{2}(1 - \psi dt) \text{ ;} \\ -\varphi p_t \text{ avec la probabilité } \psi dt. \end{cases}$$

[18] Ils ont travaillé à partir de l'option d'attente.

Tout contrat future[19] à moyen terme sur le pétrole est un actif qui peut le dupliquer. Cependant et plus généralement, nous dupliquons le prix du pétrole avec un portefeuille dynamique d'actifs dont les composantes sont ajustées de façon continue aux fluctuations du prix du pétrole. Cette duplication serait possible si le prix du pétrole suivait un processus continu de diffusion, le portefeuille étant ajusté de façon continue aux variations du prix. Mais ce n'est pas le cas, puisque le prix du pétrole suit un processus de sauts (discrets) de Poisson. La prime de risque n'est donc pas toujours obtenue par duplication. Les risques peuvent être couverts par contrats[20], alliances ou partenariat entre entreprises.

Dans les deux approches de programmation dynamique et des actifs contingents, les investisseurs veulent maximiser la fonction objectif de valeur de l'entreprise, i.e. la valeur actuelle des flux de trésorerie nette du coût initial du capital, en retenant des choix objectifs optimaux. Plus précisément, la première approche s'interprète en termes de valeur d'actif et de volonté des investisseurs à détenir cet actif. Dans la seconde approche, les investisseurs veulent choisir de façon optimale la date d'exercice de l'option pour maximiser la valeur de l'actif.

Toutefois, il existe des différences. L'approche de programmation dynamique suppose que la fonction objectif de valeur de l'entreprise est calculée au taux d'escompte constant ρ, spécifié de façon exogène. Si le risque n'est pas commercialisable dans les marchés des capitaux, la fonction objectif reflète simplement l'évaluation subjective du risque du dirigeant de l'entreprise. Elle est égale à une fonction "d'utilité" des flux de trésorerie, actualisés au taux d'escompte exogène ρ et nets du coût initial du capital.

Dans l'approche des actifs contingents, le taux de rendement nécessaire de l'actif $\bar{\mu}$ est déduit de l'équilibre général sur les marchés de capitaux. Seul le taux d'escompte neutre au risque r est exogène, encore qu'il puisse être endogénéisé. Le taux d'escompte n'est analysé que par cette approche, mais cela nécessite une gamme de marchés d'actifs risqués suffisamment

[19] Conclu à la date courante t, un contrat à terme "*forward*" est un engagement à payer en t le prix "*forward*" F_t, en échange du prix k_T de l'investissement marginal à terme T. C'est un titre dont le processus de prix est nul et dont le processus de dividendes d est défini par $d_t = 0$ si $t \neq T$, et $d_T = k_T - F_t$.

La différence entre un contrat future et un contrat "*forward*" dépend de plusieurs facteurs institutionnels, dont le plus important est la procédure d'appels de marge ("*marking to market*"). A chaque période, l'investisseur supporte les variations du prix future (par rapport à la période antérieure). Le processus de dividendes d dépend du processus de prix d'un contrat future $F = \{F_0, ..., F_T\} : d_t = F_t - F_{t-1}$, $1 \leq t \leq T$.

[20] Les relations contractuelles s'étendent à l'industrie électrique. Les projets des producteurs indépendants peuvent être considérés comme des "noeuds de contrats" (Chevalier[1997, p. 215]), chaque contrat ayant pour objet la couverture d'un risque particulier.

étendue. En effet, la composante stochastique dz du rendement de l'actif $p$doit être exactement dupliquée par celle du rendement d'un actif (ou d'un portefeuille dynamique d'actifs) x, i.e. que non seulement les composantes stochastiques doivent obéir à la même loi de probabilité mais aussi être parfaitement corrélées (et $\rho_{xm} = \rho_{pm}$).

Si l'évolution de l'actif (le prix de revient) est celle du mouvement brownien géométrique (3.6) :

$$dp = \bar{\mu} p_t dt + \sigma p_t dz,$$

et si nous supposons que x est l'actif ou le portefeuille dynamique d'actifs qui duplique le prix de revient, l'évolution de x est la suivante :

$$dx = \alpha x_t dt + \sigma x_t dz.$$

Le prix de l'actif ou du portefeuille dynamique d'actifs x est parfaitement corrélé avec le prix de revient p. Le rendement attendu nous est donné par le MEDAF :

$$\alpha = r + \lambda \rho_{pm} \sigma, \tag{3.14}$$

où r est le taux sans risque, λ est le prix de marché du risque, et le taux de variation attendue du prix de revient p est inférieur au rendement ajusté au risque $\bar{\mu} < \alpha$. Par analogie aux options financières, la prime de risque se définit comme la différence entre le rendement ajusté au risque et le taux de variation attendue du prix du projet qui est le prix de revient,

$$\delta = \alpha - \bar{\mu}, \tag{3.15}$$

et s'interprète comme le taux de dividendes de l'actif dont le prix est p (cf. chapitre 2, sous-section 1.4.4.2). Le taux de rendement attendu total de l'actif est égal à la somme du taux de dividendes et du taux attendu de plus-value :

$$\alpha = \delta + \bar{\mu}. \tag{3.16}$$

Pindyck[1991] a mis en avant le rôle de la prime de risque en envisageant deux cas : la prime nulle ou positive. Si la prime de risque est nulle ($\delta = 0$), l'option d'achat est conservée jusqu'à maturité et n'est pas exercée prématurément, ce qui revient à dire que l'entreprise n'investit jamais quelle que soit la valeur actuelle nette du projet. Le rendement total de l'actif est capturé par ses mouvements de prix et donc par l'option d'achat, et il n'y a pas de coût à laisser courir cette option d'achat.

En revanche, dès que $\delta > 0$, il y a un coût d'opportunité à conserver l'option plutôt qu'à l'exercer (et à investir) et ce coût est composé des flux de trésorerie dont l'entreprise se prive en détenant l'option plutôt que l'actif. Or ce taux de dividendes δ est proportionnel à la valeur de l'investissement : plus l'actif a un prix élevé, plus les flux de dividendes sont importants. Pour un niveau de prix suffisamment élevé, le coût d'opportunité des flux de trésorerie évités est suffisamment grand ($\delta >> 0$) pour induire l'exercice de l'option. A la limite, ce coût d'opportunité devient infini ($\delta \to \infty$), et la valeur de l'option tend vers 0. L'entreprise ne peut choisir qu'entre investir immédiatement ou ne jamais investir (stratégie "*now or never*"), en basant sa décision sur la règle de la VAN.

Ce paramètre δ peut refléter le processus d'entrée et la capacité d'expansion des entreprises concurrentes dans la branche industrielle[21], ou les flux de trésorerie d'un projet.

Si le projet d'investissement de valeur[22] p est à horizon infini, il génère un taux des flux de trésorerie δp. Les flux de trésorerie futurs constituent une proportion constante de la valeur de marché du projet, ce qui est cohérent avec la constance du taux de dividendes δ. La durée du projet est forcément infinie si le rendement nécessaire est α, puisque $p_0 = \lim_{T\to\infty} \int_0^T p_t e^{-\alpha t} dt = \lim_{T\to\infty} \int_0^T \left(\delta p_0 e^{(\alpha-\delta)t}\right) e^{-\alpha t} dt$. Or les projets n'ont pas, en général, une durée de vie infinie. Le processus (3.6) ne représente pas l'évolution du prix de revient et donc de la valeur du projet p pendant la période d'exploitation du projet, mais celle avant sa construction. Majd et Pindyck[1987, pp. 11-13] ont montré que seule cette évolution de la valeur du projet avant sa construction est importante pour la décision d'investissement.

Il faut préciser à nouveau que l'évolution de la valeur du projet de l'entreprise selon un mouvement brownien géométrique est une simplification, qui fait abstraction de la réglementation du prix de revient sur le segment de la production électrique. Sa tendance est linéaire décroissante : l'objectif du régulateur est la baisse du coût marginal en développement que reflète le prix de revient.

La valeur de l'entreprise se réduit à l'option d'achat du projet d'investissement $V = V(p)$. La valeur courante de portefeuille de l'entreprise est nette de la plus-value actuelle due à la variation future du prix de revient, $x = V - pV_p$. Ce portefeuille est dynamique et la position courte (i.e. la détention de l'option) de ce portefeuille porte sur V_p unités du projet. Cette position courte sur le portefeuille est rémunérée par le rendement instantané $\delta p V_p$. Un investisseur qui détient

[21] A la section 1 du chapitre 2, nous avons paramétré ce processus d'entrée et cette capacité d'expansion.

[22] L'évolution de cette valeur stochastique courante est donnée par l'expression (3.6).

une position longue dans le projet d'investissement reçoit un rendement ajusté au risque αp qui inclut une plus-value et les flux de trésorerie δp, sinon aucun investisseur ne prend une position longue et n'investit.

Le rendement total de ce portefeuille dans l'intervalle de temps dt est composé de l'augmentation de la valeur de l'option d'achat, nette de la croissance attendue du projet et de la rémunération de la position courte pendant ce même intervalle de temps dt,

$$dV - V_p dp - \delta p V_p dt.$$

Puisque le portefeuille est couvert, ce rendement de court terme (voire instantané) est sans risque et il est égal à :

$$r\left(V - pV_p\right) dt.$$

Du fait de l'AOA sur le marché,

$$dV - V_p dp - \delta p V_p dt = r\left(V - pV_p\right) dt.$$

D'après le lemme d'Itô, $dV = DV dt + \sigma V_p dz = \left[\bar{\mu} p V_p + \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp}\right] dt + \sigma V_p dz$.

De plus, $V_p dp = V_p\left(\bar{\mu} p dt + \sigma p dz\right) \Longrightarrow dV - V_p dp = \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp} dt$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp} + (r - \delta) p V_p - rV = 0. \tag{3.17}$$

Nous savons que la solution de cette EDO est recherchée sous la forme Ap^{β}, et que d'après la section 1.1, le prix seuil critique de déclenchement de l'investissement est $p^* = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1} K$, où $\beta_P = \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1$.

Cox et Ross[1976] ont montré que la solution au problème d'investissement obtenue par l'approche des actifs contingents est identique à celle en programmation dynamique sous l'hypothèse de neutralité au risque. En effet, si le portefeuille de l'entreprise est neutre au risque, son rendement est égal à la différence entre le taux de plus-value et les flux de trésorerie versés en dividendes pour que l'investisseur maintienne sa position courte,

$$rx = \frac{1}{dt} E_t[dx] - \delta x V_x.$$

Ce portefeuille x étant composé de l'option d'investissement et d'une position courte sur le projet, $x = V - V_p p$, nous retrouvons l'EDO (3.17).

Finalement, dans l'exemple du prix de pétrole qui suit le processus de Poisson (3.13), il n'est pas possible de calculer la prime de risque systématique à partir de cette approche par

les actifs contingents, puisque la duplication est impossible. Mais Pindyck[1991] a indiqué qu'il est toujours possible de résoudre le problème de l'investissement en programmation dynamique comme nous l'avons fait précédemment.

Si le mouvement du prix de revient ne permet pas d'en déduire la prime de risque non diversifiable par le MEDAF, il suffit pour cela de poser l'une des deux hypothèses suivantes :

- soit partant du constat que les variations stochastiques de x associées au processus de Poisson ne sont pas corrélées avec le portefeuille de marché et qu'il n'y a pas d'ajustement au risque, l'équation différentielle partielle trouvée en (3.17) est toujours valable mais pour $\delta = r - \bar{\mu}$, c'est-à-dire qu'elle est équivalente à celle (3.7) trouvée en programmation dynamique pour un taux d'escompte égal au taux sans risque r ;
- soit, et de façon alternative, nous pouvons utiliser la programmation dynamique avec un taux d'escompte exogène ρ, ce qui revient à considérer indépendamment δ et σ (δ ne s'ajuste pas aux modifications de σ). Du fait des hypothèses posées, ce taux d'escompte est égal au taux sans risque, $\rho = r$.

Les solutions au problème d'investissement obtenues par les deux approches sont de la même forme. Les effets des variations de σ et de δ sont pratiquement les mêmes. Mais sans duplication et sans imposer d'hypothèse restrictive sur les fonctions d'utilité des investisseurs, nous ne pouvons plus utiliser le MEDAF pour déterminer la valeur du taux d'escompte ajusté au risque α. Néanmoins, nous retenons l'approche en programmation dynamique. Elle nous permet d'évaluer un projet d'investissement pour une évolution réglementée du prix de revient différente du mouvement brownien géométrique.

2.3 L'effet de l'irréversibilité et de l'incertitude sur l'investissement

En ne nous intéressant qu'à la seule décision d'investissement, nous avons supposé que la production est constante, à pleine capacité des moyens de production. Quand le futur est incertain, le seuil d'acceptation d'un projet marginal nucléaire est supérieur à celui trouvé par le critère de la valeur actuelle nette. Dans cette sous-section, nous exposons la généralisation ces résultats en prenant en compte la décision de production. Si l'irréversibilité et l'incertitude augmentent le seuil d'investissement, qu'en est-il du montant optimal de l'investissement et de l'accumulation à long terme du capital ?

Pindyck[1991, p. 1110] a montré que "[L]'irréversibilité peut avoir des implications impor-

tantes dans notre compréhension du comportement d'investissement agrégé[23]. Elle rend l'investissement spécialement sensible à différentes formes de risque, telles que l'incertitude sur les prix de production et les coûts d'exploitation futurs qui déterminent les flux de trésorerie, l'incertitude sur les taux d'intérêt futurs et l'incertitude sur le coût et la programmation de l'investissement lui-même".

Nous concluons que l'incertitude et l'irréversibilité augmentent le seuil d'investissement. Nous ne pouvons pas en déduire leurs conséquences sur le montant de l'investissement puisqu'elles génèrent deux effets de sens opposé : l'effet d'hysteresis et l'effet d'inertie. Quand les conditions de marché se retournent, l'entreprise peut continuer à agir comme précédemment avant de se décider à changer son comportement (effet d'hysteresis) ou décider de maintenir un statu quo (effet d'inertie).

2.3.1 L'effet sur le seuil d'investissement

L'irréversibilité et l'incertitude modifient la programmation optimale de l'investissement. En effet la littérature sur l'investissement irréversible en incertitude, à la suite de Bertola[1988][24], Pindyck[1988*b*, 1991], Dixit[1989], Bertola et Caballero[1994], Dixit et Pindyck[1994], a trouvé que l'irréversibilité accroît le seuil de déclenchement de l'investissement[25] à partir duquel les projets sont considérés comme rentables et sont retenus. Ce seuil augmente également avec l'incertitude. Caballero et Pindyck[1996] ont précisé que cette frontière optimale d'investissement n'est pas observable directement.

Ainsi Pindyck[1991] a montré l'influence des valeurs de la dérive et de la volatilité sur l'investissement à partir de simulations pour différentes valeurs de $\bar{\mu}$ et de σ du mouvement brownien géométrique (3.12) qui représente l'évolution du prix de revient. Il a conclu sur deux points :

– l'augmentation de la volatilité σ du prix de revient accroît la valeur de l'option d'attente et abaisse le niveau de l'investissement. D'après Dixit et Pindyck[1994], cette augmentation de σ accroît le taux de rendement attendu α (défini en (3.16)) pour que le projet

[23] i.e. le stock de capital à long terme de l'entreprise dans notre problématique.

[24] Cette référence est citée dans les revues de littérature de Dixit et Pindyck[1994], Trigeogis[1996] : Bertola G.[1988], Adjustment costs and dynamic factor demands : investment and employment under uncertainty, MIT Ph.D dissertation

[25] puisqu'à présent le projet n'est retenu que pour $p^* > \phi K$ avec $\phi > 1$, alors qu'il l'est avec le critère précédent de la VAN dès que $p^* > K$.

d'investissement soit retenu, mais elle n'affecte pas nécessairement le taux de rendement réalisé une fois l'investissement devenu opportun ;

– l'augmentation du taux de croissance du prix $\bar{\mu}$ a deux effets inverses. Elle abaisse le coût d'opportunité de l'attente et l'incitation à exercer l'option à la période courante. Elle abaisse au contraire le prix d'équilibre de la contrainte budgétaire, prix à partir duquel l'opportunité de l'investissement peut se réaliser. Pour Pindyck[1991], ce second effet domine le premier : plus le taux de croissance du prix $\bar{\mu}$ est élevé, plus le prix seuil p^* au-delà duquel il est optimal d'investir diminue.

L'amplitude de la différence entre les rendements nécessaires avant que l'investissement ne soit retenu et les coûts irrécupérables dépend principalement de σ (la variance des rendements espérés) et de $\bar{\mu}$ (le taux de dérive du processus qui détermine le taux de croissance des rendements attendus). Dixit et Pindyck[1994, p. 67] ont constaté qu'"[o]n peut également observer [...] que, dans le long terme, la tendance est le déterminant dominant du mouvement brownien, tandis qu'à court terme, la volatilité du processus domine". L'effet de l'irréversibilité et de l'incertitude rend la structure dynamique de l'investissement dépendante du degré de volatilité des rendements attendus, ce que traduit la non linéarité du processus sous-jacent d'investissement optimal (le prix de revient évolue selon une loi log-normale).

L'effet de la tendance et, en particulier, l'effet de la variance du processus stochastique sous-jacent peuvent être appréciés de façon empirique. Entre autres preuves empiriques de cette corrélation positive entre la frontière d'investissement (en termes de rendement marginal du capital) et l'incertitude, nous pouvons citer les études (en coupes transversales) de Pindyck et Solimano[1993] et de Caballero et Pindyck[1993]. Ces deux études empiriques déterminent le seuil de rendement marginal du capital de l'industrie à partir duquel il est optimal pour les entreprises d'investir, et elles trouvent que ce seuil augmente avec l'incertitude de l'industrie de façon peu significative[26].

[26] Néanmoins Pindyck et Solimano[1993], comme Caballero et Pindyck[1993], ont remarqué que ces résultats sont biaisés par la corrélation du maximum et de la variance qui existe dans toute séquence de variables aléatoires, et qui a fortiori existerait même si l'incertitude n'affectait pas l'investissement.

2.3.2 L'investissement agrégé soulève des problèmes de données

Mais cette littérature ne démontre rien en ce qui concerne le niveau d'investissement, ni l'accumulation à long terme du capital. Aussi a-t-elle recours aux études empiriques qui, excepté l'étude de Leahy et Whited[1996] comme l'ont noté Guisi et Parigi[1999, p. 189], se basent en général sur des données agrégées. Or Hubbard[1994] a constaté les problèmes soulevés par ces travaux empiriques à partir de données agrégées, au niveau de leurs conclusions. Ainsi Caballero et Pindyck[1996] ont trouvé qu'il est plus simple de prouver empiriquement la relation entre l'incertitude et l'investissement en partant de données individuelles, recueillies pour une entreprise ou une centrale, que de données agrégées qui concernent un secteur ou une industrie. Cette préférence pour un niveau d'analyse micro-économique s'explique par la forte hétérogénéité des données de base des études empiriques agrégées. De plus, les décisions d'investissement sont prises de façon prédominante à ce niveau micro-économique, où l'incertitude est la plus importante.

La source de la volatilité peut être un facteur significatif dans la relation entre l'investissement et l'incertitude. En général, les modèles théoriques posent en hypothèse que les profits futurs de l'entreprise ne sont influencés que par une seule source d'incertitude. Mais dans la réalité une entreprise est souvent confrontée à plusieurs sources de volatilité simultanées, spécifiques à l'entreprise ou agrégées, qui proviennent des prix des intrants, de la demande agrégée, des goûts des consommateurs, et de la production. Leahy et Whited[1996] ont souligné que la mesure du risque retenue est contra-cyclique[27], par référence au cycle d'affaire ou cycle Kitchin. L'investissement va ainsi probablement réagir à des changements du niveau de la demande et non à des modifications de l'incertitude sur cette demande. Hurn et Wright[1994] ont confirmé l'importance du niveau, et non de la variance, du prix du pétrole sur le délai entre la découverte d'un champ de pétrole en Mer du Nord et la prise de décision de son développement[28]. L'incertitude qui repose par hypothèse sur le taux d'intérêt est seulement un des aspects de l'incertitude à laquelle l'entreprise est confrontée. L'utilisation des données agrégées permet

[27] Campbell et Lettau[1999] ont décomposé le risque systématique de marché à l'industrie et à l'entreprise, à l'aide du MEDAF. Ils ont prouvé empiriquement que l'incertitude, particulièrement de l'industrie, est un indicateur (contra-cyclique) du cycle d'affaire (cf. Campbell J.Y. et Lettau M.[1999], Dispersion and volatility in stock returns : an empirical investigation, NBER Working paper W7144).

[28] A partir d'un modèle en temps discret (sans déroulement "*forward*" et où l'évolution du prix du pétrole est modélisée par une marche aléatoire et non par un processus de saut), ces auteurs ont montré que la variance du prix du pétrole n'influence pas le délai contrairement au niveau de prix. Cependant si les irréversibilités sont importantes, alors toute chose égale par ailleurs l'incertitude sur le prix du pétrole augmente ce délai.

difficilement d'isoler l'effet direct de l'incertitude sur l'investissement de l'effet indirect du comportement d'épargne. Les agrégats sont soumis à des contraintes budgétaires agrégées, qui sont autant de sources de problèmes de simultanéité. De plus, une entreprise neutre au risque n'est préoccupée que par l'effet net de ces différentes sources d'incertitude sur la volatilité globale du rendement marginal de l'investissement, alors que les investisseurs averses au risque voient leur degré d'aversion au risque varier selon la source d'incertitude comme l'ont montré Heath et Tversky[1991]. Par ailleurs Bernanke[1983*a*] a mis en évidence deux raisons possibles qui expliquent pourquoi les effets de l'incertitude au niveau agrégé ne résultent pas d'une simple moyenne des effets individuels :

- il existe des facteurs macroéconomiques, tels que peuvent l'être les taux d'intérêt futurs, de changes et d'inflation, ou les politiques monétaires, fiscales et réglementaires, dont les variations dues à l'incertitude ont des conséquences importantes pour la prise de décision agrégée d'investissement ;
- l'incertitude agrégée vient des décideurs individuels, puis elle les influence. Ainsi l'irréversibilité de l'investissement constitue le mécanisme de propagation de l'incertitude à travers lequel des chocs transitoires sont convertis en fluctuation plus permanente[29]. Pour Dixit [1989, 1992], l'hystérésis peut être agrégée si l'incertitude d'une entreprise se répercute sur l'incertitude agrégée, et réciproquement puisque toutes les entreprises exercent alors leur option d'attente[30] ou leur option d'investissement. De plus Bernanke[1983*a*] a démontré que les irréversibilités micro-économiques qui expliquent en partie l'incertitude sont pertinentes pour la dynamique agrégée d'investissement.

Leahy et Whited[1996] se sont donc basés sur l'entreprise individuelle pour tester la relation entre l'incertitude et l'investissement et apporter une preuve empirique de leur corrélation négative. L'utilisation de données recueillies au niveau de la firme présente deux avantages :

- elle permet premièrement de prendre en compte des mesures de l'incertitude étroitement liées à l'environnement de l'entreprise. Or Davis et Haltiwanger[1992] ont montré

[29] D'ailleurs l'implication de l'irréversibilité dans le report des décisions d'investissement a été mise en évidence par Bernanke[1983*a*] et McDonald et Siegel[1986].

[30] "[i]l existera une valeur d'option à reporter une décision d'investissement afin d'attendre l'arrivée de nouvelles informations sur les conditions de marché" (Carruth, Dickerson et Henley[1998, p. 1]). Dixit[1992] a ainsi appelé l'option qui provient de l'opportunité d'investissement, option d'attente ou option de report, "parce que l'option a aussi une valeur d'attente, appelée 'prime de détention' ['*holding premium*'] ou 'valeur temporelle' ['*time value*']" (Dixit[1992, p. 116]). Cette option d'attente est l'opposée de l'option d'investissement et elle est exercée quand l'option d'investissement ne l'est pas et inversement.

l'existence de chocs propres à l'entreprise voire à l'usine. Les études macroéconomiques semblent présenter de mauvaises mesures de l'incertitude : Caballero et Pindyck[1996] ont d'ailleurs remarqué que l'incertitude agrégée est différente de l'incertitude systématique, même si elle y reste liée. Ils ont constaté que nous ignorons les effets du MEDAF, tandis que Leahy et Whited[1996] ont rendu ces effets du MEDAF négligeables en raisonnant à partir des données de l'entreprise et en se concentrant sur les effets dus à l'irréversibilité de l'investissement ;

– elle permet également de réduire simultanément toutes les erreurs d'estimation des études. Ainsi des chroniques dichotomiques sont introduites pour atténuer l'effet que l'incertitude a sur l'épargne, et qui influence l'investissement seulement au travers du taux d'intérêt. Ces variables éliminent en même temps la corrélation entre l'investissement et l'incertitude qui se déduit de la relation entre l'incertitude et le cycle d'affaire.

Cependant la relation entre l'incertitude et l'investissement doit être forte au niveau individuel pour pouvoir être observée au niveau agrégé. L'investissement est plus sensible aux variations de l'incertitude qui dépendent de facteurs propres à toute entreprise individuelle, qu'aux accroissements de l'incertitude qui affectent toutes les entreprises. Carruth, Dickerson et Henley[1998, p. 37] ont également conclu que "[D]e telles méthodes [agrégées] devraient de façon typique être moins sensibles à des spécifications alternatives des fonctions d'investissement sous-jacentes (particulièrement là où celles-ci sont comprises dans leur approche)".

2.3.3 L'effet net sur le niveau optimal d'investissement et sur l'échelle optimale de l'entreprise

La littérature ne démontre rien en ce qui concerne la taille optimale de cet investissement, ni pour l'échelle optimale de l'entreprise (i.e. le taux moyen d'investissement à long terme). Par exemple l'étude de Leahy et Whited[1996] a conclu que l'effet sur l'investissement d'une mesure du risque basée sur le MEDAF n'est pas significative si l'entreprise contrôle le quotient de Tobin, sa production et ses flux financiers. Federer[1993] a retenu comme mesure de l'incertitude une mesure de la prime de risque des obligations à long terme à partir de la structure à terme des taux d'intérêt. Il a montré, à l'aide d'une approche de résolution vers l'avant ("*forward*") qui convient à la nature anticipatrice de l'investissement, que cette mesure de l'incertitude a un effet négatif[31] sur l'investissement agrégé indépendamment du coût d'usage de Jorgenson et du

[31] qui peut être dû à un problème de mesure du risque, i.e. un problème d'estimation de l'incertitude prise en compte dans la volatilité des rendements.

quotient de Tobin.

Les conclusions dépendent des auteurs et des variables mises en avant[32], même si un effet négatif de l'irréversibilité et de l'incertitude sur l'investissement est communément admis dans la littérature.

2.3.3.1 Cet effet est supposé négatif - Certains auteurs ont apporté la preuve de l'idée généralement admise par la littérature selon laquelle l'incertitude abaisse l'investissement. Nous nous rendrons compte que cette preuve dépend des paramètres mis en exergue, puisque d'autres auteurs vont démontrer le contraire.

Bernanke[1983*a*], McDonald et Siegel[1986], Mauer et Ott[1995], Metcalf et Hassett[1995] ont établi l'existence d'un effet d'irréversibilité en précisant qu'un niveau plus important d'incertitude accroît la valeur de l'option d'attente et entraîne, toutes choses égales par ailleurs, un taux d'investissement inférieur. Cette conclusion est illustrée empiriquement par Carruth et al.[1998].

Leahy et Whited[1996] ont mis en avant deux dimensions dans les théories de l'investissement en incertitude :

- la première dimension, reprise par Bell et Campa[1997], est l'environnement concurrentiel de l'entreprise. Carruth, Dickerson et Henley[1997] ont ainsi illustré l'existence d'une corrélation négative entre l'investissement et un indicateur d'incertitude à court et long terme, la dynamique du prix international de l'or. L'organisation industrielle retenue peut avoir des conséquences sur la dérive et sur la volatilité du processus du prix de revient : Leahy et Whited[1996] ont trouvé un coefficient d'estimation de la variance du rendement du capital, pour expliquer l'investissement, négatif et significatif. Les effets d'irréversibilité peuvent également être conditionnels à la structure de marché composée d'autres entreprises. L'incertitude est alors prise en compte par les covariances des rendements des projets d'investissement des différentes entreprises. Les variations de cette covariance a un effet positif mais non significatif sur l'investissement pour Leahy et Whited[1996] ;
- la seconde dimension concerne le rendement marginal du capital. Pindyck[1988*b*] et Bertola[1988][33] ont trouvé que cet effet de l'incertitude sur l'investissement est négatif quand l'entreprise sert une demande d'électricité décroissante. Leahy et Whited[1996] ont

[32]La spécification et l'identification des effets d'irréversibilité sont contingentes à la structure du modèle sous-jacent.

[33]Cf. Dixit et Pindyck[1994], Trigeorgis[1996].

mesuré l'incertitude à partir de l'évaluation du risque par le MEDAF. Ils ont montré que la détermination du signe de la corrélation entre l'incertitude et l'investissement permet d'en déduire la convexité ou la concavité du rendement marginal du capital, c'est-à-dire le q marginal de Tobin. Finalement le rendement marginal du capital est concave (convexe), quand un accroissement de la variance de la variable stochastique (i.e. le prix de revient) diminue (augmente) l'incitation à investir. Leahy et Whited[1996] ont trouvé un coefficient d'estimation de la variance du rendement du capital négatif et ont conclu sur sa concavité.

Cependant Hartman[1972], Abel[1983] ont déjà lié ces deux dimensions. Une plus grande incertitude augmente l'investissement irréversible d'une entreprise concurrentielle neutre au risque. En effet le rendement marginal du capital est une fonction convexe du prix incertain auquel l'entreprise fait face en produisant en rendements d'échelle constants. De plus d'après l'inégalité de Jensen, une incertitude plus importante accroît la valeur marginale d'une unité supplémentaire de capital, ce qui entraîne l'augmentation de l'investissement. A la suite de Arrow[1968], Bernanke[1983a], McDonald et Siegel[1986], Bertola[1988][34], Dixit et Pindyck[1994] ont montré que l'incertitude de la demande future réduit l'investissement courant des entreprises monopolistiques neutres au risque, qui ne disposent pas de capital installé.

Par contre l'effet de l'irréversibilité de l'investissement peut ne pas être déterminant, Bell et Campa[1997] testant ainsi conjointement l'hypothèse de l'irréversibilité des investissements en plus de celle sur la structure de la concurrence dans l'industrie[35]. Abel et Eberly[1994, 1997] ont alors trouvé que même en présence d'irréversibilité, l'incertitude a un effet non négatif sur l'investissement si l'entreprise produit dans un marché concurrentiel. Ce résultat est généralisé par Caballero[1991] qui a analysé l'interaction entre l'asymétrie des coûts d'ajustement (qui mesure le degré d'irréversibilité) et la concurrence imparfaite pour une entreprise à rendements d'échelle constants. Caballero[1991] a envisagé une demande stochastique et a constaté que le coût d'opportunité courant de l'investissement s'annule quand les rendements d'échelle de-viennent constants et que l'élasticité de la demande augmente pour une structure de marché en concurrence parfaite. Sous ces hypothèses, le rendement marginal du capital est

[34] d'après Dixit et Pindyck[1994], Trigeorgis[1996].

[35] Ils ont distingué un troisième type d'hypothèse qui concerne l'attitude face au risque des entreprises. Nous supposons ici que les entreprises sont neutres au risque, même si Humphreys et McClain[1998] ont montré que les "*utilities*" de l'industrie électrique américaine diversifient leur parc de production (pour atteindre le portefeuille efficient), parce qu'elles ont de l'aversion pour le risque.

constant. L'investissement courant influence le montant des profits futurs, mais n'affecte pas la rentabilité du capital et donc l'investissement futur. En revanche toute augmentation de l'incertitude qui préserve la moyenne, tend à accroître plutôt qu'à diminuer le rendement marginal du capital (d'après l'inégalité de Jensen et la convexité de la fonction de profit par rapport au prix). Elle augmente ainsi l'investissement courant, même si cet investissement est irréversible. Cette conclusion a également été obtenue par Abel[1983] suivant le même raisonnement. Caballero[1991] a montré que cet effet d'hysteresis[36] peut ne jamais se produire, quand la taille de l'entreprise est contrainte uniquement par les coûts d'ajustement. L'investissement futur dépend alors seulement de la demande courante et il n'y a pas d'effet d'hysteresis. Caballero[1991] a par ailleurs souligné l'importance des hypothèses de concurrence imparfaite et/ou de rendements d'échelle décroissants et de l'absence de coût d'ajustement asymétrique dans cette démonstration. Il a démontré que l'existence d'une concurrence imparfaite est une condition nécessaire à toute corrélation négative entre l'investissement et l'incertitude, corrélation qui se déduit de l'irréversibilité. Cette condition nécessaire est d'autant plus importante au niveau individuel. L'accroissement de l'incertitude abaisse l'investissement d'autant moins que l'entreprise est concurrentielle. Ainsi une entreprise en concurrence pure et parfaite ne peut pas reporter un projet d'investissement, l'opportunité d'investir pouvant être exercée par un concurrent. Cet investissement immédiat traduit que l'incertitude n'a aucune influence sur l'investissement.

En résumé, les deux principaux résultats auxquels est parvenu Caballero[1991] sont établis en concurrence imparfaite donnée : la corrélation entre l'investissement et l'incertitude est plus à même d'être négative quand le degré d'asymétrie des coûts d'ajustement s'accroît, tandis que pour une symétrie donnée de ces coûts d'ajustement, cette corrélation est positive mais elle diminue progressivement pour devenir même éventuellement négative quand l'élasticité prix de la demande pour le bien de l'entreprise diminue (l'entreprise devenant alors de moins en moins concurrentielle). Nous allons mettre alors en parallèle les résultats, opposés sur la corrélation entre l'investissement et l'incertitude, de deux études empiriques sur des données agrégées au niveau de l'industrie. Ghosal et Loungani[1996] ont obtenu un résultat, robuste mais contraire à celui de Caballero[1991], qui stipule que l'élasticité du taux d'investissement par rapport à l'incertitude est négative et augmente en valeur absolue à partir de zéro quand l'industrie devient de plus en plus concurrentielle. Donc pour une industrie non concurrentielle, l'incertitude

[36] Nous avons distingué au chapitre 1 cet effet d'hysteresis de l'effet d'inertie (cf. Dixit[1992]). Bertola et Caballero[1994] ont démontré que l'introduction de la contrainte d'irréversibilité liante rend impossible la linéarité de la fonction d'investissement, et peut générer un effet d'hysteresis ou un effet d'inertie.

sur le prix n'a pas d'effet significatif sur l'investissement. Guiso et Parigi[1999] ont réalisé une analyse en coupes transversales à partir de la partition d'un échantillon représentatif d'entreprises italiennes en fonction de la taille de la différence entre leur prix et leur coût marginal de production, qui représente leur pouvoir de marché[37]. L' analyse donne des résultats concordants avec ceux de Caballero[1991] : l'incertitude a un effet négatif deux fois plus important pour une entreprise dont le pouvoir de marché est supérieur au pouvoir de marché moyen.

Nous intégrons directement par la suite (section 3) la structure industrielle par l'intermédiaire du prix de revient. En effet le régulateur permet différentes évolutions du prix de revient selon l'environnement concurrentiel de l'entreprise. L'entreprise modifie alors ses croyances sur la distribution de probabilité des rendements futurs du projet $\Phi(p)$.

2.3.3.2 L'effet positif mis en évidence quand l'entreprise est en concurrence parfaite

- Déjà Ingersoll et Ross[1992], comme Bar-Ilan et Strange[1996], n'ont pas conclu quant à l'effet de l'incertitude du taux d'intérêt sur les valeurs actuelles, parce qu'elles sont des fonctions convexes du taux d'intérêt. Pour Hartman[1972], Abel[1983], l'accroissement de l'incertitude augmente l'investissement irréversible d'une entreprise concurrentielle neutre au risque. Le rendement du capital s'accroît et il y a augmentation de investissement quand l'incertitude est plus importante, du fait de l'inégalité de Jensen et de la convexité de la fonction de profit par rapport au prix. Nous avons vu que pour Leahy et Whited[1996], les variations de l'environnement concurrentiel de l'entreprise a peu d'effet mais augmente l'investissement. Caballero[1991] a conclu sur une corrélation positive entre l'investissement et l'incertitude pour une entreprise en concurrence parfaite, qui fait face à des coûts d'ajustement de son capital symétriques et donnés. Dans ces différents cas, l'entreprise est en concurrence parfaite et de nouvelles entreprises peuvent entrer dans la branche puisque le capital est totalement expansible. Nous allons voir que ce résultat est contraire à celui obtenu dans la section suivante. Ce cas où l'entreprise ne possède pas de capital sert en effet à mettre en évidence l'effet de coût d'usage (une plus grande incertitude abaisse le niveau courant de l'investissement). Une explication tient dans les options stratégiques (que nous ne prenons pas en compte) : l'entreprise en concurrence est amenée à investir pour ne pas en laisser l'opportunité à ses concurrents.

Par contre Sarkar[2000] a démontré qu'une plus grande incertitude peut avoir un effet positif sur l'investissement si la probabilité d'investissement est prise en considération plutôt que le

[37] puisque une entreprise en concurrence pure et parfaite tarifie au coût marginal et qu'une entreprise en monopole tarife au coût moyen.

niveau du seuil critique d'investissement.

En effet, le niveau du seuil critique d'investissement p^* reste défini d'après (3.12). Sarkar[2000] a repris le modèle (3.4), posé par McDonald et Siegel[1986] et par Dixit et Pindyck[1994], pour une évolution log-linéaire du prix de revient (3.28). Il en a modifié deux hypothèses :

- la variable d'état qu'il a retenu n'est plus la valeur du projet, mais le profit courant généré par le projet (cf. Abel[1983], Smith[1994]). De la même manière, nous envisageons dans notre problématique que le prix de revient p rend compte du profit de l'investissement ;
- il a également explicité la prime de risque systématique dans l'actualisation. Ainsi d'après (3.14) donnée par le modèle MEDAF intertemporel développé par Merton[1973] dont les hypothèses sont vérifiées, le rendement attendu α s'écrit :

$$\alpha = r + \lambda\rho_{pm}\sigma,$$

où α est le taux de rendement attendu à l'équilibre ou encore le coût unitaire des capitaux propres, r est le taux d'intérêt sans risque, λ est le prix de marché constant du risque pour tout projet, ρ est le coefficient de corrélation entre le taux de rendement du projet et le taux moyen du marché et σ est la volatilité du projet d'investissement qui mesure l'incertitude. La prime de risque est le taux de rendement attendu net du projet, qui est égal à son taux de rendement attendu à l'équilibre net de son taux de croissance (3.15) :

$$\delta = \alpha - \bar{\mu}.$$

Reprenons l'exposé de cette problématique. L'entreprise cherche toujours à maximiser sa valeur, selon le programme (3.4), sachant que la variable d'état (i.e. le prix de revient) évolue suivant le mouvement brownien géométrique (3.6). Nous obtenons à nouveau l'EDO (3.7), qui admet la solution de la forme Ap^{β}, où β est racine de l'équation quadratique standard (3.8) et où β prend en compte explicitement la prime de risque. La valeur seuil de l'entreprise vérifie la condition initiale $V(0) = 0$ et nous ne retenons que la racine β positive,

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{\alpha - \lambda\rho_{pm}\sigma}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha - \lambda\rho_{pm}\sigma}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}.$$

Le seuil d'investissement se déduit de la valeur seuil de l'entreprise qui est encore définie par la condition initiale $V(0) = 0$, mais qui ne vérifie plus ni la condition de continuité (3.10), qui se

modifie :

$$V(p^*) = \frac{p^*}{r + \lambda\rho_{pm}\sigma - \bar{\mu}} - K,$$

ni la condition de dérivabilité (3.11), qui devient :

$$V(p^*) = \frac{1}{r + \lambda\rho_{pm}\sigma - \bar{\mu}}.$$

Le niveau du seuil critique d'investissement p^* est donné par la relation (3.12) en tenant compte des modifications précédentes :

$$p^* = \frac{\beta}{\beta - 1}(r + \lambda\rho_{pm}\sigma - \bar{\mu})K. \tag{3.18}$$

Ce seuil critique d'investissement p^* est toujours une fonction croissante de σ qui mesure l'incertitude, puisque $\frac{\partial p^*}{\partial \sigma} > 0$ (et que $\frac{\partial \beta(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{\partial [\beta(\sigma)-1]}{\partial \sigma}$).

La mise en évidence de ce phénomène repose sur la probabilité d'atteindre le seuil critique p^* sur un intervalle de temps T, c'est-à-dire la probabilité d'investissement, calculée par Harrison[1985] d'après la formule de Black et Scholes[38] :

$$\Pr[p > p^*] = N\left[\frac{\ln\left(\frac{p_0}{p^*}\right) + \left(\bar{\mu} + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right] + \left(\frac{p^*}{p_0}\right)^{\frac{2\bar{\mu}}{\sigma^2}-1} N\left[\frac{\ln\left(\frac{p_0}{p^*}\right) - \left(\bar{\mu} + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]$$

où p_0 est la valeur courante de l'option ;

$N[.]$ est la fonction de répartition de la loi normale standard.

D'après (3.18), cette probabilité se récrit :

$$\Pr[p > p^*] = N\left[\frac{\ln\left[\frac{p_0\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}{(r+\lambda\rho_{pm}\sigma-\bar{\mu})K}\right] + \left(\bar{\mu} + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right] + \left(\frac{(r + \lambda\rho_{pm}\sigma - \bar{\mu})K}{p_0\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)}\right)^{\frac{2\bar{\mu}}{\sigma^2}-1} N\left[\frac{\ln\left[\frac{p_0\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}{(r+\lambda\rho_{pm}\sigma-\bar{\mu})K}\right] - \left(\bar{\mu} + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right].$$

[38] qui peut s'appliquer puisque l'évolution du sous-jacent suit un mouvement brownien géométrique (cf. (3.6)).

La valeur de l'opportunité V est plus à même d'atteindre sa valeur critique $V(p^*)$ avec une volatilité supérieure. Metcalf et Hassett[1995] ont défini cet effet comme l'effet de réalisation ("*realization effect*"). L'incertitude a alors un effet positif sur l'investissement. Ce résultat ne concorde pas avec l'approche par le MEDAF. Craine[1988] a montré que selon le MEDAF le taux de rendement nécessaire d'un investissement est corrélé positivement au risque de l'investissement. Ce risque d'investissement est mesuré par la covariance des rendements de l'entreprise à ceux du marché. Ainsi une augmentation de la covariance accroît le risque de l'investissement, donc le taux nécessaire de rendement, et diminue le niveau désiré du stock de capital. Le MEDAF conclut que l'incitation à investir est d'autant moins importante que la covariance des rendements est grande.

Or Sarkar[2000] n'a pas déterminé de façon significative le signe de $\frac{\partial \Pr[p>p^*]}{\partial \sigma}$ et ne peut donc déduire qu'intuitivement qu'une probabilité supérieure se traduit par une chance plus grande que le projet soit accepté et par un effet positif sur l'investissement. Il a établi de façon empirique la corrélation positive de l'incertitude et de l'investissement qui est d'autant plus vérifiable que :

- l'incertitude sur les rendements futurs σ est faible ;
- le prix constant du risque λ fixé par le marché pour tout projet est élevé ;
- le coefficient de corrélation entre le taux de rendement du projet et le taux moyen du marché ρ_{pm} est proche de 1 ;
- le taux d'intérêt sans risque r est élevé ;
- la tendance $\bar{\mu}$ du processus d'évolution du taux espéré de rendement est faible ;
- l'intervalle de temps pendant lequel l'option d'investissement est valable T est court.

En tenant compte uniquement de cet effet, l'incertitude pourrait avoir une influence positive sur l'investissement, en particulier pour les projets d'investissement qui présentent une croissance faible et un risque peu important. Ces entreprises à croissance faible et qui prennent peu de risque peuvent se trouver dans une industrie régulée, ce qui est le cas des "*utilities*" dans l'industrie électrique et qui correspond au scénario de monopole (cf. les scénarios 1 et 2) que nous avons envisagé. Mais Abel et Eberly[1995] ont mis en évidence que l'incertitude a deux effets de sens opposé sur un investissement complètement irréversible et expansible.

2.3.4 Mise en évidence de l'effet d'inertie et de l'effet d'hysteresis

2.3.4.1 Définition - Après avoir remarqué que les différents travaux ne concordent pas quant à leur conclusion sur un effet net négatif ou positif de l'irréversibilité et de l'incertitude sur l'investissement macroéconomique, nous en donnons une explication à partir des deux effets démontrés par Abel et Eberly[1995]. L'effet d'inertie ("*user-cost effect*") et l'effet d'hysteresis ("*hangover effect*") du capital se définissent ainsi :

- en termes de coût d'opportunité. L'effet d'inertie (cf. Bertola[1988][39], Pindyck[1988*b*], Dixit[1989,1992], Dixit et Pindyck[1994]) se produit parce que l'entreprise anticipe que la contrainte d'irréversibilité est liante par rapport au futur, et qu'il est donc moins intéressant pour elle d'investir à la date courante plutôt que dans le futur. L'augmentation de l'incertitude accroît ce coût d'usage pour un investissement irréversible (ce qui provoque la diminution de l'investissement), alors qu'elle est sans effet sur un investissement réversible (défini en sous-section 3.4 du chapitre 2, par l'expression (2.10)). L'existence de cet effet, comme nous l'avons vu dans la revue de littérature de Carruth et al.[1998], est mise en évidence quand l'entreprise ne possède pas de capital initial lors, par exemple, de son entrée dans la branche en environnement de concurrence parfaite. Il n'y a alors que cet effet (il n'y a pas d'effet d'hysteresis) et nous retrouvons le résultat intuitif de la littérature, à savoir que l'augmentation de l'incertitude réduit l'investissement ;
- en termes d'accroissement de la valeur de l'unité marginale d'investissement. L'effet d'hysteresis a été mis en évidence par Dixit[1989, 1992] dès qu'il y a asymétrie des coûts d'achat et de revente du capital, qui existe même quand les coûts irrécupérables sont faibles. Pindyck[1993*b*] a montré que les rendements d'échelle constants assurent la substituabilité du capital par rapport aux autres facteurs, c'est-à-dire la convexité du rendement marginal du capital par rapport au prix de revient. L'entreprise est capable de moduler sa production, même à partir d'un capital en proportion fixe, de sorte qu'elle n'utilise pas toutes les unités de production à chaque fois que le prix de revient est bas. L'effet d'hysteresis continue à se produire puisque l'irréversibilité du capital empêche l'entreprise de vendre son capital à un prix positif dès que la demande est inhabituellement basse. Cette entreprise détient alors plus de capital qu'elle ne le voudrait, parce que le capital courant de l'entreprise dépend de son comportement d'investissement passé (même si elle souhaite à présent inverser ce comportement) et non parce qu'elle n'est pas rationnelle.

[39] d'après Dixit et Pindyck[1994], Trigeorgis[1996].

L'accroissement de l'incertitude entraîne une hausse du niveau d'investissement.

L'effet d'inertie et l'effet d'hysteresis sont dus à l'irréversibilité, mais à la différence de Bentilola et Bertola[1990], Abel et Eberly[1995] n'ont pas établi que l'irréversibilité augmente la valeur attendue du stock de capital. Ces deux effets sont à prendre en compte simultanément, mais ils sont de sens opposé et ils sont accentués par l'incertitude. Nous ne pouvons démontrer l'importance relative de l'un par rapport à l'autre.

En effet l'irréversibilité de l'investissement a deux effets, déjà décrits par Caballero[1997] qui a affirmé sans le prouver que l'entreprise possède alors en moyenne plus ou moins de capital dans un monde sans friction. Or ces deux effets jouent en sens opposé sur le stock de capital à long terme quand l'incertitude augmente. L'effet net de l'incertitude sur l'investissement irréversible dépend donc de l'amplitude de la différence entre le coût d'opportunité et l'augmentation de la valeur de l'unité marginale de capital.

2.3.4.2 L'analyse du problème par l'approche de Jorgenson - Pour pouvoir analyser les deux effets d'hysteresis et d'inertie séparément, il ne faut pas avoir recours aux options réelles. C'est l'approche du coût d'usage de Jorgenson[1963] qui est retenu par Abel et Eberly[1995]. Nous allons reprendre la ca-ractérisation de la production (2.21) de Dixit et Pindyck[1998], déjà utilisée par Bertola[1988][40], Bentolila et Bertola[1990], Dixit[1991], Bertola et Caballero[1994], Abel et Eberly[1994].

L'entreprise doit servir une demande iso-élastique,

$$Q_t = \theta_t p_t^{-\eta},$$

où Q_t est la quantité demandée d'électricité, p_t est le prix de production, θ_t est l'aléa de la demande et $\eta > 1$ est l'élasticité prix de la demande à la date courante t.

L'électricité est un bien non stockable et pour mettre en évidence les deux effets d'hysteresis et d'inertie, nous allons supposer que la quantité d'électricité est produite à rendements constants, même si les rendements dans le nucléaire sont croissants. Cette production peut, alors, être exprimée comme une fonction Cobb-Douglas :

$$Q_t = L_t^{1-\alpha} K_t^{\alpha},$$

où L_t est le travail, K_t est le capital, dont la part α est telle que $0 < \alpha < 1$. Ces deux facteurs sont utilisés pour produire cette quantité à la date courante t.

[40] Cf. référence non consultée.

L'entreprise maximise son profit d'exploitation courant net des coûts variables des facteurs de production (i.e. finalement du coût variable du facteur travail), soit :

$$\pi(K_t, \theta_t) = \max_{L_t} \left[p_t Q_t - w L_t \right],$$

où w est le taux de salaire supposé constant.

De façon équivalente, ce profit d'exploitation maximum peut se récrire :

$$\pi(K_t, \theta_t) = K_t \left\{ \max_{l_t} \left[\left(\frac{\theta_t}{K_t} \right)^{\frac{1}{\eta}} l_t^{1-\frac{1}{\eta\upsilon}} - w l_t \right] \right\}, \tag{3.19}$$

où $l_t = \frac{L_t}{K_t}$ est le ratio travail par rapport au capital et $0 < \frac{1}{\eta} < \upsilon = \frac{1}{1+\alpha(\eta-1)} < 1$.

La condition du premier ordre de la résolution du programme (3.19) nous permet d'obtenir la valeur du ratio à l'optimum, soit :

$$l_t = w^{-\eta\upsilon} \left(\frac{\eta\upsilon}{\eta\upsilon - 1} \right)^{-\eta\upsilon} \left(\frac{\theta_t}{K_t} \right)^{\upsilon},$$

et le profit maximum d'exploitation courant est égal à :

$$\pi(K_t, \theta_t) = \frac{h}{1-\upsilon} \theta_t^{\upsilon} K_t^{1-\upsilon},$$

où $h = (1-\upsilon) \left(\frac{1}{\eta\upsilon} \right)^{\eta\upsilon} (\eta\upsilon - 1)^{\eta\upsilon - 1} w^{1-\eta\upsilon} > 0$.

Ce profit d'exploitation courant dépend donc du capital et de la demande qui évoluent dans le temps. Nous savons que l'entreprise peut acheter le capital à un prix constant $k > 0$ mais que ce capital étant irréversible, elle ne peut pas le revendre. Cependant il ne se déprécie pas. Quant à la demande, nous supposons qu'elle évolue de façon exogène, comme (2.22), selon un mouvement brownien géométrique, i.e.

$$\frac{d\theta}{\theta_t} = \mu dt + \sigma dz,$$

où l'incertitude est mesurée par la volatilité du mouvement σ qui par hypothèse est supposée positive ($\sigma > 0$) sachant que z_t est un processus de Wiener standard, et où il y a une demande initiale d'électricité, $\theta_0 > 0$.

L'entreprise neutre au risque escompte ses flux de trésorerie au taux constant r tel que $r > \mu$ (McDonald et Siegel[1986]) et maximise sa valeur :

$$V(K_t, \theta_t) = \max E_t \left\{ \int_0^{\infty} e^{-rs} \left[\pi \left(K_{t+s}, X_{t+s} \right) ds - k dK_{t+s} \right] \right\},$$

que nous pouvons également récrire comme en (3.4) :

$$V(K_t, \theta_t) = \max\left\{\pi(K_t, \theta_t)dt + (1 - rdt)V(K_t, \theta_t)dt + E[dV]; 0\right\},$$

sachant que $\pi(K_t, \theta_t)$ est le flux de trésorerie du projet à la période courante.

Nous obtenons alors l'équation de Bellman à partir de la relation (3.5) :

$$rV(K_t, \theta_t) = \pi(K_t, \theta_t) + \mu\theta V_\theta(K_t, \theta_t) + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V_{\theta\theta}(K_t, \theta_t),$$

c'est-à-dire

$$rV(K_t, \theta_t) = \frac{h}{1-\upsilon}\theta_t^\upsilon K_t^{1-\upsilon} + \mu\theta V_\theta(K_t, \theta_t) + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V_{\theta\theta}(K_t, \theta_t).$$

Cet investissement marginal augmente la valeur de l'entreprise à la marge de :

$$rV_K(K_t, \theta_t) = h\left(\frac{\theta_t}{K_t}\right)^\upsilon + \mu\theta V_{\theta K}(K_t, \theta_t) + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V_{\theta\theta K}(K_t, \theta_t). \tag{3.20}$$

La fonction V est homogène de degré 1 et V_K est alors homogène de degré 0. Nous récrivons le prix fictif du capital avec les changements de variables suivants : $V_K(K_t, \theta_t) = f(X_t)$, où $\frac{\theta_t}{K_t} = X_t$. En appliquant le lemme d'Itô,

$df = dV_K = \left[\frac{\partial V_K}{\partial t} + \mu\theta\frac{\partial V_K}{\partial \theta} + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2\frac{\partial^2 V_K}{\partial \theta^2}\right]dt + \sigma\theta\frac{\partial V_K}{\partial \theta}dz$

$\Longrightarrow \frac{1}{dt}E[df] = \mu\theta V_{\theta K} + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V_{\theta\theta K}$.

L'équation différentielle partielle (3.20) se récrit :

$$rf = h\left(X\right)^\upsilon + \frac{1}{dt}E[df]. \tag{3.21}$$

Les relations aux bornes permettent comme précédemment de déterminer les zones optimales d'investissement et d'attente.

La condition initiale montre que si la valeur d'une unité supplémentaire de capital est inférieure à sa valeur future, $f(X) < k$, il n'est pas optimal pour l'entreprise d'acheter du capital. Elle ne commence à le faire que pour $f(X) = k$, c'est-à-dire quand $X = X_L$.

La condition de continuité indique que la valeur d'une unité supplémentaire de capital est égale à sa valeur future, puisque le capital est irréversible mais expansible. Il est optimal d'acheter du capital à un prix égal à son coût,

$$f(X_L) = k. \tag{3.22}$$

La condition de dérivabilité signifie que la valeur d'une unité marginale de capital ne se modifie pas quand il y a investissement pour une variation de la demande θ. En effet $dK = 0$

pour $X < X_L$ (cf. "*bad news principle*" de Bernanke[1983a]). Si $f_\theta = \frac{\partial f}{\partial \theta}$, alors la condition de dérivabilité s'écrit :

$$f_\theta(X_L) = 0. \tag{3.23}$$

Le coût d'usage étendu de Jorgenson[1963] se définit à partir de son expression (2.59) (retenue par référence à la VAN), mais où le prix futur du capital est réinterprété selon (2.60) comme la valeur attendue du prix fictif du capital à la période future. Le critère de Jorgenson indique à l'entreprise qu'elle peut déclencher son investissement à partir du moment où le coût marginal de l'investissement courant est égal au revenu marginal du capital,

$$c(X) = hX^v. \tag{3.24}$$

Nous pouvons déduire des évolutions du capital et de la demande l'évolution du ratio de la demande par rapport au capital,

$$dX = \left(\mu - \frac{dK}{K}\right) X dt + \sigma X dz. \tag{3.25}$$

Or d'après le lemme d'Itô, $df = \left[\frac{\partial f}{\partial t} + (\mu - dK)\, X \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}\right] dt + \sigma X \frac{\partial f}{\partial \theta} dz$.

Nous savons aussi que :

$dK = 0$ pour $X < X_L$ et $f_\theta(X_L) = 0$ pour $X = X_L$, soit finalement $dK f'(X_L) = 0$.

Nous pouvons alors récrire l'EDP (3.21),

$$rf(X) = hX^v + \mu X f_\theta(X) + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 f_{\theta\theta}(X). \tag{3.26}$$

Nous recherchons alors une solution $f(X)$ sous la forme BX^β qui satisfait l'équation :

$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 f_{\theta\theta}(X) + \mu X f_\theta(X) - rf(X) = 0$,

où β est la solution de l'équation quadratique standard (3.8) :

$$F(\beta) = \frac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\beta - r = 0.$$

L'équation quadratique standard $F(\beta) = 0$ admet deux racines,

$$\begin{cases} \beta_N = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0\,; \\ \beta_P = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 0, \end{cases}$$

avec $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 < r$, condition de McDonald et Siegel[1986] pour qu'il soit optimal pour l'entreprise d'investir.

Du fait de la condition initiale, la valeur marginale du capital reste finie (même quand $X = \frac{\theta}{K} \to 0$) et donc la solution de (3.26) est obtenue comme la somme de la solution particulière de $F(\upsilon) = hX^{\upsilon}$ et de la solution générale de $F(\upsilon) = 0$, c'est-à-dire

$$f(X) = AX^{\upsilon} + BX^{\beta_P}, \tag{3.27}$$

où

$$A = \frac{h}{F(\upsilon)}.$$

Nous obtenons la valeur de la constante B à partir des conditions aux bords, à savoir la condition de continuité (3.22) et la condition de dérivabilité (3.23).

En remplaçant $f(X_L)$ par sa valeur exprimée en (3.27) dans l'expression (3.23),

$f_\theta(X_L) = 0 = A\upsilon X^{\upsilon-1} + B\beta_P X^{\beta_P-1}$

$\iff A\upsilon X^{\upsilon-1} = -B\beta_P X^{\beta_P-1}$

$\iff \frac{X^{\upsilon}}{X^{\beta_P}} = -\frac{B\beta_P}{A\upsilon}$.

Nous remplaçons X_L dans (3.22), $f(X_L) = k = -\frac{B\beta_P}{\upsilon}X^{\beta_P} + BX^{\beta_P}$

$\implies BX^{\beta_P}\left(\frac{\upsilon-\beta_P}{\upsilon}\right) = k$, soit :

$$B = \frac{1}{X^{\beta_P}}\left(\frac{\upsilon}{\upsilon-\beta_P}\right)k.$$

Les expressions du coût marginal de l'investissement (3.24), et de la valeur marginale du capital (3.27) se récrivent :

$$\left(\frac{c}{h}\right)^{\frac{1}{\upsilon}} = X_L \iff c = \left(1 - \frac{\upsilon}{\beta_N}\right) rk \text{ (3.24)},$$

expression[41] du coût d'usage de Jorgenson[1963] généralisée pour tenir compte de la possibilité d'attente qui définit la zone optimale d'investissement d'après cette frontière hX^{υ} 6 c :

$$f(X) = AX^{\upsilon} - \left(\frac{\upsilon}{\beta_P - \upsilon}\right)k\left(\frac{X}{X_L}\right)^{\beta_P} \text{ (3.27)}.$$

[41] En revanche cette expression ne prend pas en compte la dépréciation du capital, qui n'existe pas par hypothèse.

2.3.4.3 La valeur attendue du stock de capital dépend de ces deux effets - Nous cherchons à expliciter la zone d'investissement à partir de la frontière, $hX^{\upsilon} \leq c$. Il n'est jamais optimal d'investir ($dK = 0$) si $X < X_L$, l'évolution (3.25) du ratio de la demande par rapport au capital se simplifie en $dX = \mu X dt + \sigma X dz$. Le lemme d'Itô permet d'en déduire l'évolution de X^{υ} :

$dX^{\upsilon} = \left[\mu X \upsilon X^{\upsilon-1} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \upsilon\left(\upsilon-1\right) X^{\upsilon-2}\right] dt + \sigma X \upsilon X^{\upsilon-1} dz$

$\Longrightarrow \frac{dX^{\upsilon}}{X^{\upsilon}} = \left[\mu\upsilon + \frac{1}{2}\sigma^2\upsilon\left(\upsilon-1\right)\right] dt + \sigma\upsilon dz$ où $\mu > \frac{1}{2}\sigma^2$.

D'après $hX^{\upsilon} \leq c \Longrightarrow h\left(\frac{\theta}{K}\right)^{\upsilon} \leq c$

$$\Longrightarrow \left(\frac{c}{h}\right)^{-\frac{1}{\upsilon}} \theta_t \leq K_t.$$

Or le capital ne se déprécie pas et ne peut être revendu. Nous pouvons donc supposer que le capital courant a été acheté pour répondre à la demande maximale depuis la période initiale $t = 0$, c'est-à-dire

$$K_t = \left(\frac{c}{h}\right)^{-\frac{1}{\upsilon}} \max_{0 \leq s \leq t} \theta_s.$$

Si le capital initial est nul, $K_0 = 0$, et si nous normalisons l'évolution de la demande, $\theta_0 = 1$, alors la valeur attendue à cette période initiale du stock de capital futur est :

$$E_0(K_t) = \left(\frac{c}{h}\right)^{-\frac{1}{\upsilon}} E\left[\max_{0 \leq s \leq t} \theta_s / \theta_0 = 1\right].$$

D'après Harrison[1985],

$$E\left[\max_{0 \leq s \leq t} \theta_s/\theta_0 = 1\right] = \frac{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}{\mu} N\left[\frac{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma}\sqrt{t}\right] e^{\mu t} + \frac{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2}{\mu} N\left[-\frac{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma}\sqrt{t}\right]$$

et finalement

$$E_0(K_t) = \left(\frac{c}{h}\right)^{-\frac{1}{\upsilon}} \left(\frac{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}{\mu} N\left[\frac{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma}\sqrt{t}\right] e^{\mu t} + \frac{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2}{\mu} N\left[-\frac{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma}\sqrt{t}\right]\right),$$

où $N[.]$ est la loi normale standard.

Si le capital est totalement réversible, nous savons que le coût d'usage de Jorgenson[1963] du capital est juste égal à son rendement marginal :

$$c^R = rk,$$

et qu'en moyenne le stock courant de capital réversible est adapté pour répondre à la demande courante (et il n'est donc plus proportionnel au maximum de cette valeur de la demande de la date initiale à la date courante $\max_{0 \leq s \leq t} \theta_s$), avec $K^R = \left(\frac{c^R}{h}\right)^{-\frac{1}{v}} \theta$,

$$E_0\left[K_t^R\right] = \left(\frac{c^R}{h}\right)^{-\frac{1}{v}} E\left[\theta_t/\theta_0 = 1\right] = \left(\frac{c^R}{h}\right)^{-\frac{1}{v}} e^{\mu t}.$$

Abel et Eberly[1995] ont comparé la valeur attendue du stock de capital irréversible courant par rapport à celle du stock de capital totalement réversible courant, à partir de leur ratio :

$$\mathcal{K}(t) = \frac{E\left[K_t/\theta_0 = 1\right]}{E\left[K_t^R/\theta_0 = 1\right]} = CH(t),$$

où l'effet d'inertie est mesuré par $C = \left(\frac{c}{c^R}\right)^{-\frac{1}{v}} = \left(1 - \frac{v}{\beta_N}\right)^{-\frac{1}{v}} < 1$ avec $e^{-1} < e^{\frac{1}{\beta_N}} < C < 1$;

l'effet d'hysteresis est $H(t) = \frac{E\left[\max_{0 \leq s \leq t} \theta_s/\theta_0 = 1\right]}{E[\theta_t/\theta_0 = 1]} > 1$, $t > 0$ (d'après l'hypothèse $K_0 = 0$, il n'y a pas d'effet d'hysteresis à la période initiale) avec $H(0) = 1$ et $1 < H(\infty) = 1 + \frac{\sigma^2}{2\mu} < 2$.

Le ratio des stocks attendus de capital irréversible par rapport au capital réversible est défini tel qu'à la période initiale $t = 0$, seul l'effet de coût d'usage joue : $\mathcal{K}(0) = CH(0) = C < 1$. L'irréversibilité réduit alors la valeur attendue du stock de capital irréversible initial. Il n'y a pas d'effet d'hysteresis parce que l'entreprise n'a pas encore accumulé de capital dans le passé.

Mais au fur et à mesure du déroulement du temps, l'effet d'hysteresis se produit en sens inverse. Selon les paramètres du problème (et la modification de la distribution de probabilité de la demande aléatoire que sert l'entreprise, préservant soit la moyenne, soit la médiane), le stock attendu du capital irréversible peut éventuellement être supérieur au stock attendu de capital réversible, ou peut très bien rester inférieur à long terme ($\mathcal{K}(\infty) = CH(\infty)$). Ce résultat est très différent de celui trouvé par Bentolila et Bertola[1990], à savoir que l'irréversibilité augmente la valeur attendue du stock de capital à long terme qui converge vers sa valeur d'état régulier à long terme.

2.3.5 L'accumulation à long terme du capital

Ainsi Abel et Eberly[1995] ont analysé l'accumulation à long terme du capital à partir d'une seule entreprise soumise à l'incertitude sur le rendement du capital, qui suit un mouvement brownien géométrique. Caballero[1997] a noté que peu d'études concernent le stock de capital attendu sur le long terme, la littérature s'intéressant plutôt au stock espéré de capital

courant. Pindyck[1993*b*], Dixit et Pindyck[1994] ont constaté que l'incertitude et l'irréversibilité de l'investissement accroissent l'asymétrie du rendement futur du capital dans un secteur concurrentiel. En effet quand les états de la nature sont favorables (p_H défini à la sous-section 1.1 du chapitre 2, d'après Abel et al.[1996]), de nouvelles entreprises investissent (l'entrée est libre, i.e. que l'expansion du capital est complète). Mais les entreprises présentes dans la branche ne peuvent pas en sortir quand les états de la nature sont défavorables (p_L), du fait de l'irréversibilité[42] de leur capital. En incertitude cette asymétrie abaisse le stock espéré de capital courant. Cependant Pindyck[1993*b*], Dixit et Pindyck[1994] n'ont pas conclu quant à une baisse du capital moyen de long terme, étant donné l'existence de l'effet d'hysteresis défini plus précisément par Abel et Eberly[1995].

Mash[1999] a alors montré que le stock moyen de capital à long terme augmente, au moins pour une technologie Cobb-Douglas et un capital qui se déprécie dans le temps. Puisque dans les états du monde défavorables, l'irréversibilité entraîne une augmentation du stock de capital, l'effet d'hysteresis domine l'effet d'inertie. Mash[1999] a précisé que ce résultat ne nécessite pas la convexité du rendement du capital par rapport à la variable aléatoire[43], le rendement de l'unité de capital.

Les études empiriques se limitent à l'estimation de l'effet de l'incertitude et de l'irréversibilité sur une seule variable du processus d'investissement : soit le seuil, soit le montant. La théorie des options réelles considère que les caractéristiques du projet sont exogènes. Harchaoui et Lasserre[1995, 1999] ont déterminé la programmation de l'investissement à partir du prix optimal de déclenchement, ainsi que le choix d'échelle d'exploitation, une fois la décision d'investissement retenue. Le projet d'investissement est endogène à l'information qui prévaut à la date d'investissement. Cette endogénéisation se fait par un choix technologique et un choix d'échelle ex ante, modélisée par une fonction de production putty-clay[44].

Les estimations économétriques de la programmation et de l'échelle de l'investissement en capacité montrent que le critère de la VAN aboutit à un sous-investissement par rapport à la réalité. Le seuil de déclenchement de l'investissement et son montant, déterminés par le critère des options réelles[45], sont des estimations significatives des données empiriques retenues

[42] Driver[1999] a vérifié économétriquement en termes de perte de profit, que la variable la plus pertinente est le degré de non expansibilité plutôt que le degré d'irréversibilité du capital.

[43] Mash[1999] a effectivement mené son raisonnement en temps discret.

[44] Dans une fonction de production putty-clay, il y a substituabilité ex ante et complémentarité ex post des facteurs de production K et L.

[45] Ils ont expliqué économiquement et statistiquement la taille et la date des investissements dans les mines de

par Harchaoui et Lasserre[1995, 1999]. Il est intéressant pour nous de mettre en avant deux hypothèses du modèle, que nous poserons dans le cadre d'une production en base d'électricité d'origine nucléaire sur un marché réglementé (section 3). Le prix du bien final est la seule source d'incertitude, et le capital est irréversible et indivisible (i.e. l'équipement fonctionne à pleine capacité sans interruption).

Nous venons de constater la disjonction des deux problématiques de déclenchement de l'investissement et de son échelle. Tout intérêt pour le premier aspect de la décision de l'entreprise ne permet pas d'en déduire l'échelle du projet envisagé. Nous nous attacherons dans la suite de ce travail à déterminer l'effet de la déréglementation sur le seuil optimal d'acceptation du projet marginal par l'entreprise, sans remettre en cause dans un premier temps l'hypothèse de Modigliani et Miller[1958] de séparation des décisions d'investissement et de financement. Nous lèverons cette hypothèse dans le chapitre suivant.

Section 3 Déréglementation et investissement : effet de l'évolution du prix de revient sur la valeur du projet

A la suite de la Directive électrique européenne du 19 décembre 1996, la structure industrielle du secteur de la génération électrique se modifie. En France le producteur était auparavant intégré dans un monopole naturel public. Or les articles 4, 5 et 6 de la Directive électrique ouvrent le secteur de la génération aux producteurs indépendants. Contrainte de plus à la séparation ("*unbundling*") comptable de ses activités, Electricité de France (EdF) va devenir un producteur indépendant. La Directive ne prévoit pas le type de modification de la structure industrielle qu'entraîne l'ouverture à la concurrence. Nous envisageons, par référence au cas britannique, l'émergence du pool électrique européen dont l'existence ne sera pas obligatoirement concrétisée. Cependant si le pool[46] est la structure industrielle retenue, il ne sera pas créé avant l'ouverture totale du secteur de la génération en 2006.

cuivre canadiennes, les investisseurs étant "averses" (Laffont[1991, p. 269]) ou neutres au risque. Ils ont également montré à partir de simulations avec un processus de retour à la moyenne, que ces résultats ne dépendent pas de façon significative de l'hypothèse que le prix du bien final suit un mouvement brownien géométrique.

[46]Le pool peut ne pas être obligatoire par référence à l'Electricity Pool of England and Wales, ou l'être au contraire si nous prenons en compte le New Electricity Trading Arrangements.

Cette évolution du cadre institutionnel prend en compte la décentralisation de la politique électrique qui fait suite à l'ouverture à la concurrence européenne du secteur. Elle est schématisée par le passage de l'entreprise du monopole au pool concurrentiel. La structure industrielle est contrôlée par un régulateur qui agit pour le compte de la collectivité. Ce régulateur exerce son influence sur le prix de revient de l'entreprise.

Pour éviter tout abus de position dominante, il contraint[47] l'entreprise en monopole à pratiquer un prix de revient dont l'évolution constante a été fixée préalablement pour répondre à l'évolution planifiée de la demande en base : la réglementation monopolistique est au coût du service dans un état stationnaire (scénario 1)[48]. Il peut même épisodiquement ajuster à la baisse le taux de rendement de ce "*cost plus*", ayant pour objectif[49] d'assurer l'efficacité des coûts de production (scénario 2). En revanche le régulateur encadre l'entreprise présente sur le pool (sur l'exemple britannique de l'Electricity Pool of England and Wales, et depuis le 1 avril 2001 du New Electricity Trading Arrangements) pour maintenir la concurrence. Le but de la déréglementation qui a introduit la concurrence dans le segment de la production, est de faire baisser le prix de revient à la suite du coût marginal en développement. Le prix du pool[50] est unique pour toute entreprise génératrice. Il est établi à partir du coût marginal de la dernière centrale appelée par le pool sur la base d'un système d'enchères par ordre de mérite ("*in the merit order*"). Le régulateur fixe les règles de fonctionnement du pool. Il détermine ainsi l'évolution à la baisse du prix de revient qui s'impose à l'entreprise. Nous ne nous intéresserons pas plus à la réglementation mise en place par le régulateur pour résoudre ses problèmes d'asymétrie d'information avec l'entreprise[51]. Mais le marché en concurrence est le lieu de la libre confrontation de l'offre et de la demande : le prix de revient, qui diminue en tendance, est volatile (scénario 3). Mais l'existence de ce marché concurrentiel peut favoriser l'entrée d'une technologie moins irréversible, moins capitalistique, dont les délais de construction sont plus courts, et qui est plus facilement finançable par endettement car elle est moins risquée. Cette

[47] Cette contrainte nous permet de faire entrer l'entreprise en monopole dans le cadre des hypothèses d'une entreprise preneuse de prix. L'entreprise "*price maker*" est publique et doit répondre aux missions d'intérêt collectif que lui fixe l'Etat, régulateur du marché, c'est-à-dire qu'elle est soumise à la baisse de son prix de revient.

[48] Ces scénarios ont été définis à la section 1 du chapitre 1.

[49] "[l]es objectifs réglementaires incluent habituellement l'incitation à l'efficacité allocative et productive, la minimisation des rentes d'information, l'évitement des captures, et le développement d'accords crédibles" (Armstrong, Cowan et Vickers[1997, p. 165]).

[50] Nous avons pris comme exemple empirique le fonctionnement du pool britannique.

[51] La théorie de l'agence aborde les questions de révélation des préférences de l'entreprise au régulateur.

technologie des cycles combinés au gaz détermine alors le coût marginal en développement et l'évolution du prix de revient en tendance (scénario 4).

Dans ces différents cas de réglementation, nous allons calculer le prix de revient à partir duquel il est optimal pour l'entreprise d'investir. Si le respect des missions de service public reste à la charge du régulateur, il n'en est plus de même pour la politique d'investissement qui est du ressort de l'entreprise. L'entreprise doit construire ses équipements de production dont le coût est à sa charge mais dont elle encaissera les recettes. L'entreprise rationnelle décidera de réaliser tout investissement de profit espéré positif, de façon à maximiser sa valeur. Cette valeur dépend du prix de revient (cf. section 1, chapitre 1), dont l'évolution rend compte de la structure industrielle.

Le prix de revient est aléatoire sauf dans un cas particulier de monopole certain, ce qui nous permettra de comparer les règles d'investissement de la théorie des options réelles et de la valeur actuelle nette. L'évolution de ce prix est nécessaire pour représenter la décision d'investissement de l'entreprise dans le temps. Cependant à la différence des options financières, nous n'allons plus considérer l'évolution exponentielle du sous-jacent, puisque toute modification de la structure industrielle se répercute sur la dynamique de l'évolution du prix de revient. Ainsi le prix de revient est le seul paramètre que l'entreprise ne contrôle pas en partie et qui pourtant guide sa décision d'investissement.

Nous nous posons la question de savoir si la modification de l'évolution du prix de revient sous-jacent a une influence sur l'exercice de l'option d'attente, c'est-à-dire sur la décision d'investissement dans un projet marginal nucléaire.

Pour mettre en évidence les effets de la déréglementation sur la décision d'investissement irréversible de l'entreprise, nous posons les mêmes hypothèses qu'à la section précédente. L'investissement marginal est complètement expansible et irréversible, c'est-à-dire que l'option d'attente est composée d'une seule option d'achat que nous devons évaluer. Nous parlerons indifféremment de valeur de l'entreprise ou de valeur du projet, puisque la décision incrémentale ne modifie pas le parc de production existant de l'entreprise : il n'y a pas de possibilité de revente du capital. De même, dans la section suivante qui intègre le financement du projet, l'entreprise ne s'endette que pour le projet incrémental, et la dette déjà existante reste constante.

La technologie nucléaire française étant standardisée, il n'y a pas d'incertitude sur le coût du capital. Ce n'est pas le cas de l'industrie nucléaire américaine, qui doit prendre en compte l'incertitude du coût du capital pendant la durée de construction de la centrale (Pindyck[1993a]). En

revanche, nous constatons que le coût du capital bénéficie des économies d'échelle[52] et d'effets externes positifs d'une implantation sur un même site[53]. Marshall et Navarro[1991] ont constaté que la variable d'échelle n'est pas significative dans le coût de construction des centrales. La robustesse de cette conclusion peut être mise en cause, parce que l'échantillon représentatif de cette étude est constitué de centrales japonaises moins standardisées. Néanmoins nous pouvons admettre que le régulateur (l'Etat ou le pool) contraigne EdF à programmer son investissement pour un nombre donné de tranches et à regrouper ses réacteurs sur les sites. Il faut tenir compte non seulement des effets des actions de l'entreprise, mais aussi de celles de ses concurrents, qui modifient de façon exogène[54] le prix d'achat du capital. L'industrie nucléaire française étant compétitive pour la production en base, nous supposons que le coût initial du capital est constant et que son investissement est complètement expansible. Les effets de la concurrence sur ce coût ne sont intégrés dans cette analyse que comme des extensions possibles.

Nous ne nous intéressons pas à la politique de production de l'entreprise, qui est imparfaitement substituable à la politique d'investissement (Mauer et Triantis[1994]). L'entreprise produit en base, à pleine capacité de production, une quantité constante (admettons que le nucléaire hors base soit destiné aux exportations). La technologie est standardisée et les coûts de production sont constants.

3.1 Le cas du monopole : l'évolution contrôlée du tarif

La construction du parc de production d'un pays est confiée le plus souvent à un monopole national, qui est le mieux à même de gérer ce parc de façon optimale. En effet, Bergougnoux[1987] a montré que l'efficacité économique implique que la structure du parc de production soit optimale (le parc est alors dit adapté), c'est-à-dire qu'elle satisfasse la demande au moindre coût. De plus le théorème de rendement social spécifie qu'une condition nécessaire pour qu'un état de l'économie soit optimal, est que les prix soient proportionnels aux coûts marginaux de production. Le choix des équipements a pour objectif de minimiser les coûts en développement de la production électrique. Le nucléaire est retenu pour fournir la demande en base, parce que c'est un actif économiquement peu risqué par rapport aux autres technologies

[52] Le kW installé coûte moins cher pour un programme de construction de 10 tranches que pour celui de 4 tranches (cf. les tableaux de coûts d'investissement de la DIGEC[1997], reproduits en annexe 3-a). Par exemple, Dixit[1995] a abordé ce point dans la littérature.

[53] Cf. Lester et McCabe[1993].

[54] En n'envisageant que la décision optimale d'investissement d'une entreprise, nous ne nous préoccupons pas des décisions d'entrée-sortie de la branche (Dixit et Pindyck[1998, p. 6]).

productives : les incertitudes des coûts des centrales thermiques classiques sont plus importantes que celles qui sont relatives au nucléaire, du fait de la volatilité des prix des combustibles fossiles. Ce risque se pose également en termes d'indépendance énergétique du pays. L'entreprise en monopole fait le choix de ce type d'équipement pour répondre à la demande d'électricité en base, dont elle a planifié l'évolution.

Dans le cas d'une industrie de réseau, l'entreprise intégrée à rendement croissant et donc en monopole se voit imposer par l'Etat, autorité régulatrice dont l'objectif est l'optimum collectif, un tarif fondé sur le coût marginal de production que le marché ne peut pas révéler. Ce cas déterministe de contrôle des prix est un cas d'école. Il nous permet d'établir la règle d'investissement du critère de la valeur actuelle nette. Il nous sert ainsi de base de comparaison avec les règles d'investissement en incertitude, déduites du critère de la théorie des options réelles. Il illustre également la planification de la production à laquelle EdF a été soumise de 1946 à 1996 (date du vote de la Directive, à partir de laquelle EdF envisage un autre type de réglementation). EdF a dû mettre en place le réseau électrique français, dans la logique du contexte d'après-guerre de vision keynésienne de l'état, c'est-à-dire pour satisfaire l'intérêt général que l'Etat est le mieux à même de connaître. La demande d'électricité est déterminée à partir d'une planification annuelle et prévisionnelle des monotones de charge, et l'offre y répond : l'environnement est certain.

Nous retrouvons les pratiques tarifaires d'EdF. Ces problèmes de tarification mettent en avant la variable du prix, et non la variable de la quantité, pour évaluer la variation d'utilité collective. Les tarifs sont basés sur les coûts marginaux de développement. Le respect de la condition d'efficacité du parc de production ferme la boucle de cohérence[55] Régulation par l'offre-Régulation par la demande (utile à la prévision de la production en base et au déterminisme de l'évolution du prix). Il a également permis à EdF de développer son programme électronucléaire pendant ces cinquante ans. La structure optimale du parc français inclut les centrales nucléaires comme équipements en base.

Le monopole est réglementé au coût du service. Les prix reflètent tendanciellement le coût marginal en développement que la réglementation incite à diminuer. La construction du parc de production répondant à la planification des besoins, le coût marginal en développement est parfaitement déterminé. Le régulateur définit les tarifs de l'entreprise monopolistique de façon à ce que ses recettes couvrent ses coûts d'investissement et d'exploitation. Les recettes autorisées

[55] Cf. fig. (1.1) du chapitre 1.

sont égales à la somme des coûts d'exploitation, de l'amortissement et du rendement autorisé. Ce rendement autorisé dépend de la base tarifaire, valeur de l'actif parfaitement évaluée par le régulateur, et du taux de rendement. Le régulateur fixe un taux de rendement du capital qu'il ne modifiera plus par la suite, ce qui correspond à une réglementation de type "*cost plus*" en état stationnaire. Il détermine ensuite la tarification de l'entreprise, i.e. le niveau général des prix et les prix relatifs des différents services qu'elle fournit.

Dans ce premier scénario, le régulateur peut exiger de l'entreprise en monopole qu'elle pratique un tarif dont l'évolution est certaine et constante dans l'état stationnaire. En fin de développement du réseau électrique, le coût en développement n'est plus parfaitement connu : une asymétrie d'information entre l'entreprise et sa tutelle et entre les dirigeants et l'actionnaire (l'Etat) apparaît. De temps en temps, le régulateur peut la contraindre à réviser ses tarifs à la baisse, suite à un ajustement du taux de rendement fixé. Dans ce second scénario, il ne connaît plus le coût marginal en développement avec certitude. Il fixe donc le taux de rendement cible d'après une estimation de ce coût. Pour réaliser un profit positif, l'entreprise abaisse ses coûts et le régulateur qui perçoit cette information de profit positif, révise à nouveau le taux de rendement pour mettre en oeuvre une nouvelle baisse de tarif.

Notons que l'entreprise est myope par rapport à la décision du régulateur de modifier ad nutum le prix de l'électricité : elle n'anticipe pas le processus réglementaire, dans lequel elle n'intervient pas, que de façon totalement erratique, i.e. comme un choc aléatoire sur le prix de revient. Nous ne prenons pas en compte la période réglementaire (de quatre ans pour le marché britannique) et supposons que la probabilité d'occurrence de cette baisse du tarif est qualibrée sur toute cette période.

3.1.1 Le cas déterministe : la règle du "now or never"

Dans la section 2, ce cas sert déjà de référence pour démontrer que le prix de déclenchement de l'investissement en incertitude est supérieur à celui du cas certain. En incertitude, le seuil est déterminé par le critère de la théorie des options réelles. Nous avons montré, à la suite de McDonald et Siegel[1986], Dixit et Pindyck[1994], que la valeur du multiple de la valeur d'option par rapport à K, le seuil d'investissement dans le cas certain, est supérieure à 1 pour une évolution du prix de revient log-linéaire. Nous explicitons ici ce cas, parce que nous allons être amenés à le modifier pour prendre en compte de l'endettement.

3.1.1.1 Le problème - Dans le contexte d'état stationnaire du scénario 1, contexte d'évolution de la demande connue, la fluctuation du coût marginal de long terme est également certaine. Le prix est proportionnel au coût marginal en développement qui diminue. Son évolution dans le temps est connue : c'est le trend $\bar{\mu}$ 6 0. Ainsi

$$dp = \bar{\mu}dt \tag{3.28}$$

puisqu'il n'y a pas d'incertitude ($\sigma = 0$ dans l'équation (3.3)).

Dans ce cas déterministe, la règle d'investissement a répond, pour Dixit et Pindyck[1994], à une stratégie "*now or never*". La détermination du seuil d'investissement revient à décider de retenir le projet à la date optimale[56] t^* (stratégie "*now*"). Si à cette date optimale t^* l'investissement n'est pas retenu, l'option disparaît : il n'y a pas de possibilité d'attente (stratégie "*never*"). Il est alors équivalent d'après Dixit[1992] d'utiliser le critère néoclassique de la VAN.

L'entreprise décide alors d'exercer ou non son option selon le calcul rationnel décrit par l'expression (3.1) :

$$\max_t E\left\{(p_t - K)e^{-rt}; 0\right\}.$$

Le prix de revient évolue à taux constant dans le temps, selon la dynamique $dp_t = \bar{\mu}dt$ (3.28). Le prix courant p_t est connu et s'exprime en fonction de p_0, le prix de revient à la date initial $t_0 = 0$,

$$p_t = \bar{\mu}t + p_0.$$

La date optimale t^* est la date d'échéance de l'option d'investissement. A cette date, l'entreprise doit choisir ou non d'investir. Pour la déterminer, l'entreprise doit considérer le supplément de valeur maximum attendu de l'opportunité d'investissement, c'est-à-dire le maximum espéré que le projet lui procure. La date optimale t^* est donc la solution du programme suivant :

$$V_{t^*} = V(p_t^*) = \max_t E\left[(p_t - K)e^{-rt}\right] = \max_t E\left[(\bar{\mu}t + p_0 - K)e^{-rt}\right].$$

A la suite de McDonald et Siegel[1985], nous montrons qu'il existe toujours une date à laquelle il est optimal d'investir quels que soient le trend et le taux d'actualisation, puisque $\lim_{t\to\infty} \bar{\mu}te^{-rt} = 0$ est toujours vraie, $\forall(\bar{\mu}, r) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$ (la valeur de l'entreprise V_t n'augmente pas indéfiniment avec le temps et l'investissement est toujours une meilleure politique que l'attente).

[56] de façon équivalente au prix de revient optimal p^*.

3.1.1.2 La tendance de l'évolution du prix est non positive, c'est-à-dire si $\bar{\mu} \leq 0$, le flux de trésorerie généré par le projet d'investissement p_t est soit constant, soit diminue en fonction du temps de service. La règle d'investissement est alors une règle "*now or never*" à la date initiale[57] : il est optimal d'investir immédiatement si $p_0 > p^*_{VAN} = K$, sinon il n'est jamais optimal d'investir. La règle se résume ainsi :

$$\max\{p_0 - K; 0\}$$

en $t^* = 0$, qui est la date initiale et la date d'échéance de l'option dans la stratégie d'investissement.

La décision d'acceptation ou de rejet du projet est prise en $t^* = 0$. L'investissement est toujours retenu pour $p_0 > p^*_{VAN} = K$. La valeur de l'entreprise V_t est maximale à la date optimale $t^* = 0$ de la prise de décision. Si $p_0 \leq K$, il n'est pas optimal pour l'entreprise d'investir. Comme l'entreprise suit une stratégie "*now or never*", l'entreprise ne peut pas conserver l'option et attendre pour investir. L'option disparaît et la valeur de l'entreprise reste inchangée et nulle puisque nous l'avons normalisée.

La valeur du projet nucléaire dépend de la règle d'investissement :

$$V_{t^*} = V_0 = \begin{cases} 0 \text{ si } p_0 \leq p^*_{VAN} = K\,; \\ p_0 - K \text{ si } p_0 > p^*_{VAN}. \end{cases}$$

Proposition (2). *Dans le cas d'une réglementation au coût du service stationnaire, le seuil d'investissement est déterminé par le critère de la valeur actuelle nette. Pour une entreprise autofinancée, il est égal au coût marginal du capital.*

Nous partons du constat que le parc de production est en surcapacité. Il résulte soit de l'effet Averch-Johnson, soit de la présence de plus en plus importante d'incertitude sur la demande qui se traduit par une incertitude du prix de revient. La règle de la valeur actuelle nette est remise en cause : "le recours au critère classique mène à des investissements, jugés optimaux *ex-ante* s'avèrent excessifs *ex-post*" (Smeers[1997, p. 679]).

Néanmoins, il n'est pas possible de prendre en compte cette évolution incertaine du prix de revient par un processus stochastique sur une base statistique. C'est pourquoi nous avons envisagé trois différents scénarios. Nous allons calculer l'effet de la déréglementation sur le seuil

[57] p_t diminue avec t. Il n'est pas optimal d'investir à la période suivante $t = 1$ puisque $p_1 < p_0$.

de déclenchement de l'investissement en le comparant avec celui-ci, calculé pour le cas certain. Nous retrouvons un résultat de la littérature, à savoir qu'en incertitude l'exercice d'une option d'attente tient compte de la valeur de l'information future. L'opportunité d'investissement est assimilable à une option d'attente. Le seuil de déclenchement de l'exercice de l'option est établi pour un prix de revient seuil optimal supérieur à celui trouvé par le critère de la valeur actuelle nette.

3.1.2 Le cas du choc aléatoire sur le prix de revient : l'action ad nutum du régulateur

Dans le contexte réglementaire précédent, le prix de revient peut subir de façon aléatoire un choc ("*jump*") à la baisse, suite à l'intervention du régulateur pour diminuer le tarif. Cette intervention totalement imprévisible de la part du régulateur est peu réaliste, mais nous travaillons du point de vue d'une entreprise myope qui n'a aucune information sur l'action réglementaire. Elle n'anticipe alors cette dernière que sous la forme d'une intervention complètement erratique. L'évolution du prix de revient est décrite par le processus suivant :

$$dp = \bar{\mu}dt - p_t dq, \tag{3.29}$$

où q suit un processus de Poisson dont l'incrément

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec la probabilité } (1 - \psi dt) \\ \varphi \text{ avec la probabilité } \psi dt \end{cases}$$

et qui peut être interprété comme une fonction d'anticipation de la part de l'entreprise de l'intervention du régulateur ;

ψ est le taux d'occurrence moyen ;

φ est le pourcentage de baisse du prix de revient en cas d'occurrence d'un événement de Poisson, $0 \leq \varphi \leq 1$. Si $\varphi = 0$, nous retrouvons le cas déterministe et si $\varphi = 1$, l'électricité ne vaut plus jamais rien après une intervention du régulateur.

Nous résolvons ces cas limites en annexe 3-c. Nous constatons que les prix de revient seuils de déclenchement de l'investissement sont égaux :

- soit au prix du scénario 1, i.e. K, si le régulateur n'ajuste jamais le "*cost plus*" $(\varphi = 0)$;
- soit à un prix inférieur à celui du scénario 1, $p^* = \frac{\bar{\mu}}{\psi + r} + K < K$, si $\varphi = 1$. Ce pourcentage de baisse du prix de revient de 100% correspond à un cas peu réaliste dans lequel le prix de revient est nul après l'intervention du régulateur. L'entreprise investit bien que sa valeur actuelle nette soit négative.

Proposition (3). *L'entreprise qui n'est pas contrainte par une révision tarifaire investit au prix seuil déterminé par le critère de la valeur actuelle nette. L'entreprise qui est soumise à une diminution du prix de revient de* 100% *investit avant ce seuil.*

3.1.3 Généralisation du cas du choc aléatoire sur le prix de revient

Nous généralisons ce cas pour établir une comparaison avec le cas de l'entreprise financée de façon optimale du chapitre 4. Nous simplifions le mouvement du prix de revient en supposant qu'il est log-linéaire en tendance. D'après McDonald et Siegel[1986], Dixit et Pindyck[1994], le processus stochastique du prix de production combine un processus de Poisson au mouvement brownien. La dynamique du prix de revient (3.3) se récrit :

$$dp = \bar{\mu} p_t dt - p_t dq, \tag{3.30}$$

où q est la fonction d'anticipation de l'intervention du régulateur :

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec la probabilité } (1 - \psi dt) \\ \varphi \text{ avec la probabilité } \psi dt\,; \end{cases}$$

ψ est le taux d'occurrence moyen de cette intervention ;

φ est le pourcentage de baisse du prix de revient en cas d'ajustement du taux de rendement du "*cost plus*", $0 < \varphi < 1$. En effet, nous retrouvons aux bornes les deux cas : $\varphi = 0$ (cas déterministe du scénario 1) et $\varphi = 1$.

Par hypothèse du processus de diffusion combiné (3.30), si un événement de Poisson se produit (avec la probabilité ψ) pendant une période dt, la variable économique p_t baisse de façon certaine (avec la probabilité 1) d'un pourcentage φ. Sur chaque intervalle de temps dt, le prix de revient évolue donc selon une tendance constante $\bar{\mu}$ mais peut baisser brusquement avec la probabilité ψ de φ fois sa valeur en début de période.

Notons que l'espérance de la variation est donnée par : $E[dp] = (\bar{\mu} - \psi\varphi) p_t dt$ et la variance de cette variation est obtenue comme : $Var\left[\frac{dp}{p_t}\right] = E\left[\frac{dp}{p_t}\right]^2 - E^2\left[\frac{dp}{p_t}\right] = 0$ par approximation du premier ordre en dt, analogue au développement de Taylor utilisé par le lemme d'Itô.

L'entreprise rationnelle cherche toujours à maximiser sa valeur, ce qui revient à résoudre le problème (3.4), dont nous simplifions l'écriture en portant en indice la variable par le temps dont elle dépend et en mettant en évidence le sous-jacent :

$$V_t(p_t) = \max_{p_t} \left\{ (1 - r dt) V_t(p_t) + E[dV] \right\}.$$

L'entreprise rationnelle neutre au risque actualise son flux de trésorerie au taux d'intérêt du marché et ne peut pas réaliser de plus-value sur le marché complet qui vérifie l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA). Ce supplément de valeur espéré est strictement égal au supplément de valeur obtenu : $E[dV] = dV$. L'équation de Bellman (3.5) se récrit :

$$rV_t(p_t)dt = E[dV] = dV.$$

Le lemme d'Itô nous permet de trouver une approximation du premier ordre de dV en dt (cf. annexe 2-a) :

$dV = E[dV] = \bar{\mu}p\frac{\partial V_t(p_t)}{\partial p_t}dt + \psi\left\{V_t(p_t - \varphi p_t) - V_t(p_t)\right\}dt$

$\iff E[dV] = \bar{\mu}p\frac{\partial V_t(p_t)}{\partial p_t}dt - \psi\left\{V_t(p_t) - V_t[(1-\varphi)p_t]\right\}dt.$

Pour alléger l'écriture, seules les dérivées des variables V et p sont portées en indice. Ainsi $E[dV] = \bar{\mu}pV_p(p)dt - \psi\left\{V(p) - V[(1-\varphi)p]\right\}dt.$

Nous obtenons l'équation de Bellman suivante :

$$\bar{\mu}pV_p(p) - (\psi + r)V + \psi V[(1-\varphi)p] = 0,$$

l'équation différentielle ordinaire (EDO) dont nous cherchons la solution générale sous la forme $V(p) = Ap^\beta$ puisqu'il n'y a pas de constante dans l'équation.

Ainsi

$$\begin{cases} V_p(p) = A\beta p^{\beta-1}\,; \\ V[(1-\varphi)p] = A\left[(1-\varphi)p\right]^\beta, \end{cases}$$

et l'EDO devient :

$\bar{\mu}A\beta p^\beta - (\psi + r)Ap^\beta + \psi A\left[(1-\varphi)p\right]^\beta = 0$

$\implies \bar{\mu}\beta - (\psi + r) + \psi(1-\varphi)^\beta = 0.$

Cette équation admet comme solution :

$$\beta = -\frac{\bar{\mu}W\left(\frac{\ln(1-\varphi)\psi e^{\frac{(\psi+r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}}{\bar{\mu}}\right) - (\psi + r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}\ln(1-\varphi)},$$

où $W(.)$ est une fonction de Lambert définie comme l'inverse multivoque de la fonction $x \mapsto xe^x$. La branche réelle principale est croissante à taux décroissant dans le quadrant positif : $W(0) = 0$ et $W_x(x) > 0$ pour $x > 0$ (cf. Corless, Gonnet, Hare, Jeffrey et Knuth[1993], annexe 3-d).

En annexe 3-e, nous montrons que $\beta < 0$ pour $r > 0$**.** La valeur de l'entreprise qui se récrit :

$$V(p) = Ap^\beta,$$

doit vérifier la condition initiale $V(0) = 0$, solution intérieure triviale qui détermine la région d'arrêt : quand le prix de revient est nul, le projet ne vaut rien. Nous pouvons en déduire que $A = 0$, c'est-à-dire qu'il n'est jamais optimal pour l'entreprise d'investir.

Proposition (3'). *Dans le cas non stationnaire d'une réglementation au coût du service, l'entreprise est contrainte par la diminution du prix de revient et par un ajustement aléatoire à la baisse de ce prix. Il n'est jamais optimal pour l'entreprise autofinancée d'investir dans ce contexte réglementaire.*

Les tarifs sont supposés pouvoir être modifiés à tout moment au cours de la période réglementaire, et non, comme c'est le cas dans la réalité, uniquement en début de période. Ils évoluent log-linéairement en tendance. L'incertitude devient trop importante pour que l'entreprise investisse : le prix seuil de déclenchement de l'investissement tend vers l'infini.

3.2 Le cas du pool : la concurrence incite l'entreprise à baser son prix sur le coût marginal en développement

L'intérêt du pool est de matérialiser la concurrence[58] sur le segment de la production qui n'est pas en monopole naturel. Le coût marginal est révélé par le marché et le prix de revient basé sur ce coût marginal de production assure l'efficacité économique. De plus, la tarification fondée sur les coûts marginaux en développement permet d'orienter la demande en fonction des coûts induits dans le futur par le développement du parc. Le respect des coûts marginaux par les prix est assuré par le régulateur du pool, à la fois dans le cadre institutionnel de la concurrence et comme commissaire-priseur dans la rencontre par l'offre de sa demande sur le marché. Les entreprises productrices d'électricité ont besoin de rendre leurs offres d'énergie "économiques" pour obtenir leur licence de production et pour répondre à l'appel d'offre du régulateur.

Un exemple concret de pool nous est donné par l'Angleterre et le Pays de Galles avec l'Electricity Pool of England and Wales. Le programme de privatisation de Thatcher en 1989 a voulu éviter des modifications importantes de la qualité et du coût du service. Le fonctionnement du pool est réglementé par un opérateur système ("System Operator"), le Director General of

[58] Ce marché en équilibre est d'ailleurs indifféremment concurrentiel ou oligopolistique. Baldursson[1998] a en effet montré que le processus de prix reste le même pour l'entreprise individuelle, tant que le prix varie avec la demande sans être affecté par des changements de l'offre.

Electricity Supply[59] (DGES), qui doit s'assurer que le prix du pool reflète réellement le coût de production comme cela se fait normalement en concurrence. Le mécanisme[60] d'équilibrage physique, "Imbalance Settlement", de ce marché de gros d'électricité appelle les centrales par ordre croissant de leur coût marginal de production pour répondre aux besoins des consommateurs éligibles. Les prix et les quantités fournies sont établies par demi-heure. Ce mécanisme montre que les entreprises productrices utilisent un système fondé sur le coût marginal ("System Marginal Price, SMP") pour établir leurs prix, auquel s'ajoute une marge ("Capacity Payment"). Cette marge incite les entreprises à maintenir de façon adéquate une production supérieure à la demande afin de pouvoir faire face à l'aléa de la demande de pointe, différence entre la demande prévue et la demande réelle. Les entreprises productrices vendent leur électricité sur le pool au prix de vente du pool ("Pool Purchase Price")[61] qui résulte de l'addition du SMP et de la marge. Ce prix est unique et il est fixé à partir du coût marginal de l'unité marginale appelée.

Les dysfonctionnements du pool apparaissent dès 1992. Le pool en concurrence n'incite pas à la baisse du prix de revient et entraîne une modification de l'ordre d'appel des centrales. En 1994, le régulateur a même imposé un plafond sur le prix de revient ("*price-cap*") du pool. Les contrats de différences ("*Contracts for Difference, CfDs*") permettent de contourner le pool, en établissant des relations contractuelles sur la base d'un prix négocié hors pool entre les producteurs indépendants ("*Independant Power Producer, IPP*")[62] et les clients éligibles. Ainsi seulement 20% du marché reste sur le pool.

Pour se prémunir contre les fluctuations du prix de revient sur le marché spot, l'entreprise peut vendre de l'électricité sur la base de contrats[63] bilatéraux ou multilatéraux, concernant un ou plusieurs échanges. Depuis le 1 avril 2001, ce mécanisme de contrats est centralisé sur le New Electricity Trading Arrangements[64] (NETA). C'est un marché de contrats, c'est-à-dire à

[59] Du point de vue institutionnel, le système de régulation britannique est composé du DGES qui prend ses décisions sous avis de l'Office of Electricity Regulation (OFFER). Depuis juin 1999, le système de régulation du marché électrique a fusionné avec celui du gaz, mais a gardé un fonctionnement identique : il est composé du Director General for Electricity and Gas Supply (DGEGS) qui décide après avis de l'Ofgem (Office of Gas and Electricity Markets), fusion de l'OFFER et de l'Ofgas (Office of Gas Supply).

[60] Ce mécanisme a d'ailleurs été étendu en mars 1999 par le Pool Executive Committee (PEC) de l'OFFER au marché de détail, rendu accessible à la concurrence. Il n'est pas remis en question dans le nouveau pool, le New Electricity Trading Arrangements (NETA), mis en service le 1 avril 2001.

[61] Les clients éligibles paient le "Pool Selling Price, PSP".

[62] dont les équipements sont constitués presque exclusivement de cycles combinés au gaz.

[63] Seul nous intéresse l'aspect financier (et non l'aspect physique) de cette relation contractuelle.

[64] Ce nouveau marché de gros établit également un lien commercial supplémentaire entre les producteurs et

la fois un marché physique et financier. Il est constitué à 90% par les contrats de long terme et à 8% par les contrats de court terme. Le mécanisme d'"Imbalance Settlement" est maintenu : le "Balancing Mechanism"[65] gère 2% du marché. Mettons en lumière les points de divergence entre le fonctionnement du NETA et celui du pool :

- les prix du pool étaient déterminés un jour avant en fonction des offres, ex ante, et ceux du NETA le sont ex post ;
- le prix était égal au prix marginal des offres pour la demi-heure en question sur le pool. Le prix du NETA est fixé par rapport à la moyenne des offres et des enchères ;
- alors que le pool a organisé le marché de gros, le NETA est résiduel, i.e. un marché d'équilibre des surplus de l'offre et de la demande ;
- les offres sont déposées par une procédure de "fermeture au portail" ("Gate Closure") 3,5 heures avant la demi-heure en question, au lieu d'un jour avant pour le pool ;
- sur le NETA, l'opérateur du système ("System Operator") doit être informé des offres et des contrats établis et agit en fonction des informations physiques dont il dispose. Par le système de "*dual cash-out price*", les participants ne peuvent pas contourner le marché. La différence entre le PPP et le PSP est bien réelle, ce qui n'était pas toujours le cas sur le pool.

  Les offres sont fermes dans le système du Balancing Mechanism. Producteurs et fournisseurs proposent une couple de prix, à la fois une offre et une enchère :

  * l'offre du producteur permet d'équilibrer le surplus de ses contrats par demi-heure, alors que l'enchère est le prix qu'il est prêt à payer pour ne pas produire ;
  * les fournisseurs ont une position symétrique : l'offre diminue la demande en dessous de ce qui est prévu contractuellement, alors que l'enchère s'interprète comme le prix de son accroissement.

  Les offres portent sur les unités de consommation et de production. Au terme de la demi-heure, un bilan est fait pour chaque opération ou contrat. L'instabilité peut être anticipée.

L'évolution du prix de revient sur le pool est conforme au scénario 3 que nous avons élaboré. La baisse linéaire de la tendance peut également provenir d'un effet technologique comme l'apprentissage dans le temps : l'exploitation de l'entreprise est de plus en plus efficace. Elle

les fournisseurs d'électricité.

[65] créé pour fournir un moyen d'ajustement des niveaux individuels de la production et de la consommation.

peut être due à la réglementation du marché final de la fourniture par un prix plafond, "*price-cap*", s'il y a une remontée possible de la chaîne de valeurs.

Dans la section 1, nous avons posé en hypothèse l'absence de toute stratégie d'entrée/sortie du marché, qui contribue à créer des barrières. Les barrières ont tendance à diminuer dans l'industrie énergétique en concurrence. La déréglementation a déjà modifié les barrières institutionnelles. Le scénario 4 met l'accent sur une stratégie d'entrée en termes technologiques. Dans la production électrique par exemple, les turbines à gaz à cycle combiné représentent un progrès technique qui remet en cause la compétitivité des autres filières de production et qui augmente la taille des unités de production peu sensibles aux économies d'échelle. Par son entrée massive, cette technologie sert la pointe et commence à servir la base. Le rapport de la DIGEC[1997] souligne ce point en précisant que le coût marginal de la production en base[66] tend à être donné à présent par les centrales au gaz.

Nous pouvons alors modéliser deux mouvements concrets du prix de revient dans le pool, organisé comme l'Electricity Pool of England and Wales ou comme le NETA. Le point commun de ces deux types de mouvements est que l'aléa, qui résulte de la concurrence sur le pool, est à présent directement inclus dans la dynamique du prix de revient.

Sur un marché contestable, l'évolution du prix de revient suit celle du coût marginal en développement comme un mouvement brownien présentant une tendance et une volatilité non géométriques (cf. 3.2.1). En effet, le cas géométrique est un cas d'école simplificateur qui rend compte de l'évolution des sous-jacents financiers, celle du taux d'intérêt par exemple, mais pas forcément de l'évolution du sous-jacent d'une option réelle. Nous le présenterons néanmoins en généralisation pour établir la comparaison avec le seuil d'investissement de l'entreprise endettée de façon optimale dans le chapitre 4 (cf. 3.2.2).

En revanche, si le coût marginal en développement sur le pool est fourni par la génération au gaz, technologie dominante, le prix de revient fluctue autour de ce coût marginal. Son évolution est modélisée par un processus d'Ornstein-Uhlenbeck, processus qui soutient l'existence d'un état stationnaire de l'économie : le coût marginal en développement des cycles combinés au gaz est une variable de l'état de référence vers lequel tend le prix[67] (cf. 3.2.3).

[66] Humphreys et McClain[1998] ont précisé que les centrales au gaz produisent également de plus en plus en base aux Etats-Unis, en remplacement des centrales au charbon.

[67] "Tous les processus stochastiques n'ont pas une distribution de probabilité qui converge vers une fonction stationnaire (le mouvement brownien géométrique, par exemple, n'en a pas, mais le processus d'Ornstein-Uhlenbeck en a)" (Dixit et Pindyck[1994, p. 91]).

3.2.1 Le prix de revient fluctue comme le coût marginal et suit un mouvement brownien

L'évolution aléatoire du prix de revient est basée sur le coût marginal en développement de la production et reflète la concurrence sur le pool comme mécanisme d'ajustement de l'offre et de la demande. La baisse linéaire du coût marginal est supposée provenir également de l'apprentissage dans le temps des techniques de production par les entreprises génératrices.

La tendance de l'évolution du prix de revient est constante, puisqu'elle suit celle du coût marginal en développement. L'aléa sur le pool est modélisé comme un bruit blanc. Le prix de revient suit un processus d'Itô tel que :

$$dp = \bar{\mu}dt + \sigma dz, \tag{3.31}$$

où $\bar{\mu}$ est la dérive constante du processus ;
σ est la volatilité constante du processus ;
z_t est un processus de Wiener standard.

L'entreprise rationnelle cherche à maximiser sa valeur, c'est-à-dire à résoudre le programme (3.4) :

$$V_t(p_t) = \max_{p_t} \left\{(1 - rdt)V_t(p_t) + E[dV]\right\}.$$

Les deux hypothèses de neutralité au risque de l'entreprise et d'AOA étant vérifiées, l'équation de Bellman se récrit (3.5) :

$$rV_t(p_t)dt = E[dV] = dV.$$

D'après le lemme d'Itô pour le mouvement brownien,

$$dV = DVdt + \frac{\partial V(p_t)}{\partial p_t}\sigma dz = \left[\frac{\partial V(p_t)}{\partial t} + \bar{\mu}\frac{\partial V(p_t)}{\partial p_t} + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2 V(p_t)}{\partial p_t^2}\right]dt + \frac{\partial V(p_t)}{\partial p_t}\sigma dz.$$

Puisque $E[dz_t] = 0$, et si par simplification seules les dérivées sont portées en indice,

$E[dV] = \left[\bar{\mu}V_p(p) + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}(p)\right]dt$

et $rV(p)dt = \left[\bar{\mu}V_p(p) + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}(p)\right]dt \Longrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}(p) + \bar{\mu}V_p(p) - rV(p) = 0.$

Par artifice mathématique ($X^2 = V_{pp}(p)$), nous résolvons cette EDO sous la forme

$$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 + \bar{\mu}X - r = 0.$$

Nous trouvons deux racines réelles,

$$\begin{cases} X = \frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2} > 0\,; \\ X = -\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2} < 0. \end{cases}$$

La valeur optimale de l'entreprise, solution générale de cette EDO, est donnée sous la forme

$$V(p) = A_1 e^{p\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + A_2 e^{-p\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}},$$

sachant que la solution triviale $V(0) = 0$, qui détermine la zone d'arrêt optimale, nous permet d'en déduire que $A_1 = -A_2$.

La valeur se récrit :

$$V(p) = A_2 \left[-e^{p\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + e^{-p\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \right],$$

dont nous obtenons la constante A_2 par les conditions au bord. Ces conditions au bord sont exprimées pour le prix seuil du déclenchement de l'investissement p^*.

La condition de continuité d'exercice de l'option donne :

$$V(p^*) = p^* - K = A_2 \left[-e^{p^*\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + e^{-p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \right], \tag{3.32}$$

puisque l'entreprise qui exerce l'option reçoit juste la valeur de l'équipement nucléaire.

La condition de convexité, qui indique que l'univers est convexe, implique que :

$$V_p(p^*) = 1 \tag{3.33}$$

D'après (3.32), nous obtenons la valeur des constantes A_1 et A_2 qui sont exprimées pour le prix de revient seuil p^* : $p^* - K = A_2 e^{-p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \left[-e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + 1 \right]$

$$\Longrightarrow -A_1^* = A_2^* = \frac{(p^*-K)e^{p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}{1-e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}.$$

Nous les remplaçons dans la condition de dérivabilité (3.33) :

$$V_p(p^*) = \frac{(p^*-K)e^{p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \left[\left(\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right) e^{p^*\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - \left(\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right) e^{-p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \right]}{\sigma^2 \left[e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - 1 \right]} = 1$$

$$\Longrightarrow p^* - K = \frac{\sigma^2 \left[e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - 1 \right]}{\left[\left(-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right) e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + \left(\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right) \right]} > 0. \tag{3.34}$$

La prime d'option $\Delta = p^* - K$ est positive, et elle augmente avec la tendance $\bar{\mu}$ et la volatilité σ (cf. annexe 3-f) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta}{\partial \bar{\mu}} > 0\,; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma} > 0. \end{cases}$$

L'entreprise investit dans le projet dès que $p_t > p^*$ puisque la solution triviale $V(0) = 0$ détermine la zone d'arrêt optimale. A la différence du cas déterministe, l'entreprise ne connaît pas à la période initiale la date à laquelle elle doit investir. A tout instant t, elle doit donc comparer son prix de revient au seuil d'investissement défini par la fonction déterministe p^* (qui ne dépend pas du temps puisque l'évolution du prix de revient admet une tendance constante). Son choix retient le projet d'investissement si $p_t > p^*$, mais elle préfère attendre pour obtenir des informations supplémentaires sur les conditions futures de marché dès que $p_t \leq p^*$. Il se peut ainsi que l'entreprise n'investisse jamais, tout équipement supplémentaire aboutissant à une surcapacité du parc de production et constituant un choix sous-optimal pour l'entreprise.

En fonction de la règle d'investissement, l'équipement électronucléaire vaut :

$$V_t = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* : p^* \text{ vérifie l'égalité (3.34)}\,; \\ \frac{(p^*-K)e^{p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}{1-e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}\left(-e^{p\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + e^{-p\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}\right) \text{ si } p_t > p^* > p^*_{VAN} \equiv K \end{cases}$$

Proposition (4). *Dans le pool, l'évolution aléatoire du prix de revient est tendanciellement linéaire. L'entreprise autofinancée investit pour un prix de revient supérieur à celui déterminé par le critère de la valeur actuelle nette.*

La prime d'option est positive et elle augmente avec la tendance et la volatilité.

Pour illustrer ce corollaire, nous avons retenu des valeurs numériques peu réalistes mais qui améliorent la lisibilité du graphique : $\bar{\mu} = -1$, $\sigma = 1$, $r = 0,2$, $K = p^*_{VAN} = 1$ et $p^* = 1,47$.

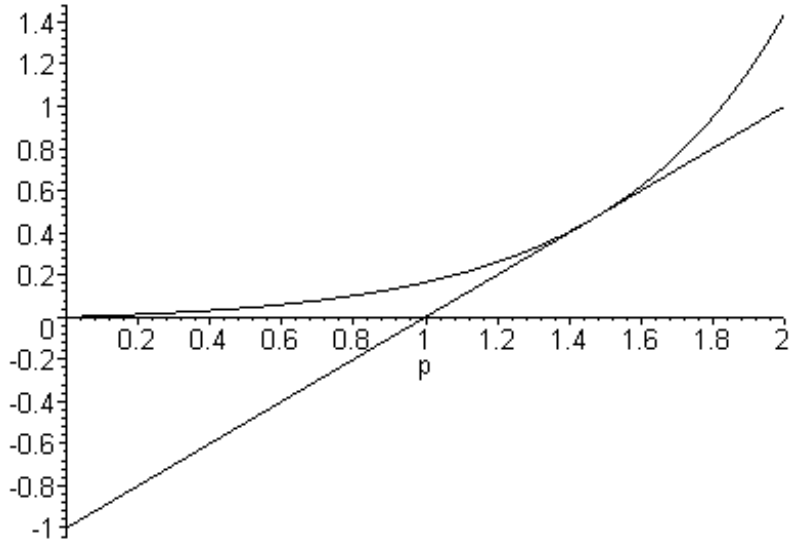

Fig. 3.1: Opportunité d'investissement sur le pool et prime d'option Δ

3.2.2 Généralisation : le prix de revient fluctue selon un mouvement brownien géométrique

La généralisation de l'évolution du prix de revient est utile pour comparer les seuils de déclenchement de l'investissement d'une entreprise autofinancée ou endettée de façon optimale. Elle s'écrit comme un mouvement brownien géométrique (3.6) :

$$\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu}dt + \sigma dz,$$

où $\bar{\mu}$ et σ sont respectivement la tendance et la volatilité de ce processus. Par hypothèse de l'action réglementaire, la tendance de l'évolution du prix de revient est négative $\bar{\mu}$ 6 0 et vérifie la condition de McDonald et Siegel[1986] : $\bar{\mu} < r$.

Reprenons les résultats trouvés dans la section 2.1. Le prix de revient seuil (3.12) est égal à :

$$p^* = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1}K = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}}{-\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}}K.$$

Il est optimal pour l'entreprise d'attendre quand le prix de revient est inférieur au prix de déclenchement de l'investissement. Elle investit dès que le prix est supérieur au prix seuil p^*.

Sa valeur à tout instant t est fonction de sa décision d'investir ou d'attendre :

$$V(p_t) = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* = \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}}{-\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} K, \\ \dfrac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} p_t \text{ si } p_t > p^*. \end{cases}$$

Proposition (4'). *Pour une évolution du prix de revient log-linéaire sur le pool, l'entreprise autofinancée investit plus tard que le monopole qui produit dans un environnement stationnaire.*

3.2.3 Le prix de revient fluctue autour du coût marginal selon un processus Ornstein-Uhlenbeck ou processus de retour à la moyenne

Nous allons prendre en compte le jeu de la concurrence, notamment à travers deux aspects technologique et financier. La Directive électrique européenne 92/96/CE instaure un marché contestable. L'introduction de la concurrence dans le segment de la production abaisse des barrières institutionnelles, auparavant très élevées. Il en va de même pour les barrières financières et celles qui proviennent de l'existence d'économies d'échelle, alors que les barrières technologiques restent faibles (Chevalier[1997, p. 211])[68].

Les cycles combinés au gaz sont des équipements réversibles et moins capitalistiques, dont la construction ne dure que deux ans. Ces investissements sont moins risqués et sont plus facilement finançables par recours à l'endettement. Depuis 1989, les producteurs indépendants sur le marché britannique se sont équipés à 80% de CCG. Remarquons que ces nouvelles centrales

[68] La typologie des barrières à l'entrée du secteur énergétique qu'a proposé Chevalier[1997] regroupe cinq catégories :

- les barrières technologiques (faibles pour le segment de la production électrique) ;
- les barrières financières (que la concurrence abaisse) ;
- les barrières dues aux économies d'échelle (diminuées par la concurrence) ;
- les barrières de différenciation (inexistantes) ;
- les barrières institutionnelles (très élevées mais en baisse du fait de la concurrence).

au gaz des producteurs indépendants ne présentent pratiquement aucun risque économique, car l'énergie de base est couverte dans sa totalité par des contrats (qui contournent le pool) de fourniture de quinze ans, de type "*take-or-pay*", avec une limitation dans l'évolution des prix. Nous retrouvons les scénarios de monopole d'évolution du prix de revient. Mais cet exemple empirique nous permet de prendre en considération cette stratégie concurrentielle, que nous étendons

Le prix de revient sur le pool est lié à présent au coût marginal en développement donné par la filière de génération au gaz par exemple. L'ordre d'appel des centrales suit toujours le système d'enchères selon l'ordre de mérite du coût marginal. Les CCG, qui fournissent la pointe et la semi-base, tendent à devenir compétitifs en base : cette technologie domine le segment de la production électrique. Le prix du pool est donné par le coût marginal en développement des CCG. Lund[1991][69] a déjà démontré que les prix des ressources non renouvelables suivent des processus Ornstein-Uhlenbeck. Du fait de la structure de marché, le prix de revient du pool suit un processus de retour à la moyenne donnée par le coût marginal en développement des cycles combinés au gaz. Soit p_t la solution d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck :

$$dp = \eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz, \tag{3.35}$$

où $\bar{p}$ est la tendance à long terme ou le coût marginal de long terme de production donnée par la filière de génération au gaz ou le prix du pool ;

η est la vitesse de convergence ou la force de rappel du prix vers sa tendance de long terme ($\eta > 0$), qui est la vitesse d'entrée des CCG dans le segment de la production ;

z_t est un processus de Wiener standard.

Deux cas se présentent :

– le prix de revient a une progression constante vers sa tendance de long terme fixée par la technologie de la génération au gaz : sa volatilité est nulle ($\sigma = 0$ et nous retrouvons un cas déterministe). La vitesse de convergence η peut s'interpréter en termes d'entrer dans la production en base du CCG.

  La construction d'un équipement nucléaire est autorisé en base par le régulateur, qui a indentifié un besoin à satisfaire. Sur le NETA, la vente de l'électricité en base se fait par contrat de long terme. Nous mettons en exergue la concurrence directe entre les technologies productives, qui s'appuie sur la compétitivité des installations. Le prix de

[69] Cf. Dixit et Pindyck[1994]

l'électricité de base n'est plus nécessairement calé sur le coût du nucléaire, mais il peut l'être sur le coût en développement du CCG dès que le gaz est le plus rentable ;

– le prix de revient a une progression aléatoire ($\sigma \neq 0$), qui tend vers un prix de long terme. Le régulateur recherche le simple respect de la concurrence.

Sur le pool ou sur le NETA pour des contrats de plus court terme ou pour le "Balancing Mechanism", l'introduction de la concurrence par les CCG en pointe et en semi-base se traduit par une évolution attendue du prix de revient selon le coût marginal en développement de la filière au gaz.

Dans les deux cas, l'existence de cette moyenne de long terme peut s'interpréter comme un état régulier vers lequel tendent toutes les variables économiques. L'état régulier est un état stationnaire : les variables économiques ne se modifieront plus dès qu'elles l'auront atteint, leur évolution présentant une tendance déterministe et constante. La production ne se fait plus que par les CCG.

3.2.2.1 Concurrence en base : les contrats à long terme du NETA - Le prix de revient fixé par ces contrats est certain : la volatilité est nulle, $\sigma = 0$. Il évolue selon le mouvement (3.35) :

$$\frac{dp}{dt} = \eta(\bar{p} - p_t) \Longrightarrow \frac{dp}{dt} + \eta p_t = \eta\bar{p}.$$

Si nous simplifions les notations en écrivant en indice la variable de dérivation, l'équation s'écrit $p_t + \eta p = \eta\bar{p}$.

La solution générale de l'équation homogène $p_t + \eta p = 0$ s'obtient par intégration :

$\int_0^t \frac{p_t}{p} dv = -\int_0^t \eta dv \Longrightarrow p_t = p_0 e^c e^{-\eta t} = Ce^{-\eta t}$.

Nous recherchons une solution particulière de l'équation complète à l'aide de la méthode de variation des constantes. Le prix courant est égal à $p = C(t)e^{-\eta t}$. Nous remplaçons la valeur que nous venons de trouver pour p dans l'équation complète :

$[-\eta C(t)e^{-\eta t} + C_t(t)e^{-\eta t}] + \eta C(t)e^{-\eta t} = \eta\bar{p} \Longrightarrow C_t(t) = \eta\bar{p}e^{\eta t} \Longrightarrow C(t) = \bar{p}e^{\eta t}$.

Nous obtenons la solution générale de l'équation complète (l'indice n'indique plus la dérivée mais la date courante) :

$p_t = p_0 e^c e^{-\eta t} + C(t)e^{-\eta t} = p_0 e^c e^{-\eta t} + \bar{p}e^{\eta t}e^{-\eta t} = p_0 Ce^{-\eta t} + \bar{p}$.

Comme à l'instant $t = 0$, $p_t = p_0 = p_0 C + \bar{p}$, alors $C = \frac{p_0 - \bar{p}}{p_0}$.

A tout instant t, le prix courant est connu en fonction du prix initial et du prix du gaz :

$$p_t = (p_0 - \bar{p})e^{-\eta t} + \bar{p}.$$

L'évolution du prix est déterministe, $dp_t = -\eta(p_0 - \bar{p})e^{-\eta t}dt = \mu(t)dt$, la tendance $\mu(t)$ ne dépendant pas du prix de revient. Nous retrouvons un cas déterministe (il n'y a pas d'aléa), sur le modèle de celui traité dans la sous-section 3.1.1 pour une situation de monopole mais pour un trend différent : positif ou négatif. L'entreprise choisit son investissement pour maximiser sa valeur selon le programme (3.4) qui se ramène au programme déterministe (3.28). L'entreprise exerce ou non son option selon le calcul rationnel suivant :

$$\max_t E\left\{(p_t - K)\, e^{-rt}; 0\right\},$$

c'est-à-dire qu'elle investit à la date d'échéance de l'option qui est la date optimale solution du programme

$$V_{t^*} = \max_t E\left[\left((p_0 - \bar{p})e^{-\eta t} + \bar{p} - K\right) e^{-rt}\right]. \tag{3.36}$$

Cette date optimale, d'après McDonald et Siegel[1985], existe toujours puisque $\lim_{t\to\infty}\left[(p_0 - \bar{p})e^{-(\eta+r)t} + (\bar{p} - K)e^{-rt}\right] = 0$, $\forall(\eta, r) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+$: l'investissement est toujours une meilleure politique que l'attente.

Il faut distinguer un cas d'évolution décroissante ou constante du prix et un cas d'évolution croissante de ce prix de revient. Cela revient à comparer les coûts marginaux en développement du gaz et du nucléaire, c'est-à-dire à établir la compétitivité des deux types d'équipements. D'après le rapport DIGEC[1997], 70% du coût en développement du CCG est constitué par le coût du combustible. En revanche, une baisse du taux d'actualisation est plus favorable au nucléaire, investissement plus capitalistique. Cette comparaison dépend du prix du gaz et du taux d'actualisation. Le taux d'actualisation étant le taux d'intérêt sans risque constant, elle se base seulement sur le prix du gaz, décrit par deux scénarios : "haut" et "bas".

a) La compétitivité du CCG

Cette compétitivité se réfère à la supériorité du coût marginal en développement du nucléaire sur le gaz. Ce cas est envisageable pour un scénario de prix du gaz "bas" et illustre le début de la concurrence en base du CCG sur le nucléaire.

Le trend est non positif, c'est-à-dire si $p_0 > \bar{p}$. Nous avons vu dans le cas déterministe (cf. sous-section 3.1.1) que la règle d'investissement "*now or never*" à la date initiale $t^* = 0$ se résume :

$$\max\{p_0 - K; 0\}.$$

Il n'est optimal d'investir immédiatement que si $p_0 > K$. Il n'est par contre jamais optimal d'investir si $p_0 \leq K$.

b) La compétitivité nucléaire

Dans ce scénario de prix du gaz "haut", le coût marginal en développement du nucléaire est inférieur à celui du gaz. La tendance est positive, c'est-à-dire si $p_0 < \bar{p}$.

Il existe une date d'échéance de l'option t' telle que $V_{t'} > 0$ quel que soit le signe de $(p_0 - K)$. Nous déduisons, du problème posé (3.36), la condition nécessaire et suffisante :

$\frac{\partial V_{t^*}}{\partial t^*} = -(\eta + r)(p_0 - \bar{p})e^{-(\eta+r)t^*} - r(\bar{p} - K)e^{-rt^*} = 0$

$\Longrightarrow e^{-\eta t^*} = -\frac{r(\bar{p}-K)}{(\eta+r)(p_0-\bar{p})} > 0$ si $t^* > 0$

$$\Longrightarrow t^* = \max\left\{\frac{1}{\eta}\ln\left[-\frac{(\eta + r)(p_0 - \bar{p})}{r(\bar{p} - K)}\right]; 0\right\}.$$

Si $t^* = 0$, alors $(\eta + r)(p_0 - \bar{p}) + r(\bar{p} - K) = 0$

$$\Longrightarrow p_0^* = \frac{\eta\bar{p} + rK}{\eta + r} > K \text{ pour } \bar{p} > K,$$

le prix seuil de déclenchement de l'investissement en t^*. Le prix de revient qui serait basé sur le coût marginal en développement du CCG permet de rémunérer le capital nucléaire initial : $\bar{p} > K$. Cette hypothèse traduit la compétitivité du nucléaire en base.

L'investissement suit la même règle que dans le cas du monopole déterministe, c'est-à-dire qu'il est toujours optimal si $p_0 > K$. Mais il se détermine également en fonction d'un seuil $p_0^* = \frac{\eta\bar{p}+rK}{\eta+r}$, exprimé à partir du seuil de l'état régulier $\bar{p}$. La règle d'investissement résulte d'une stratégie "*now or never*", cohérente avec la propriété d'évolution déterministe des prix des contrats.

Si $p_0 > p_0^*$, la décision d'investir est immédiatement retenue. En revanche si $K < p_0 < p_0^*$, où $K < \bar{p}$, l'investissement est retardé pour une date ultérieure $t^* > 0$ au-delà de laquelle il n'est plus optimal d'investir puisque le coût d'investissement diminue moins rapidement (d'un facteur e^{-rt}) que le flux de trésorerie (d'un facteur $e^{-(\eta+r)t}$) en termes actualisés.

Le projet n'est à nouveau retenu que pour $p_0 > K$. La valeur optimale de l'entreprise V_t

dépend de la date optimale de prise de décision t^* :

$$V_{t^*} = \begin{cases} 0 \text{ si } p_0 < K\,; \\ p_0 - K \text{ si } p_0 > \bar{p} > K \ (t^* = 0)\,; \\ \frac{\eta}{\eta+r}(\bar{p} - K)\left[\frac{r(\bar{p}-K)}{(\eta+r)(\bar{p}-p_0)}\right]^{r\frac{1}{\eta}} \text{ si } K < p_0 < p_0^* = \frac{\eta\bar{p}+\rho K}{\eta+\rho} < \bar{p} \\ \qquad (t^* = \frac{1}{\eta}\ln\left[\frac{(\eta+r)(p_0-\bar{p})}{r(\bar{p}-K)}\right] > 0)\,; \\ p_0 - K \text{ si } K \leq p_0^* = \frac{\eta\bar{p}+\rho K}{\eta+\rho} \leq p_0 < \bar{p} \ (t^* = 0). \end{cases}$$

Proposition (5). *a. Si le prix du gaz est conforme à un scénario de prix "bas" ($p_0 > \bar{p}$), les CCG sont compétitifs en base. L'entreprise autofinancée investit dans une centrale nucléaire en fonction de la règle de la valeur actuelle nette et indépendamment du coût marginal en développement du gaz.*

b. Le nucléaire est compétitif en base pour un scénario de prix du gaz "haut" ($p_0 < \bar{p}$). L'entreprise autofinancée investit pour un prix initial supérieur au coût du capital selon la règle de la VAN. Cet investissement est immédiat si ce prix est supérieur à un prix seuil $p_0^* = \frac{\eta\bar{p}+\rho K}{\eta+\rho}$, fonction du coût marginal en développement du CCG. Il est retardé à une date ultérieure optimale dans le cas contraire.

3.2.2.2 Concurrence sur le pool - Le prix de revient évolue en fonction d'un coût marginal de référence, celui du CCG. Ce coût en développement est une borne supérieure pour le prix du marché quand cette technologie est utilisée en pointe. Il constitue aussi une limite supérieure pour le prix du nucléaire fixé par contrats de plus courts termes sur le NETA, les CCG servant la semi-base voire la base.

Le prix de revient est aléatoire : $\sigma \neq 0$ (cf. les propriétés du processus Ornstein-Uhlenbeck en annexe 3-h), le choix d'investissement correspond au supplément de valeur de l'entreprise induit ou non par le projet (3.4) :

$$V_t(p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V_t(p_t) + E[dV]\}\,.$$

En AOA l'entreprise neutre au risque est supposée prendre sa décision après avoir résolu l'équation de Bellman (3.5) :

$$rV_t dt = E[dV] = dV\,.$$

Puisque la valeur de l'entreprise $V_t(p_t)$ dépend du prix de revient, sa dérivée s'obtient par le processus d'Itô :

$dV = \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial p}dp + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}(dp)^2$, les dérivées étant portées en indices,
$\Longrightarrow dV = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \eta(\bar{p} - p)\frac{\partial V}{\partial p} + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right]dt + \sigma p\frac{\partial V}{\partial p}dz.$
Puisque $dz \sim \mathcal{N}(0, \sqrt{dt})$, $E[dz] = 0$ et $E[dz^2] = Var\,[dz] = dt$,
$E[dV] = \left[\eta(\bar{p} - p)V_p + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}\right]dt.$

L'entreprise prend la décision vérifiant l'équation de Bellman, ce qui revient à résoudre l'EDO :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp} + \eta(\bar{p} - p)V_p - rV = 0.$$

La solution de cette EDO se cherche sous la forme : $V(p) = Ap^\beta f(p)$, où A et β sont deux constantes telles que $f(p)$ est une solution à l'EDO.

Ecrivons les dérivées partielles :
$\begin{cases} V_{pp} = Ap^\beta f_{pp} + 2A\beta p^{\beta-1} f_p + A\beta(\beta-1)p^{\beta-2} f\,; \\ V_p = Ap^\beta f_p + A\beta p^{\beta-1} f. \end{cases}$
L'EDO s'écrit, après avoir simplifié par A :

$$p^\beta\left[\frac{1}{2}\sigma^2 f_{pp} + \eta(\bar{p} - p)f_p - (\eta\beta + r)f\right] + p^{\beta-1}\left[\sigma^2\beta f_p + \eta\bar{p}\beta f\right] + p^{\beta-2}\left[\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1)\right] = 0$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\sigma^2 f_{pp} + \eta(\bar{p} - p)f_p - (\eta\beta + r)f = 0 \\ \sigma^2\beta f_p + \eta\beta\bar{p}f = 0 \\ \frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1) = 0 \end{cases} \tag{3.37}$$

Nous pouvons déduire la valeur de β de la troisième équation (3.37) : $\beta = 0$ ou $\beta = 1$. A partir de la condition aux bornes $V(0) = 0$, seule la valeur positive de β est prise en considération : $\beta = 1$.

D'après la deuxième équation (3.37), $f_p = -\frac{\eta f}{\sigma^2}$ et la première équation (3.37) devient : $\frac{1}{2}\sigma^2 f_{pp} - \left[\frac{\eta^2}{\sigma^2}(\bar{p} - p) + \eta + r\right]f = 0.$

Avec le changement de variable suivant : $x = \frac{2\eta}{\sigma^2}p \Longleftrightarrow p = \frac{\sigma^2}{2\eta}x$, et si $f(p) = g(x)$, nous obtenons les dérivées partielles de f par rapport à p :
$\begin{cases} f_p = \frac{\partial g(x)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial p} = g_x\frac{2\eta}{\sigma^2} \\ f_{pp} = \frac{\partial g_x(x)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial p} = g_{xx}\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}\right)^2, \end{cases}$
La première équation (3.37) se récrit :
$g_{xx}x\eta + g_x\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}\right)\left[-\left(\frac{\sigma^2}{2}\right)x + \left(\sigma^2\beta + \eta\bar{p}\right)\right] - g\eta\beta = 0.$
En divisant par η :

$g_{xx}x + g_x\left[-x + \frac{2}{\sigma^2}\left(\sigma^2\beta + \eta\bar{p}\right)\right] - g\beta = 0.$
Si nous appelons $B = \frac{2}{\sigma^2}\left(\sigma^2\beta + \eta\bar{p}\right) = 2\beta + \frac{2\eta}{\sigma^2}\bar{p}$, alors :

$$g_{xx}x + g_x\left(-x + B\right) - g\beta = 0. \tag{3.38}$$

Cette équation (3.38) est une équation de Kummer dont la solution est la série hypergéométrique convergente (puisque par définition le taux d'actualisation n'est pas supérieur au taux d'intérêt sans risque, $B - \beta > 0$ et donc la série est convergente pour $|x| \leq 1 \iff \left|\frac{2\eta}{\sigma^2}p\right| \leq 1 \implies 0 \leq p \leq \frac{\sigma^2}{2\eta}$) :

$$F(\beta, B(\beta); x) = 1 + \frac{\beta}{B}x + \frac{\beta(\beta+1)}{B(B+1)}\frac{x^2}{2!} + \frac{\beta(\beta+1)(\beta+2)}{B(B+1)(B+2)}\frac{x^3}{3!} + ...$$

Finalement nous obtenons la solution de l'EDO que nous avons cherché sous la forme $V(p) = Ap^\beta f(p)$:

$$V(p) = Ap^\beta F(\beta, B; \frac{2\eta}{\sigma^2}p),$$

et avec les conditions posées sur les constantes,

$$V(p) = ApF(1, 2 + \frac{2\eta}{\sigma^2}\bar{p}; \frac{2\eta}{\sigma^2}p).$$

Les conditions du premier et du second ordre nous permettraient de trouver la valeur de la constante A, mais seule une solution numérique est envisageable puisque la série hypergéométrique est à termes infinis. Pour expliciter une frontière, nous devons poser que $B \in \mathbb{N}^*$ et nous allons prendre un exemple numérique le plus simple : $B = 3 \implies \frac{2\eta\bar{p}}{\sigma^2} = 1 \implies \bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$, borne supérieure puisque nous avons déjà posé une condition sur p_t telle que $0 \leq p_t \leq \frac{\sigma^2}{2\eta} \equiv \bar{p}$. La vitesse d'entrée η des CCG sur le segment de la production est fixée en fonction de la volatilité du marché σ et de la compétitivité de cette technologie, exprimée par le coût marginal en développement $\bar{p}$.

Les conditions au bord, de continuité et de dérivabilité, sont récrites respectivement :

$$V(p^*) = Ap^*F(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = p^* - K \tag{3.39}$$

(en investissant, l'entreprise reçoit la juste valeur du projet électronucléaire) et

$$V_p(p^*) = Ap^*F'(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + AF(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = 1 \tag{3.40}$$

(condition technique d'environnement convexe).

En développant (cf. annexe 3-i), nous obtenons alors l'équation du second degré :

$$\frac{2\eta}{\sigma^2}p^{*^2} + \left(\frac{2A}{\sigma^2} - 2 - \frac{2\eta}{\sigma^2}K\right)p^* + K = 0. \tag{3.41}$$

et la valeur de la constante A en fonction de p^*,

$$A = -\sigma^2\frac{K}{p^*} + \sigma^2 + \eta K.$$

Nous remplaçons la constante A par sa valeur dans l'équation (3.41) :
$\frac{2\eta}{\sigma^2}p^{*^2} + \left(\frac{2\left(-\sigma^2\frac{K}{p^*}+\sigma^2+\eta K\right)}{\sigma^2} - 2 - \frac{2\eta}{\sigma^2}K\right)p^* + K = 0$
$\iff \frac{2\eta}{\sigma^2}p^{*^2} - K = 0$
$\iff p^{*^2} = \frac{\sigma^2}{2\eta}K$
$\iff p^* = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta}K}.$
Donc le seuil optimal retenu, pour $\bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$, est égal à :

$$p^* = \sqrt{\bar{p}K} < \bar{p}.$$

Ce seuil de déclenchement de l'investissement est inférieur à la borne supérieure du prix de revient fixé par le cycle combiné au gaz. Au-delà de ce seuil, l'entreprise autofinancée réalise le projet, mais en-deçà elle attend des informations supplémentaires sur le futur.

La valeur de l'équipement électronucléaire est déterminé par la règle d'investissement :

$$V_t = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* < \bar{p} : p^* = \sqrt{\bar{p}K} < \bar{p}\,; \\ \left(-\sigma^2\frac{K}{p^*} + \sigma^2 + \eta K\right)p^{\beta}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p) \text{ si } \bar{p} > p_t > p^*. \end{cases}$$

Proposition (6). *Si le CCG est l'équipement le plus courant en pointe, il détermine en tendance la borne supérieure du prix de revient $\bar{p}$. L'entreprise autofinancée réalise le projet nucléaire à partir d'un prix seuil $p^* = \sqrt{\bar{p}K}$ déterminé en fonction de cette borne, même s'il lui reste inférieur.*

Il faut cependant nuancer notre propos et noter, à la suite de Epaulard et Gallon[2000] par exemple, que la technologie nucléaire a valeur d'option. La maîtrise du nucléaire qui permet sa standardisation repose sur une expérience cumulée de 600 années-réacteurs. Arrêter le nucléaire conduit à réduire les termes du choix énergétique dans le futur. La question se pose en termes de compétitivité des CCG, le prix du gaz étant aléatoire, et en termes d'indépendance énergtique.

3.3 Commentaires et conclusion

Nous comparons les prix de revient seuils des différents scénarios par rapport celui du scénario 1, cas de monopole en environnement certain. Ce prix seuil est déterminé par le critère de la valeur actuelle nette et il est égal au coût initial du capital : $p^*_{VAN} = K$.

Dans le scénario 2, s'il n'y a jamais d'ajustement à la baisse du taux de rendement du "*cost plus*", $\varphi = 0$, nous retrouvons le scénario 1 et le prix seuil est égal au coût initial du capital. Si le régulateur intervient pour fixer un prix nul ($\varphi = 1$), l'entreprise investit à partir d'un prix seuil inférieur à celui du scénario 1. Elle accepte le projet alors que sa valeur actuelle nette est négative. Elle anticipe ainsi l'intervention du régulateur qui annulerait sa valeur.

Dans les scénarios 3 et 4, les prix seuils de déclenchement de l'investissement sont supérieurs au coût du capital initial du scénario 1. Ils prennent en compte la valeur d'attente d'informations supplémentaires sur le futur incertain. Nous retrouvons ce résultat en généralisant le scénario 3, alors qu'il n'est jamais optimal d'investir pour l'entreprise qui produit dans le scénario 2 généralisé.

Le seuil d'investissement est supérieur dans une structure de marché où l'incertitude existe par rapport à une structure de marché déterministe, i.e. :

$$\begin{cases} p^* = \phi p^*_{VAN}, \\ \text{avec } \phi > 1. \end{cases}$$

Il est établi dans la littérature par McDonald et Siegel[1986], Dixit et Pindyck[1994]. Nous le corroborons pour les différents scénarios, que nous avons construits pour rendre compte des mutations institutionnelles.

Il concerne un choix d'investissement qui se pose en termes d'attente ou de réalisation. L'opportunité d'investissement est définie, d'après la typologie du chapitre 2, comme une option d'attente. L'équipement nucléaire envisagé est complètement irréversible. L'option d'attente est composée d'une option d'achat, dont la valeur dépend du prix de revient. L'évolution de ce prix caractérise la déréglementation. L'entreprise autofinancée investit quand le rendement futur du projet est égal au coût du capital. En incertitude, ce rendement doit compenser la valeur de l'information sur le prix de revient futur. L'entreprise préfère être flexible et décider de la date de son investissement en fonction des informations recueillies.

La prime de l'option Δ est définie comme la différence entre les seuils d'investissement déterminés par la théorie des options réelles et par la valeur actuelle nette. Cette prime est

positive pour un projet irréversible et financé totalement par fonds propres. Elle comprend l'incertitude et l'irréversibilité et augmente avec l'incertitude σ sur le prix de revient (i.e. sur les rendements espérés après normalisation), la baisse du taux d'actualisation r et la tendance de l'évolution du prix $\bar{\mu}$.

Le seuil d'investissement p^* augmente avec la volatilité σ du prix de revient dans toutes les structures de marché où ce prix est aléatoire. Nous allons mettre en perspective notre résultat avec la littérature qui s'intéresse à l'effet de l'incertitude sur le montant de l'investissement. Elle montre l'importance du degré de la concurrence dans le secteur.

Ainsi Bernanke[1983*b*] et McDonald et Siegel[1986] ont démontré que, toutes choses égales par ailleurs, l'accroissement de l'incertitude abaisse le niveau courant de l'investissement. Caballero[1991] a par ailleurs souligné l'importance des hypothèses de concurrence imparfaite et/ou de rendements d'échelle décroissants, et de l'absence de coût d'ajustement asymétrique dans cette démonstration.

L'accroissement de l'incertitude abaisse d'autant moins l'investissement que l'entreprise est dans une structure concurrentielle. A la limite, l'incertitude n'a plus aucune influence sur l'investissement : une entreprise en concurrence pure et parfaite ne peut pas reporter un projet d'investissement car sinon l'opportunité d'investir serait exercée par un concurrent. Ce résultat est confirmé par une étude empirique menée en coupes transversales par Guiso et Parigi[1996]. Ils ont montré que l'incertitude a un effet deux fois plus important pour une entreprise dont le pouvoir de marché, mesuré par la différence entre le prix et le coût marginal de production, est supérieur au pouvoir de marché moyen. L'électricité restant un bien soumis à l'obligation de service public, l'effet du pouvoir de marché est en partie contrecarré par la réglementation du marché.

Le phénomène de déréglementation est pris en compte à travers le mouvement du prix de revient. L'instauration de marché contestable dans le secteur de l'énergie a pour effet d'abaisser les barrières institutionnelles, mais également les barrières technologiques et financières. Dans le cadre du scénario 4, nous avons intégré la concurrence entre deux technologies productives, celles des CCG et du nucléaire.

Dans la section suivante et dans le chapitre 4, nous nous intéresserons plus particulièrement aux effets de cet abaissement des barrières financières : dans un marché concurrentiel, l'entreprise peut avoir recours à l'endettement.

Tableau récapitulatif du cas de référence : ($\bar{\mu} \leq 0$)

Mouvement du prix de revient $dp = \mu(t, p_t)dt + \sigma(t, p_t)dz_t$	Seuil d'investissement p^*	Régions optimales	Valeur optimale de l'entreprise $V^*(p_t)$
Scénario de Dixit et Pindyck[1994] : mouvement brownien géométrique $\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu}dt + \sigma dz_t$ ($\bar{\mu} < r$)	$p_t > p^* = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}}{-\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} K$ $p^* = \phi K = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1} K \quad (\beta_P > 1)$	investissement	$\frac{1}{\beta_P} p_t = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} p_t$
	$p_t \leq p^*$	$\emptyset$	0

Tableau récapitulatif des cas en Monopole : ($\bar{\mu}$ 6 0)

Mouvement du prix de revient $dp = \mu(t, p_t)dt + \sigma(t, p_t)dz_t$	Seuil d'investissement p^*	Régions optimales	Valeur optimale de l'entreprise $V^*(p_t)$
Scénario 1			
$dp = \bar{\mu}dt$	$p_0 > p^*_{VAN} \equiv K$	investissement en $t = 0$	$p_0 - K$
	p_0 6 K	$\emptyset$	0
Scénario 2			
$\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu}dt - dq$	p^* n'existe pas	attente	0
$dp = \bar{\mu}dt - p_t dq$			
$\varphi = 0$ (cas déterministe)	$p_0 > K$	investissement	
	p_0 6 K	$\emptyset$	0
$\varphi = 1$ (cas du bien public)	$p_t > p^* = \frac{\bar{\mu}}{\psi+r} + K$ $(\frac{\bar{\mu}}{\psi+r} + K < K)$	investissement	$\frac{\bar{\mu}}{\psi+r} e^{\frac{\psi+r}{\bar{\mu}}(p_t - p_0)}$
	p_t 6 $p^* = \frac{\bar{\mu}}{\psi+r} + K$	attente	0

Tableau récapitulatif des cas du Pool : ($\bar{\mu} \leq 0$ et $\Delta = p^* - K$)

Mouvement du prix de revient $dp = \mu(t, p_t)dt + \sigma(t, p_t)dz_t$	Seuil d'investissement p^*	Régions optimales	Valeur optimale de l'entreprise $V^*(p_t)$
Scénario 3			
$dp = \bar{\mu}dt + \sigma dz_t$	$p_t > p^* : \Delta = \frac{\frac{\sigma^2}{p^*}\left(e^{p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}} - 1\right)}{-\bar{\mu}+\Theta\left(e^{2p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}} - \frac{\bar{\mu}+\Theta}{\bar{\mu}+\Theta}\right)}$	investissement	$\frac{(p^*-K)e^{p^*\frac{\bar{\mu}+\Theta}{\sigma^2}}}{1-e^{2p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}}}\left(-e^{p\frac{-\bar{\mu}+\Theta}{\sigma^2}} + e^{-p\frac{\bar{\mu}+\Theta}{\sigma^2}}\right)$
avec $\Theta = \sqrt{\bar{\mu}^2 + 2\sigma^2 r}$	$p_t \leq p^*$	attente	0
Scénario 4			
$dp = \eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz_t$			
$\sigma = 0$ (cas déterministe)	$p_0 > K$		
	$p_0 > \bar{p} > K$	investissement en $t = 0$	$p_0 - K$
	$K < p_0 < \bar{p}$		
	$p_0 > \frac{\eta\bar{p}+\rho K}{\eta+\rho} > K$	investissement en $t = 0$	$p_0 - K$
	$\bar{p} > \frac{\eta\bar{p}+\rho K}{\eta+\rho} > p_0$	investissement en $t > 0$	$\frac{\eta}{\eta+r}(\bar{p} - K)\left(\frac{r(\bar{p}-K)}{(\eta+r)(\bar{p}-p_0)}\right)^{r\frac{1}{\eta}}$
	$p_0 \leq K$	$\emptyset$	0
$\sigma \neq 0$ ($\bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$) (cas aléatoire)	$p_t > p^* = \sqrt{\bar{p}K} = \sqrt{\bar{p}p^*_{VAN}}$	investissement	$-\sigma^2\frac{K}{p^*} + \sigma^2 + \eta K \quad p^\beta F(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p)$
	$p_t \leq p^* < \bar{p}$	attente	0

Section 4 Le choix d'investissement d'une entreprise endettée pour des raisons institutionnelles

L'entreprise retient le principe de financement par projet pour isoler les risques, ce principe étant également adopté par les producteurs indépendants sur le pool (Lescoeur et Penz[1999]). Nous ne nous intéressons toujours qu'à l'opportunité d'investissement marginal. L'entreprise doit décider, à la date courante, soit d'investir dans le projet, soit d'attendre. Nous retrouvons les termes du choix de la section précédente.

Par son endettement, l'entreprise achète une option de vente sur les fonds propres : nous ajoutons donc une option de passif à l'option d'actif. L'option reste une option d'attente parce que la structure de financement qui s'impose à l'entreprise n'augmente pas la valeur du projet nucléaire. Cette valeur s'interprète également en termes d'opération sur option, comme la somme de la valeur de l'option de passif obtenue par l'endettement et de la valeur actuelle des remboursements. Par hypothèse, le remboursement de la dette est basé sur un échéancier à annuités constantes connues, échelonné sur la durée de vie de l'équipement nucléaire. L'entreprise a contracté une dette sur une durée infinie, dont nous supposons le refinancement sans coût.

Nous avons vu au chapitre 2 que dans la théorie de Modigliani et Miller[1958], la décision d'investissement est indépendante de celle de son financement. L'entreprise s'endette pour des raisons institutionnelles du fait, par exemple, de la volonté de la puissance publique pour le monopole au statut d'EPIC ou d'une limite d'endettement sur le marché. Un certain montant de dette s'impose à l'entreprise qui doit prendre sa décision d'investissement. Dans la théorie du "*pecking order*", il y a asymétrie d'information entre les actionnaires et les obligataires. L'entreprise préfère toujours s'autofinancer car elle cherche à révéler le moins d'information possible. En prenant en compte les seuls coûts d'agence, cette théorie admet l'existence d'une dette de long terme, cible, fixée par le pouvoir de négociation de chacun des détenteurs de titres regroupés entre "*insiders*" et "*outsiders*". Le taux d'endettement de l'entreprise ne résulte pas d'un choix de ses dirigeants mais d'une négociation entre ses actionnaires et ses créanciers. L'entreprise admet, dans son financement, cette dette déterminée de façon exogène. La théorie du "*pecking order*" met en évidence l'interaction entre la valeur de l'entreprise et son taux d'endettement en asymétrie d'information. Nous supposons alors que sa valeur est déterminée par un taux d'emprunt exogène. Nous n'allons donc pas considérer dans cette section le mouvement du taux d'endettement effectif autour de ce taux cible, l'ajustement instantané de la

dette n'étant ni pertinent, ni réaliste[70]. La dette est statique : c'est lors de l'exercice de l'option réelle que l'entreprise acquiert une option de passif. Par contre, nous verrons dans le chapitre 4, en extension de notre modèle, les conséquences des modifications de pouvoir de négociation des détenteurs de titres sur la structure de financement cible.

Le choix de l'entreprise maximise sa valeur courante qui prend en compte l'imposition[71] de son profit, net du paiement des intérêts de la dette, ainsi que le paiement du coupon de la dette. La valeur de ce coupon est déterminée par l'endettement qui s'impose à l'entreprise. Quand la fiscalité est prise en compte par Modigliani et Miller[1963], l'entreprise a intérêt à s'endetter le plus possible pour bénéficier d'économies fiscales. Par contre dans la théorie du "*pecking order*", il reste préférable pour elle de ne pas s'endetter, i.e. d'informer le marché.

Nous admettons que, dans un tel contexte, l'entreprise ne puisse pas faire faillite. Nous rappelons que les risques nucléaires et financiers sont diversifiés et que nous ne pouvons pas toujours préciser la prime de risque systématique par le MEDAF intertemporel selon le mouvement du prix de revient.

Le flux de trésorerie courant du projet d'investissement devient égal à :

$$F(p_t) = p_t - \lambda\,(p_t - rD) - rD,$$

où λ est le taux d'IS dont l'assiette est le profit d'exploitation net du service de la dette ;
r est le taux d'intérêt du marché et donc de l'emprunt ;
D est le montant de la dette et C en est l'annuité constante : $rD = C$.

L'entreprise décide de son investissement selon sa valeur courante (3.4) qui s'est modifiée :

$$V(p_t) = \max_{p_t} E\left\{(1-\lambda)\,(p_t - C)\,e^{-rt}; 0\right\}\ ; \tag{3.42}$$

L'entreprise résout le programme rétroactif, exprimé dans la relation (3.4), qui vérifie le principe de Bellman :

$$V(p_t) = \max_{p_t}\left\{(1-rdt)V(p_t) + E[dV]\right\}.$$

Nous en déduisons la condition du premier ordre (3.5), l'équation différentielle ordinaire d'Hamil-

[70] Nous en développerons les raisons au chapitre suivant.

[71] Nous justifierons ce système fiscal dans le chapitre suivant.

ton-Jacobi-Bellman, à l'aide de la notion d'espérance rationnelle :

$$rV(p_t)dt = E[dV].$$

L'adjonction des conditions aux bornes permet de trouver la frontière de prix $p^*, \forall t$ à partir de laquelle l'entreprise déclenche son investissement.

La règle d'investissement dépend du processus d'évolution du prix de revient. Nous allons définir le mouvement du prix en reprenant les quatre scénarios qui schématisent le phénomène de déréglementation.

4.1 La réglementation monopolistique au coût du service

4.1.1 Le cas déterministe : la règle du "now or never"

Dans ce contexte d'évolution connue de la demande d'électricité en base et de volonté de la tutelle d'abaisser les tarifs, l'évolution du coût marginal de long terme est certaine. Le prix étant proportionnel au coût marginal, son évolution dans le temps est connue et elle suit la tendance $\bar{\mu} \leq 0$ (cf. 3.28) :

$$dp = \bar{\mu}dt.$$

Il n'y a pas d'incertitude ($\sigma = 0$ dans l'équation (3.3)).

Dans ce cas déterministe, la règle d'investissement répond à une stratégie "*now or never*" définie par Dixit et Pindyck[1994]. La détermination du seuil d'investissement revient à décider de retenir le projet à la date optimale t^* (stratégie "*now*"). Si à cette date optimale t^* l'investissement n'est pas retenu, l'option disparaît : il n'y a pas de possibilité d'attente (stratégie "*never*"). Il est alors équivalent d'après Dixit[1992] d'utiliser le critère néoclassique de la VAN.

Si l'option est exercée au temps t, cela signifie que, d'après (3.42), le flux de trésorerie actualisé net est égal à :

$$V(p_t) = \max_{p_t} E\left\{(1-\lambda)(p_t - C)e^{-rt}\right\}.$$

De plus le prix de revient évolue à taux constant dans le temps, selon la dynamique $dp = \bar{\mu}dt$ (3.28). Le prix courant p_t est connu et s'exprime en fonction de p_0, le prix de revient à la date initial $t_0 = 0$,

$$p_t = \bar{\mu}t + p_0.$$

La date optimale t^* est la date d'échéance de l'option d'investissement. A cette date, l'entreprise doit choisir ou non d'investir. Pour la déterminer, l'entreprise doit considérer le supplément de valeur maximum attendu de l'opportunité d'investissement, c'est-à-dire le maximum espéré que le projet lui procure. La date optimale t^* est donc la solution du programme suivant :

$$V(p_{t^*}) = V(p^*) = \max_t E\left[(\bar{\mu}(1-\lambda)t + (1-\lambda)(p_0 - C) - K)e^{-rt}\right].$$

A la suite de McDonald et Siegel[1985], nous montrons qu'il existe toujours une date optimale t^* à laquelle il est optimal d'investir quels que soient le trend et le taux d'actualisation, puisque $\lim_{t\to\infty} \bar{\mu}(1-\lambda)te^{-rt} = 0$ est toujours vraie, $\forall(\bar{\mu}, r) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$ (la valeur de l'entreprise V_t n'augmente pas indéfiniment avec le temps et l'investissement est toujours une meilleure politique que l'attente).

L'objectif de la baisse des coûts d'approvisionnement se traduit par une tendance d'évolution du prix négative, c'est-à-dire $\bar{\mu} \leq 0$: le prix de revient est constant ou diminue dans le temps. La règle d'investissement est une règle "*now or never*" à la date initiale[72] :
il est optimal d'investir immédiatement[73] si $(1-\lambda)p_0 - (1-\lambda)C - K > 0$

$$\Longleftrightarrow p_0 > p_0^* = C + \frac{1}{(1-\lambda)}K > K,$$

sinon il n'est jamais optimal d'investir. La règle se résume ainsi :

$$\max\{(1-\lambda)(p_0 - C) - K; 0\}$$

en $t^* = 0$, qui est la date initiale et la date d'échéance de l'option dans la stratégie d'investissement.

C'est à partir de ce seuil d'investissement que nous allons établir la valeur de la prime d'option. Ce seuil augmente avec le coupon et quand le taux d'imposition sur les sociétés diminue.

Notons que l'option disparaît si l'entreprise ne retient pas le projet en $t^* = 0$. La valeur du projet nucléaire dépend de la règle d'investissement :

$$V_0 = V_{t^*} = \begin{cases} 0 \text{ si } p_0 \leq p_{VAN}^* = C + \frac{1}{(1-\lambda)}K\,; \\ (1-\lambda)(p_0 - C) - K \text{ si } p_0 > p_{VAN}^*. \end{cases}$$

[72] p_t diminue avec t. Il n'est pas optimal d'investir à la période suivante $t = 1$ puisque $p_1 < p_0$.

[73] En environnement certain, le prix seuil de déclenchement de l'investissement est supérieur à celui pour une entreprise autofinancée : $C + \frac{1}{(1-\lambda)}K > K \Longleftrightarrow C > -\frac{\lambda}{(1-\lambda)}K$.

Proposition (7). *Une entreprise réglementée au coût du service sans ajustement du taux de rendement et endettée pour des raisons institutionnelles investit pour un prix de revient seuil supérieur à celui établi en cas d'autofinancement.*

Ce prix seuil augmente avec le coupon de la dette et avec le taux d'impôt sur les sociétés.

4.1.2 L'ajustement aléatoire du taux de rendement du "cost plus"

Le segment de la production est réglementé au coût du service, réglementation dont le taux de rendement du capital peut être ajusté à la baisse. L'entreprise n'étant pas supposée prévoir l'action du régulateur, subit un choc à la baisse du prix de revient (3.29) :

$$dp = \bar{\mu}dt - p_t dq,$$

où q suit un processus de Poisson qui modélise l'action réglementaire qui s'impose à l'entreprise :

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec la probabilité } (1 - \psi dt) \\ \varphi \text{ avec la probabilité } \psi dt\,; \end{cases}$$

ψ est le taux d'occurrence moyen de cette intervention ;

φ est le pourcentage d'ajustement à la baisse probable du prix de revient, $0 \leq \varphi \leq 1$.

Si $\varphi = 0$, nous retrouvons le cas déterministe et l'entreprise investit pour un prix seuil égal à celui du scénario 1 : $C + \frac{1}{(1-\lambda)}K > K$, le seuil de déclenchement de l'entreprise autofinancée dans ce même scénario.

Si $\varphi = 1$, l'électricité ne vaut plus jamais rien après une intervention du régulateur. Le prix seuil est inférieur à celui du scénario 1, $p^* = \frac{\bar{\mu}}{(1-\lambda)(\psi+r)} + C + \frac{1}{1-\lambda}K < C + \frac{1}{(1-\lambda)}K$, le seuil de déclenchement de l'investissement du scénario déterministe. Ce prix reste inférieur à K, le seuil de déclenchement de l'entreprise autofinancée si le coupon est tel que : $C < \frac{\lambda}{1-\lambda}K - \frac{\bar{\mu}}{(1-\lambda)(\psi+r)}$.

4.2 Le pool concurrentiel

4.2.1 Le prix de revient fluctue comme le coût marginal

Sur le pool, le prix de revient est donné par la centrale marginale appelée. Le régulateur a rend le marché électrique contestable afin de rendre l'offre plus efficace. Dans le scénario 3, le prix est aléatoire autour d'une tendance décroissante. Il suit un processus d'Itô (3.31) tel que :

$$dp = \bar{\mu}dt + \sigma dz,$$

où la dérive est négative, $\bar{\mu} \leq 0$, puisque l'entreprise cherche à se prémunir contre le risque de compétitivité, et où la dérive et la volatilité sont constantes (cf. (3.3)).

L'entreprise cherche à maximiser sa valeur selon le programme (3.4) :

$$V(p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V(p_t) + E[dV]\}.$$

Les hypothèses de la neutralité de l'entreprise au risque et d'absence d'opportunité d'arbitrage permettent de récrire l'équation différentielle partielle d'Hamilton-Jacobi-Bellman (3.5), condition du premier ordre de cette maximisation de la valeur de l'entreprise :

$$rV_t(p_t)dt = E[dV] = dV.$$

D'après le lemme d'Itô pour le mouvement brownien,
$dV = DVdt + \frac{\partial V(p_t)}{\partial p_t}\sigma dz_t = \left[\frac{\partial V(p_t)}{\partial t} + \bar{\mu}\frac{\partial V(p_t)}{\partial p_t} + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2 V(p_t)}{\partial p_t^2}\right]dt + \frac{\partial V(p_t)}{\partial p_t}\sigma dz_t.$
Puisque $E[dz] = 0$,
$E[dV] = \left[\bar{\mu}V_p(p) + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}(p)\right]dt$
et $rV(p)dt = \left[\bar{\mu}V_p(p) + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}(p)\right]dt \Longrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}(p) + \bar{\mu}V_p(p) - rV(p) = 0.$
Par artifice mathématique ($X^2 = V_{pp}(p)$), nous résolvons cette EDO sous la forme :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 + \bar{\mu}X - r = 0.$$

Nous retrouvons deux racines réelles,
$$\begin{cases} X = \frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2} > 0\,; \\ X = \frac{-\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2} < 0. \end{cases}$$

La valeur optimale de l'entreprise, solution générale de cette EDO, est donnée sous la forme :

$$V(p) = A_1 e^{-p\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + A_2 e^{-p\frac{-\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}},$$

sachant que la solution intérieure triviale $V(0) = 0$ nous permet d'en déduire que $A_2 = -A_1$.

La valeur se récrit alors :

$$V(p) = A_1\left[e^{-p\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - e^{-p\frac{-\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}\right],$$

dont nous obtenons la constante A_1 par les conditions au bord. Ces conditions au bord sont exprimées pour le prix seuil du déclenchement de l'investissement p^*. Le seuil d'investissement p^* ne varie pas pendant toute la durée de vie de l'option et délimite les deux zones optimales

d'exercice et de non exercice de l'option d'investissement. La frontière d'exercice choisie est alors une fonction déterministe, définie telle que la valeur de l'option est maximale. Elle vérifie une condition de premier ordre (condition de continuité) et une condition de second ordre (condition de dérivabilité).

La condition du premier ordre est une condition de continuité qui signifie qu'au moment d'investir, l'entreprise reçoit juste la recette nette de l'investissement :

$$\begin{aligned} V(p^*) &= (1-\lambda)\,p^* - (1-\lambda)\,C - K \\ &= A_1 \left[e^{-p^* \frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - e^{-p^* \frac{-\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \right]. \end{aligned} \tag{3.43}$$

La condition du second ordre est une condition technique de dérivabilité qui garantit la continuité entre la valeur de l'entreprise et l'option exercée, soit :

$$\begin{aligned} V'(p^*) = &-A_1 \frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2} e^{-p^* \frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \\ &+A_1 \frac{-\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2} e^{-p^* \frac{-\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} = (1-\lambda)\,. \end{aligned} \tag{3.44}$$

D'après (3.43), nous obtenons la valeur des constantes A_1 et A_2 qui sont exprimées pour le prix de revient seuil p^* : $(1-\lambda)\,p^* - (1-\lambda)\,C - K = A_2 e^{-p^* \frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \left[-e^{2p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + 1 \right]$

$$\Longrightarrow -A_1^* = A_2^* = \frac{[(1-\lambda)p^* - (1-\lambda)C - K] e^{p^* \frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}{1 - e^{2p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}.$$

Nous les remplaçons dans la condition de dérivabilité (3.44) :

$$V_p(p^*) = \frac{[(1-\lambda)p^* - (1-\lambda)C - K] e^{p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \left[\left(\bar{\mu} - \sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r} \right) e^{p^* \frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - \left(\bar{\mu} + \sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r} \right) e^{-p^* \frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \right]}{\sigma^2 \left[e^{2p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - 1 \right]}$$

$$V_p(p^*) = (1-\lambda)$$

$$\Longrightarrow \left[p^* - C - \frac{1}{1-\lambda} K \right] = \frac{\sigma^2 \left[e^{2p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} - 1 \right]}{\left[\left(-\bar{\mu} + \sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r} \right) e^{2p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + \left(\bar{\mu} + \sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r} \right) \right]} > 0. \tag{3.45}$$

La prime d'option $\Delta = p^* - p^*_{VAN}$ est identique à celle trouvée en autofinancement. Elle est positive, et elle augmente avec la tendance $\bar{\mu}$ et la volatilité σ (cf. annexe 3-f) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta}{\partial \bar{\mu}} > 0\,; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma} > 0. \end{cases}$$

L'entreprise choisit d'accepter le projet d'investissement si $p_t > p^* > 0$, puisque la solution triviale $V(0) = 0$ (un prix nul entraîne une valeur de l'entreprise nulle) indique que l'investissement n'est pas optimal pour $p_t \leq p^*$. D'après cette règle d'investissement, la valeur de l'équipement électronucléaire est égale à :

$$V_t = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* : p^* \text{ vérifie l'égalité (3.45) et } p^* > p^*_{VAN} \equiv K\,; \\ \frac{[(1-\lambda)p^* - (1-\lambda)C - K]e^{p^* \frac{\bar{\mu} + \sqrt{\bar{\mu}^2 + 2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}{1 - e^{2p^* \frac{\sqrt{\bar{\mu}^2 + 2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}} \left(-e^{p \frac{-\bar{\mu} + \sqrt{\bar{\mu}^2 + 2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + e^{-p \frac{\bar{\mu} + \sqrt{\bar{\mu}^2 + 2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} \right) \text{ si } p_t > p^*. \end{cases}$$

4.2.2 La référence aux CCG : la détermination du prix de revient par leur coût marginal

La concurrence sur le pool peut conduire à l'entrée massive de centrales plus réversibles, comme nous le montre l'exemple britannique. Nous avons vu qu'en concurrence, le prix de revient p_t est solution d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (3.35) :

$$dp = \eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz,$$

où $\bar{p}$ est le coût marginal en développement de la filière de génération au gaz ;

η est la vitesse d'entrée sur le marché des CCG ($\eta > 0$) ;

z_t est un processus de Wiener standard ;

σ est la volatilité non nulle.

Le choix d'investissement correspond au supplément de valeur de l'entreprise induit ou non par le projet (3.4) :

$$V(p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V(p_t) + E[dV]; 0\}\,.$$

En AOA l'entreprise neutre au risque est supposée prendre sa décision après avoir résolu l'équation de Bellman (3.5) :

$$rVdt = E[dV] = dV.$$

D'après le lemme d'Itô, après simplification de l'écriture de l'équation qui porte les dérivées en indices :

$dV = \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial p}dp + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}(dp)^2$

$\Longrightarrow dV = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \eta(\bar{p} - p)\frac{\partial V}{\partial p} + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right]dt + \sigma p\frac{\partial V}{\partial p}dz.$

Puisque $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ et que $dz \sim \mathcal{N}(0, \sqrt{dt})$, $E[dz] = 0$ et $E[dz^2] = Var\,[dz] = dt$,

$E[dV] = \left[\eta(\bar{p} - p)V_p + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp}\right]dt.$

L'entreprise prend la décision vérifiant l'équation de Bellman, ce qui revient à résoudre l'EDO :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp} + \eta(\bar{p} - p)V_p - rV = 0.$$

La solution de cette EDO se cherche sous la forme : $V(p) = Ap^\beta f(p)$, où A et β sont deux constantes telles que $f(p)$ est une solution à l'EDO. Comme pour le cas en autofinancement, nous obtenons la solution :

$$V(p) = Ap^\beta F(\beta, B; \frac{2\eta}{\sigma^2}p),$$

où la condition $0 \leq p \leq \frac{\sigma^2}{2\eta} = \bar{p}$ assure la convergence de la série hypergéométrique. Nous particularisons cette solution en posant une condition sur la constante $B \in \mathbb{N}^*$ de la série, $B = 3 \Longrightarrow \frac{2\eta\bar{p}}{\sigma^2} = 1 \Longrightarrow \bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$ (borne supérieure du prix de revient puisque $0 \leq p_t \leq \frac{\sigma^2}{2\eta}$) :

$$V(p) = ApF(1, 2 + \frac{2\eta}{\sigma^2}\bar{p}; \frac{2\eta}{\sigma^2}p).$$

Les conditions du premier et du second ordre nous permettent de trouver la valeur de la constante A.

Les conditions au bord, de continuité et de dérivabilité, s'écrivent respectivement :

$$V(p^*) = Ap^*F(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = (1 - \lambda)\,p^* - \left[(1 - \lambda)\,(1 + r) - \frac{1}{r}\right]C - K \tag{3.46}$$

et

$$V'(p^*) = Ap^*F'(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + AF(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = (1 - \lambda)\,. \tag{3.47}$$

La valeur du prix de revient seuil est égale à (cf. annexe 3-j) :

$$p^{*\,2}\left\{\frac{2\eta}{\sigma^2}(1 - \lambda)\right\} + p^*\left\{\frac{2A}{\sigma^2} - 2\,(1 - \lambda) - \frac{2\eta}{\sigma^2}\left[(1 - \lambda)\,C + K\right]\right\} + \left\{(1 - \lambda)\,C + K\right\} = 0, \tag{3.48}$$

où l'expression de la constante A est donnée par :

$$A = -\frac{\sigma^2}{p^*}\left[(1-\lambda)\,C + K\right] + \eta\,(1-\lambda)\,C + \eta K + (1-\lambda)\,\sigma^2.$$

En remplaçant la constante A par sa valeur dans l'équation (3.48), nous obtenons le prix de revient seuil déclenchement de l'investissement retenu pour $\bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$ (cf. annexe 3-j) :

$$p^* = \sqrt{\bar{p}\frac{(1-\lambda)\,C + K}{(1-\lambda)}} < \bar{p}.$$

La prime de l'option est identique à celle de l'entreprise qui s'autofinance.

L'entreprise construit l'équipement nucléaire si $p_t > p^* > 0$. Elle attend avant d'investir $p_t \leq p^*$, puisque la solution triviale $V(0) = 0$ détermine la zone d'arrêt optimale. La valeur de l'équipement électronucléaire est déterminé par la règle d'investissement :

$$V_t = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* < \bar{p} : p^* = \sqrt{\bar{p}\frac{(1-\lambda)C+K}{(1-\lambda)}} < \bar{p}\,; \\ \left(-\frac{\sigma^2}{p^*}\left[(1-\lambda)\,C + K\right] + \eta\,(1-\lambda)\,C + \eta K + (1-\lambda)\,\sigma^2\right) p^{\beta} F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p) \text{ si } \bar{p} > p_t > p^*. \end{cases}$$

4.3 Conclusion

Nous venons de montrer qu'un endettement qui s'impose à l'entreprise ne modifie pas sa décision d'investissement.

Proposition (8). *En incertitude, l'entreprise endettée de façon exogène retarde autant son investissement que si elle s'autofinançait : la prime d'option Δ reste identique.*

La prime d'option Δ est la différence entre les seuils d'investissement déterminés par la règle de la valeur actuelle nette et par la théorie des options réelles. Elle met en évidence la flexibilité que l'entreprise acquiert à travers la programmation de son investissement. Cette valeur d'option reste la même dans les cas où l'entreprise est autofinancée ou endettée de façon résiduelle. En présence d'incertitude, l'entreprise endettée à la marge retarde d'autant l'acceptation du projet que si elle était autofinancée. L'ajout d'une option de passif ne modifie pas la valeur de l'opportunité d'investissement qui est représentée par une option d'attente.

Ce résultat explique l'hypothèse, habituelle dans la littérature sur les options réelles, de séparation des décisions d'investissement et de financement de l'entreprise. Le théorème de Modigliani et Miller[1958] est ainsi supposé s'appliquer.

Nous ne prendrons pas en compte le mouvement du taux d'endettement effectif autour du taux cible. En effet, une adaptation instantanée du taux d'endettement n'est pas réaliste. La décision d'endettement est donc irréversible. Nous allons voir dans le chapitre suivant que Mauer et Triantis[1994] ont montré a contrario que la flexibilité financière n'influence pas la décision d'investissement. Ce résultat est corroboré par Faig et Shum[1999] dans le cas d'un investissement irréversible.

Par contre, nous avons également vu dans le chapitre 2 que le taux cible peut se modifier dans le temps selon le pouvoir de négociation des actionnaires et des obligataires, puisque nous envisageons en extension l'ouverture du capital d'EdF. C'est ce que nous envisagerons dans le chapitre 4, en extension de notre modèle qui aborde la question du choix de l'entreprise concernant la structure de son financement.

Tableau recapitulatif : ($\bar{\mu} \leq 0$)

Mouvement du prix de revient $dp = \boldsymbol{\mu}(t, p_t)dt + \boldsymbol{\sigma}(t, p_t)dz$	Seuil d'investissement p_t^*	Régions optimales	Valeur optimale de l'entreprise $V^*(p_t)$
Scénario 1 $dp = \bar{\mu}dt$	$p_0 > p_0^* = p_{VAN}^* = C + \frac{1}{(1-\lambda)}K$ $p_0 \leq p_0^*$	investissement $\emptyset$	$(1-\lambda)(p_0 - C) - K$ 0
Scénario 2 $dp = \bar{\mu}p_t dt - dq$	p^* n'existe pas	attente	0
Scénario 3 $dp = \bar{\mu}dt + \sigma dz_t$ avec $\Theta = \sqrt{\bar{\mu}^2 + 2\sigma^2 r}$	$p_t > p^* : \Delta = \frac{\sigma^2\left(e^{p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}} - 1\right)}{\left(-\bar{\mu}+\Theta\right)e^{2p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}} - \left(\bar{\mu}+\Theta\right)}$ $p_t \leq p^*$	investissement attente	$\frac{((1-\lambda)(p^*-C)-K)e^{p^*\frac{\bar{\mu}+\Theta}{\sigma^2}}}{1-e^{2p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}}}\left(-e^{p\frac{-\bar{\mu}+\Theta}{\sigma^2}} + e^{-p\frac{\bar{\mu}+\Theta}{\sigma^2}}\right)$ 0
Scénario 4 $dp = \eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz_t$ $\sigma \neq 0$ ($\bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$) (cas aléatoire)	$p_t > p^* = \sqrt{\bar{p}\left(C + \frac{K}{1-\lambda}\right)} = \sqrt{\bar{p}p_{VAN}^*}$ $p_t \leq p^* < \bar{p}$	investissement attente	$\left[\begin{array}{l} -\frac{\sigma^2}{p^*}\left[(1-\lambda)C + K\right] \\ +\eta(1-\lambda)C + \eta K \\ +(1-\lambda)\sigma^2 \end{array}\right] p^{\beta} F(1, 3; \frac{p}{\bar{p}})$ 0

Chapitre 4

La décision d'investissement et son financement optimal dans un secteur en cours de déréglementation

Nous avons caractérisé le phénomène de la déréglementation par l'incertitude du prix de revient. Nous avons alors envisagé l'évolution probable de ce prix sous forme de quatre scénarios qui schématisent le passage de la structure monopolistique du segment de la production à la concurrence. Nous venons de voir dans la dernière section du chapitre précédent que la déréglementation permet à l'entreprise d'avoir recours à l'endettement. La dette est d'un montant limité pour des raisons institutionnelles qui regroupent à la fois la volonté de la tutelle publique du monopole et la contrainte de financement du nucléaire sur le marché financier. Ce montant est tel que la disparition de l'entreprise en tant que telle reste improbable. Le système fiscal est simplifié : il impose les profits et autorise l'entreprise à déduire les intérêts de la dette de ses impôts. Cette structure de financement de l'entreprise ne modifie pas sa décision d'investissement en incertitude, en ce sens qu'elle le retarde toujours par rapport à la règle de la valeur actuelle nette. La caractéristique d'irréversibilité de l'investissement nucléaire n'est pas modifiée par la dette.

Sans cette contrainte limitant l'emprunt, l'entreprise peut déterminer sa structure de financement de long terme. En présence de deux imperfections de marché des capitaux que sont la fiscalité et la faillite pour reprendre la terminologie de la théorie du compromis, elle maximise sa valeur en s'endettant de manière optimale. La possibilité que l'entreprise puisse faire l'objet d'une fusion ou d'une acquisition s'explique par la concurrence dans le segment de la

production électrique. Nous allons considérer que cette dette optimale déterminée initialement est constante au cours de l'exploitation de l'équipement.

Les profits de l'entreprise fluctuent dans le temps puisque le prix est stochastique. L'entreprise peut s'endetter automatiquement pour combler un déficit. En cas d'excédent, elle peut soit racheter une partie des obligations émises, soit constituer une marge de manoeuvre financière pour éviter d'avoir ultérieurement recours à l'endettement. La dette effective de l'entreprise peut ainsi varier autour de la dette optimale, ou cible, même si elle tend à y revenir selon un processus de retour à la moyenne. Cette variation dénote le caractère réversible de la décision de financement. En section 1, nous démontrons que la flexibilité financière n'influence pas la décision d'investissement. Ce résultat est obtenu par Mauer et Triantis[1994] pour un projet partiellement réversible et à la limite irréversible. Si l'endettement a pour caractéristique d'être totalement réversible, la valeur de l'option de passif détenue par l'entreprise est nulle. L'entreprise endettée sans tenir compte de la dette cible investit alors au même moment que l'entreprise autofinancée.

Le degré de flexibilité du financement donne la valeur à l'option de vente que l'entreprise achète en s'endettant. Cependant les théories de la finance nous montrent que la dette fluctue autour de la dette optimale qui sert à déterminer l'équilibre de long terme de l'entreprise, notamment en ce qui concerne sa politique de dividendes si nous anticipons l'ouverture du capital d'EdF. Faig et Shum[1999] ont d'ailleurs montré, en termes d'économie fiscale, cet alignement de la politique de financement sur celle de long terme. C'est pourquoi nous envisageons, en section 2, une structure d'endettement initiale et statique de l'entreprise. L'option de passif est définie comme étant totalement irréversible. Nous calculons alors le prix de revient seuil de déclenchement de l'investissement dans les quatre scénarios de structure industrielle. Le projet d'investissement qui est assimilé à une option d'attente quand il est autofinancé, est à présent une option composite puisque la valeur de l'option réelle est augmentée par l'ajout de l'option de passif. L'investissement financé par emprunt de façon optimale est partiellement réversible : la faillite, la fusion ou l'acquisition par des concurrents sont comparables à une cession de l'actif aux créanciers. Le principal résultat que nous obtenons montre que l'entreprise, pour investir, peut anticiper sur la règle de la valeur actuelle nette selon les conditions de marché, dont l'information porte sur le prix de revient, et selon celles de son financement. Elle investit pour une valeur actuelle nette du projet négative afin de bénéficier de l'information courante sur le taux d'impôt sur les sociétés et le coût de cession de l'actif. Nous envisagerons enfin la modification de ce taux d'endettement cible en prenant en compte l'asymétrie de l'information entre les

actionnaires et les obligataires, qui génèrent des coûts d'agence.

Section 1 Ajustement du ratio d'endettement de l'entreprise dans le temps : la dynamique de la dette

La dette institutionnelle que nous avons introduite dans le financement de l'entreprise au chapitre précédent est exogène[1] et statique. De façon plus générale, nous avons vu au chapitre 2 que la différence entre les coûts d'exploitation et le bénéfice non distribué fait apparaître un besoin en financement externe ou un excédent. En cas de besoin en financement, l'entreprise a recours à l'endettement qui résulte de ses décisions passées et qui est alors automatique. L'entreprise se réfère à un taux d'endettement limite qui ne doit pas être dépassé et au-delà duquel elle émet de nouvelles actions[2]. En cas d'excédent, l'entreprise l'utilise pour rembourser des dettes antérieures ou pour constituer une marge de manoeuvre qui lui permettra d'éviter d'avoir recours à l'endettement dans le futur. Le taux d'endettement effectif varie dans le temps : il augmente en périodes d'expansion et diminue en périodes de récession, puisque la constitution de la marge de manoeuvre et la possibilité de remboursement de la dette au cours des périodes d'excédents d'autofinancement permettent des ajustements. Ces ajustements rapprochent le taux d'endettement effectif du taux cible selon un processus de retour à la moyenne.

Dans cette section, nous allons exposer les résultats de la littérature qui endogénéise les dynamiques d'investissement et de financement. Notre présentation se fait à travers deux exemples, plus généraux que notre cadre d'analyse, de modèles qui admettent la variation de la dette.

Le premier modèle de Mauer et Triantis[1994] analyse les interactions entre les décisions de production, de financement et d'investissement. Il envisage, comme notre modèle, la décision d'investissement dans un équipement marginal unique. Mais si la production se fait également à pleine capacité des moyens, il est possible de l'arrêter temporairement et de sortir du marché en payant un coût fixe. Il met en exergue le fait que les décisions de production et d'investissement sont imparfaitement substituables. Il se trouve que nous ne nous intéressons qu'à l'option d'investissement. Un des principaux résultats obtenus par Mauer et Triantis[1994] est que la flexibilité financière n'influence pas la décision initiale d'investissement. Elle caractérise

[1] Elle n'est pas déterminée par l'entreprise, mais par les détenteurs de ses titres.

[2] Même si nous évoquons cette troisième source de financement dans le chapitre 2, nous ne l'intégrerons pas dans notre raisonnement.

une décision de financement totalement réversible. Elle se mesure à partir de la variation de la dette décidée en principe par l'entreprise par rapport au taux d'endettement de long terme que ce modèle ne prend pas en compte pas. Même si les variations de la dette effective autour de cette dette cible ne modifient pas la décision d'investissement, cette politique de long terme est déterminante : par exemple, c'est à partir d'elle que l'entreprise choisit sa politique de dividendes puisque nous avons envisagé l'ouverture du capital de l'entreprise à des investisseurs privés.

Le second modèle de Faig et Shum[1999] analyse l'influence d'un paramètre, la fiscalité, sur les décisions d'investissement et de financement. Nous avons simplifié le système fiscal qui est asymétrique[3] en supposant seuls les profits sont imposables. Or le système fiscal français est plus complexe. Par exemple, le déficit fiscal des sociétés soumises à l'impôt peut être reporté soit sur les bénéfices fiscaux des cinq années suivant l'apparition de ce déficit, soit en arrière sur les trois exercices précédents en commençant par le plus ancien. Ce modèle confirme que la politique de financement de l'entreprise s'aligne sur celle de long terme. En effet, il montre que l'économie fiscale obtenue par l'endettement est la même que la décision de financement soit flexible et ajustée dans le temps ou non, i.e. qu'elle soit décidée initialement.

Cette section nous permet de poser des hypothèses sur le financement pour la section suivante. D'après le principe du financement par projet, nous chercherons le financement optimal d'un investissement marginal, i.e. l'endettement cible statique, puisque la dynamique de la dette se réfère à cette structure de financement de long terme. Nous envisagerons en extension les variations du levier cible dues cette fois à l'asymétrie d'information entre les créanciers et les actionnaires.

1.1 Interactions entre décisions de production, d'investissement et de financement

Le modèle de Mauer et Triantis[1994] se focalise sur les interactions entre les décisions de budgétisation du capital[4] et la structure du capital en dynamique dans un modèle. L'entreprise a une option d'investissement initial et des options de production subséquentes. Elle a la capacité de recapitaliser dans le temps son financement.

La flexibilité des options est évaluée à partir des modèles d'options réelles autofinancées de

[3]Les intérêts de la dette sont déductibles de l'impôt.

[4]i.e. les décisions d'investissement et de financement.

Brennan et Schwartz[1985], McDonald et Siegel[1985, 1986], Majd et Pindyck[1987], Pindyck [1988], Paddock, Siegel et Smith[1988], Dixit[1989], Myers et Majd[1990], Triantis et Hodder[1990]. Mais cet autofinancement ignore les interactions entre les décisions d'investissement et les décisions de financement. En finance, les modèles théoriques analysent le lien statique entre l'investissement et le financement : les décisions d'investissement et de financement sont prises au même moment.

L'entreprise décide de sa structure de financement à chaque instant de façon à maximiser sa valeur. Cette recapitalisation a un coût d'émission des actions ou des obligations. La politique dynamique de financement est un compromis entre, d'une part, le gain fiscal dû au financement par la dette et d'autre part, les coûts de recapitalisation et de détresse financière. L'entreprise peut arrêter quand les conditions du marché, reflétées par le prix de production, sont défavorables de façon à minimiser ses coûts et recommencer son exploitation quand les conditions s'améliorent. Cette réponse face aux variations du prix a un coût, le coût d'ajustement de la production. Nous élargissons ainsi le cadre de notre problématique en étudiant les effets de l'interaction entre l'investissement, le financement et la production, en présence de coûts d'ajustement de la production et de coûts de recapitalisation. Les options d'investissement et de financement ainsi considérées sont partiellement réversibles.

L'entreprise n'envisage d'investir que dans un seul projet initial marginal. Cette opportunité est assimilable à une option composite car la valeur de la dette augmente la valeur du projet. Cependant, en mettant en avant les différences entre cet exemple et notre modèle, l'investissement n'est pas irréversible puisqu'il est revendu à la fin de la période d'exploitation et le taux d'endettement ne dépend pas du taux de long terme. Mais nous vérifions, à l'aide des résultats de Mauer et Triantis[1994], le fait que la variation de la dette définit le caractère réversible de l'option de passif. A la limite, si la flexibilité financière est totale, l'option de passif est nulle : l'entreprise endettée investit à partir du même prix de revient que l'entreprise autofinancée.

1.1.1 L'analyse de Mauer et Triantis[1994]

Nous voulons étudier les interactions des politiques de production, d'investissement et de financement d'une entreprise qui produit un bien unique parfaitement divisible. Sa production est continue dans le temps $\forall t \in [0;T]$ et normalisée[5] quand l'équipement de production est en fonction. Ce bien produit est instantanément vendu sur un marché de concurrence parfaite

[5]Nous retrouvons notre hypothèse de fonctionnement en base à pleine capacité des moyens de production. Cette hypothèse se justifie car le modèle ne prend pas en compte la stratégie de l'entreprise qui évite de payer

à son prix de production p_t. Sur le marché concurrentiel, ce prix est stochastique et suit un mouvement brownien géométrique :

$$\frac{dp}{p_t} = (r - \delta)dt + \sigma dz, \tag{4.1}$$

où la dérive $(r - \delta)$ est le taux de rendement constant de l'actif, qui est égal à la différence entre le taux d'intérêt sans risque et la prime de risque dans ce modèle d'actifs contingents ;

σ est la volatilité constante du prix de revient ;

dz suit un processus de Wiener standard.

1.1.2 Les hypothèses

Les primes de risque sont prises en compte par ce modèle d'actifs contingents. Les hypothèses portent sur les décisions de production et de financement :

- Mauer et Triantis[1994] ont analysé le fonctionnement d'une entreprise sur la période de $t \in [0; T]$ années. A tout instant t, l'entreprise peut arrêter son exploitation en payant un coût de sortie c_X. Si les conditions du marché s'améliorent, elle peut recommencer à produire au coût d'entrée c_N. Ces coûts sont interprétés comme des coûts d'ajustement de la production. La capacité de l'entreprise d'arrêter puis de reprendre l'exploitation lui confère une certaine flexibilité dans la production, que nous pouvons évaluer comme la somme de deux options d'exploitation. Ce cadre d'analyse du financement est donc plus général que celui de notre modèle.

  L'équipement est exploité à pleine capacité de production, pour éviter que l'entreprise ne produise rien mais reste sur le marché. Une telle stratégie lui permettrait de ne pas payer de coût de sortie du marché. La production se fait à coût unitaire constant c. Nous avons également supposé dans le chapitre 3 que la production électrique d'une centrale nucléaire se fait à pleine capacité de ses moyens.

  Comme dans notre modèle, le capital ne se déprécie pas économiquement. A la date terminale T, l'équipement est revendu à sa valeur d'usage S, proportion de l'investissement initial K : l'opportunité d'investissement n'est pas totalement réversible ;

- l'équipement productif est financé par fonds propres et emprunt, émis par l'entreprise. Le niveau de la dette D est la valeur moyenne des obligations qui ont pour date de maturité T et donnent droit au paiement d'un intérêt à taux instantané constant, ou taux

le coût de sortie du marché en abaissant sa production à zéro unités.

de coupon de la dette ϱ. L'entreprise ajuste sa structure de financement dans le temps en payant des coûts de recapitalisation. Ces coûts sont composés d'un coût fixe c_F et d'un coût proportionnel au niveau d'ajustement de la dette qui dépend de la source de financement : l'émission des fonds propres qui permet de racheter la dette a un coût c_{V^1}, tandis que celle de la dette supplémentaire se fait au coût c_{V^2}. Les coûts d'ajustement de la dette sont égaux à :

* $c_F - c_{V^1} dD$ pour un ajustement à la baisse de la dette $(dD < 0)$;
* $c_F + c_{V^2} dD$ pour un ajustement à la hausse de la dette.

Par hypothèse, il n'y a pas d'asymétrie d'information entre les créanciers et les actionnaires ; l'entreprise sélectionne les politiques de production et de financement qui maximise sa valeur totale ;

– les profits d'exploitation nets du paiement des intérêts aux obligataires sont imposés au taux instantané constant τ. Le système d'imposition est asymétrique : les coupons de la dette sont déductibles de l'impôt. A la différence du modèle de Faig et Shum[1999] présenté dans la sous-section suivante, il ne prévoit pas de compensation partielle des pertes d'exploitation par un système de provisions antérieures ou postérieures à la date courante t.

Nous avons constaté précédemment que le système fiscal asymétrique est favorable à l'émission de la dette, l'entreprise pouvant économiser une partie de ses profits de production imposés. Le profit, après impôt et net du paiement des intérêts de la dette, est distribué aux actionnaires[6]. Quand l'entreprise arrête sa production, ce profit est inférieur au coupon. Les actionnaires transfèrent une partie de leurs dividendes aux obligataires pour couvrir le déficit du coupon.

Il n'y a pas d'impôt sur les revenus (IR), i.e. sur les fonds propres et le coupon. Mais le modèle peut prendre en compte un taux d'IR constant. Le taux d'imposition τ s'interprète alors comme l'avantage fiscal net de la dette sur les fonds propres après ajustement, qui intègre les impôts sur les personnes physiques ;

– la théorie du compromis énonce que si l'impôt incite à émettre une dette, cette dernière a un coût : le coût de faillite ou de détresse financière résulte d'une recapitalisation pour prévenir la détresse financière. L'obligation impose que la valeur de la dette D soit

[6]Nous parlons indifféremment de politique de dividendes ou de politique de plus-values, selon que nous envisageons ou non l'ouverture du capital de l'entreprise.

inférieure à celle de l'entreprise V, l'entreprise faisant faillite dans le cas contraire. Les créanciers obtiennent la propriété de l'entreprise après le paiement du coût de la faillite $G + gD$, où $0 \leq g < 1$ et D est la valeur de l'entreprise en faillite. Pour maximiser la valeur de l'entreprise, les obligataires doivent alors choisir une nouvelle structure de capital, en tenant compte des coûts de recapitalisation. Notons qu'il n'y a pas d'asymétrie d'information entre créanciers et actionnaires ;

– cette dernière hypothèse pose les conditions d'existence d'un marché d'actifs contingents :

  * l'absence de coûts de transaction entre les agents ;
  * la commercialisation continue des titres ;
  * la duplication du prix du bien par les titres existants, par exemple des contrats de futures sur ce bien ;
  * l'existence d'un titre sans risque à taux de rendement constant r.

1.1.3 Le modèle

L'entreprise retient les politiques (trajectoires) optimales de production et de financement qui maximisent sa valeur. Chaque politique est une séquence de décisions optimisées dans le temps grâce aux variables de contrôle : le prix de production p et le niveau de la dette D, parce que la production de l'entreprise est flexible et que la dette peut être ajustée dans le temps.

Les décisions d'exploitation sont comprises parmi les décisions possibles suivantes :

$$\Theta = \{\theta(p, D, t) \in [1; 2] \,/\, p > 0, D > 0, t \in [0; T]\},$$
$$\text{où} \begin{cases} \theta(p, D, t) = 1 \text{ si l'entreprise choisit de produire ;} \\ \theta(p, D, t) = 2 \text{ si l'entreprise choisit d'arrêter.} \end{cases}$$

Les décisions de financement possibles sont comprises dans une gamme bornée de fait par les prix de recapitalisation :

$$\Psi = \{\psi(p, D, t) \,/\, V - D > \psi(p, D, t) > -D; p > 0, D > 0, t \in [0; T]\},$$
$$\text{où } \psi(p, D, t) \text{ est la variation du montant de la dette.}$$

La valeur de l'entreprise $V(p, D, t)$ est différente si elle produit $(V^1(p, D, t))$ ou si elle arrête de produire $(V^2(p, D, t))$.

1.1.3.1 Le programme - Nous suivrons la démarche de Dixit et Pindyck[1998] que nous avons déjà exposée dans la section 2 du chapitre 2. En absence d'opportunité d'arbitrage,

l'entreprise qui cherche à maximiser sa valeur, $\max_{\theta\in\Theta,\psi\in\Psi}\{V^1;V^2\}$, doit résoudre deux équations de Bellman (cf. les équations différentielles partielles (2.42) du chapitre 2). La valeur de l'entreprise dépend de la variable d'état, le prix de production, dont l'évolution est exprimée en (4.1). En notant les dérivées en indice, nous obtenons les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}\sigma^2p^2V^1_{pp}+(r-\delta)pV^1_p+V^1_t-rV^1+(p-c)-\tau\max\{0;p-c-\varrho D\}=0\\ \tfrac{1}{2}\sigma^2p^2V^2_{pp}+(r-\delta)pV^2_p+V^2_t-rV^2=0\end{aligned}\tag{4.2}$$

où ϱ est le taux de coupon de la dette ;

$(p-c)-\tau\max\{0;p-c-\varrho D\}$ correspond au profit courant d'exploitation de l'entreprise après impôt. $(p-c)$ est le profit avant imposition et $\tau\max\{0;p-C-\varrho D\}$ représente le montant de l'impôt, sachant que n'est imposable qu'un profit net des intérêts de la dette positif ;

les politiques d'exploitation θ et de financement ψ sont les deux variables de contrôle[7] de l'optimisation.

Le théorème de représentation de Feynman-Kac[8] démontre que ces EDP admettent chacune une solution unique $V^*(p,t)$. Nous allons préciser la frontière optimale pour les deux politiques de production et de financement à partir des conditions aux bords et des conditions initiales.

1.1.3.2 Les conditions aux bords et conditions initiales - Elles expriment la frontière d'optimalité qui délimite la zone de validité comme le lieu géométrique de l'indifférence de l'entreprise entre produire ou arrêter sa production.

La frontière d'optimalité est également le lieu géométrique d'indifférence de l'entreprise entre un financement incrémental par la dette ou par les fonds propres.

a) Les conditions de continuité ("free-boundary conditions")

I La frontière de production :

Soient $p_X(D,t)$, le prix de production en-dessous duquel l'entreprise arrête de produire et sort du marché, et $p_N(D,t)$, le prix de production au-dessus duquel l'entreprise recommence à produire. Ces prix dépendent de :

- la dette D, ce qui montre l'influence de la politique de financement de l'entreprise sur sa politique d'exploitation ;
- du temps, parce que le modèle admet un horizon fini T.

[7] Dans notre modèle, le contrôle u_t porte sur la politique d'investissement : $u_t \in$ {investir ; attendre}.

[8] Cf. par exemple Demange et Rochet[1997, p. 210].

Les conditions de continuité s'expriment à partir des coûts d'ajustement de la production :

$$V^1(p_X(D,t),D,t) = V^2(p_X(D,t),D,t) - c_X$$
$$V^2(p_N(D,t),D,t) = V^1(p_N(D,t),D,t) - c_N$$

Au prix $p_X(D,t)$, l'entreprise arrête de produire et sort du marché en payant c_X et au prix $p_N(D,t)$, l'entreprise recommence à produire et entre dans le marché au coût c_N.

I La frontière de financement :

Soient $\underline{D}(p,t)$ et $\bar{D}(p,t)$, les niveaux de dette seuils, minimal et maximal, à partir desquels l'entreprise choisit d'augmenter et respectivement de diminuer son levier. $D^*(p,t)$ et $D^{**}(p,t)$ sont définis comme les niveaux de dette cibles instantanées, et non de long terme, de cette modification du levier tels que : $0 \leq \underline{D}(p,t) \leq D^*(p,t) \leq D^{**}(p,t) \leq \bar{D}(p,t)$.

Les conditions de continuité s'expriment à partir des coûts de recapitalisation :

$$\begin{aligned} V^i(p,\underline{D},t) &= V^i(p,D^*,t) - \left\{ c_F + c_{V^2}(D^* - \underline{D}) \right\} \\ V^i(p,\bar{D},t) &= V^i(p,D^{**},t) - \left\{ c_F + c_{V^1}(\bar{D} - D^{**}) \right\} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Une entreprise qui ajuste son levier à la hausse, augmente sa dette de son niveau minimal $\underline{D}$ à son niveau cible D^*. Cet optimum D^* est déterminé de manière telle que la valeur initiale de l'entreprise soit égale à la valeur nette du coût de recapitalisation du levier à la hausse[9], i.e. à $c_F + c_{V^2}(D^* - \underline{D})$.

De façon symétrique, une entreprise qui ajuste son levier à la baisse, diminue sa dette de son niveau maximal $\bar{D}$ à son niveau cible D^{**}. La valeur optimale D^{**} est telle que la valeur initiale de l'entreprise reste inchangée. Elle est égale à la valeur nette du coût d'ajustement à la baisse de la dette[10], $c_F + c_{V^1}(\bar{D} - D^{**})$.

b) Les conditions de dérivabilité ("smooth-pasting conditions")

Ces conditions du premier ordre de la maximisation de la valeur de l'entreprise imposent l'égalité des valeurs et des pentes le long des frontières d'optimalité. Elles sont supposées vérifiées par la résolution numérique.

[9] Cette valeur atteinte pour le niveau cible de dette D^* est égale à la somme du coût fixe de recapitalisation c_F et de son coût proportionnel c_{V^2} à l'émission du supplément de dette $(D^* - \underline{D})$.

[10] C'est la somme du coût fixe de recapitalisation et de son coût proportionnel à l'émission de fonds propres supplémentaires pour le niveau D^{**} de dette.

c) Les conditions initiales ("fixed-boundary conditions")

Il suffit de deux conditions initiales pour déterminer les zones de validité de politiques.

I L'entreprise peut ne pas respecter la contrainte d'infériorité de la valeur de la dette sur la valeur du projet. Elle décide alors de ne peut pas recapitaliser même si cela la rapproche de l'état de faillite. Quel que soit son choix de production, la valeur de l'entreprise est égale à :

$$V^i(p, D^B, t) + \{G + gD^B\} = V^i(p, 0, t), \ \forall i \in \{1, 2\},$$

où D^B est la valeur de la dette lors de la défaillance ;

G et gD^B sont des coûts respectivement fixe et variable de gestion de la faillite.

La somme de la valeur de l'entreprise en faillite et du coût de faillite correspond à sa valeur en cas d'autofinancement. L'entreprise devient la propriété des obligataires. Les créanciers annulent la dette et doivent choisir une structure du capital à partir de $D = 0$: l'entreprise s'endette immédiatement. Cette structure doit maximiser la valeur de l'entreprise (cf. la première équation (4.3)).

I A l'horizon T, la valeur terminale de l'entreprise est la suivante :

$$V^i(p, D, T) = S, \ \forall i \in \{1, 2\}.$$

1.1.3.3 La décision d'investissement - Pour analyser l'effet des politiques de production et de financement sur la décision initiale d'investissement de l'entreprise dans un équipement productif, nous supposons que l'entreprise prend sa décision d'investissement initial sur la période $[0, T]$.

L'entreprise maximise la valeur de son option d'investissement parmi les politiques d'investissement réalisables :

$$\max_{\xi(p,t) \in \Xi} \left\{ V^0; V^1 \right\},$$

où $V^0(p, t)$ est la valeur de l'option d'investissement ;

la politique d'investissement $\xi(p, t)$ est comprise dans l'ensemble des possibles :

$$\Xi = \{\xi(p, t) \in [0; 1] \, ; p > 0, t \in [0; T]\}.$$

Nous retrouvons le contrôle u_t, $u_t \in$ {investir ; attendre} de notre modèle : $V^0(p, t) = 0$ si l'entreprise retarde son investissement et $V^0(p, t) = 1$ si elle investit.

Le programme d'optimisation de l'entreprise (4.2) intègre une EDP qui rend compte de la possibilité d'investissement :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V^0_{pp} + (r-\delta)pV^0_p + V^0_t - rV^0 = 0$$

Il y a deux conditions aux bords supplémentaires, la condition de dérivabilité étant supposée vérifiée.

I La condition de continuité détermine le prix d'exercice K de l'option d'investissement pour laquelle l'entreprise est indifférente entre détenir l'opportunité, et investir puis produire en autofinancement :

$$V^0(p_K(t),t) + K = V^1(p_K(t),0,t),$$

où p_K est le prix seuil de déclenchement de l'investissement.

L'entreprise qui exerce son option, investit et s'endette immédiatement pour financer son projet à hauteur de D^* (cf. (4.3)) et à condition que les intérêts de la dette soient déductibles du profit d'exploitation imposable. L'existence de ce profit exige que $p_K(t) > c$.

I La condition initiale donne la valeur terminale de l'option d'investissement à l'horizon T :

$$V^0(p,T) = 0.$$

L'entreprise perd toute opportunité d'investir au-delà de sa période de fonctionnement.

1.1.4 Conclusions

Le modèle met en exergue les effets de la flexibilité de la production et du financement sur les politiques d'investissement, de production et de financement. La solution ne pouvant être que numérique, Mauer et Triantis[1994] ont utilisé la méthode aux différences finies sous plusieurs hypothèses d'égalité :

- des coûts d'arrêt et de reprise de l'exploitation, $c_N = c_X$;
- les coûts proportionnels de diminution et d'augmentation du niveau de la dette, $c_{V^1} = c_{V^2}$;
- du taux du coupon de la dette et du taux d'intérêt, $\varrho = r$;
- du prix initial et du coût unitaire de production, $p_0 = c = 100$ \$ / unité.

1.1.4.1 L'absence d'effet de la politique de financement sur la politique de production - La valeur de l'entreprise augmente pour une baisse[11] :

– des coûts de recapitalisation.

Des coûts de recapitalisation faibles augmentent le niveau de la dette car il est alors moins coûteux de recapitaliser pour éviter la faillite. L'entreprise recapitalise plus fréquemment pour atteindre un niveau de dette plus élevé quand le prix de production augmente ;

– des coûts d'ajustement.

L'accroissement de la valeur de l'entreprise a deux causes :

* un coût d'ajustement d'exploitation à la faible baisse incite l'entreprise à arrêter plus fréquemment sa production quand les profits deviennent négatifs. Du fait d'un coût d'ajustement d'exploitation à la faible hausse, l'entreprise recommence plus rapidement à produire quand les conditions du marché s'améliorent ;

* l'accroissement de la valeur du gain fiscal pour une entreprise endettée. Des coûts d'ajustement d'exploitation peu élevés permettent d'augmenter la valeur actuelle de l'économie fiscale, i.e. la valeur actuelle des profits d'exploitation et de diminuer la volatilité de la valeur de l'entreprise. Le gain fiscal atténue l'influence des bas prix sur le profit de production réalisé. Toutes choses égales par ailleurs, l'accroissement de la valeur de l'entreprise et la diminution de sa volatilité abaisse le risque de faillite et permet à l'entreprise de maintenir un niveau élevé de dette qui génère un gain fiscal plus important.

Une entreprise qui ne fait jamais de perte d'exploitation, n'utilise jamais son option d'arrêt de son équipement productif. La flexibilité de la production n'a alors pas d'effet sur la valeur de l'économie fiscale. L'influence de la flexibilité de la production[12] sur la valeur de l'économie fiscale est abaissée par celle de la flexibilité financière[13] : flexibilité de production et flexibilité financière sont substituables au moins à un certain degré.

Ce résultat paraît contre-intuitif. En effet, tout porte à croire que l'entreprise endettée entrerait sur le marché à partir d'un prix seuil inférieur à celui de l'entreprise autofinancée, afin de bénéficier du gain fiscal. Ce phénomène serait accentué par des coûts de recapitalisation faibles.

[11] i.e. pour des décisions de production et de financement réversibles.

[12] i.e. pour des coûts d'ajustement de la production peu élevés.

[13] i.e. pour des coûts de recapitalisation plus faibles.

Mais ce faisant, l'entreprise endettée renoncerait à la valeur générée par l'attente d'informations supplémentaires sur les conditions futures de marché. La valeur de cette attente se définit comme la valeur des pertes d'exploitation évitées par une entrée prématurée. De même, nous pensions qu'une entreprise endettée attendrait pour sortir du marché un prix seuil inférieur à celui de l'entreprise autofinancée. Elle espérerait ainsi que le prix de production augmenterait, ce qui lui permettrait de bénéficier d'un gain fiscal supplémentaire. Or ce gain est inférieur au coût de compensation des pertes d'exploitation. L'entreprise ne change pas sa politique de production quand sa politique de financement est flexible. La valeur de l'option de passif est nulle pour une décision de financement parfaitement réversible.

1.1.4.2 Levier et flexibilité de la production - La flexibilité de la production augmente la valeur du gain fiscal d'un financement par la dette. L'entreprise s'endette à un niveau plus élevé quand les coûts d'exploitation diminuent. La politique de financement par la dette est dynamique : le prix de production varie dans le temps et l'entreprise peut modifier sa structure de capital en fonction de sa valeur. Elle ajuste également les seuils $\underline{D}$ et $\bar{D}$ de recapitalisation et le ratio moyen de la dette.

L'augmentation du levier est due à la baisse des coûts d'ajustement de production et à l'accroissement du prix de marché qui abaissent la volatilité de la valeur de l'entreprise. Pour des prix élevés, le levier moyen devient insensible aux coûts d'ajustement de la production, l'entreprise exploitant son équipement sans interruption jusqu'à la date terminale T. La volatilité de la valeur de l'entreprise est asymptotique à la volatilité du prix.

La dette varie entre les seuils $\underline{D}$ et $\bar{D}$ sans nécessiter de recapitalisation, écart qui définit la gamme des leviers possibles sans coût (de recapitalisation) pour l'entreprise. La gamme diminue avec les coûts d'ajustement de la production surtout si le niveau des prix est bas. La volatilité de la valeur de l'entreprise diminue avec les coûts d'ajustement : l'entreprise peut restreindre sa gamme sans augmenter la fréquence de ses recapitalisations. La gamme est une fonction croissante de la volatilité de la valeur de l'entreprise, résultat trouvé pour une volatilité endogène[14] de la valeur de l'entreprise, alors que Fischer, Heinkel et Zechner[1989] l'ont démontré pour une volatilité exogène. Si le levier moyen augmente dans une gamme qui se restreint, la flexibilité de la production devient plus importante.

[14] Elle est fonction de la flexibilité de production et de la volatilité du prix sous-jacent.

1.1.4.3 Financement et investissement - Le projet n'est réalisé que sur la période $[0, T]$. Soit $p_K(t, c_N, c_X),\ \forall t \in [0, T]$, le prix seuil de déclenchement de l'investissement qui est une fonction croissante des coûts d'ajustement de la production. Plus les coûts d'arrêt et de reprise de la production sont importants, plus l'adaptation de l'entreprise aux mouvements de prix est coûteuse : l'entreprise attend un prix p_K plus élevé pour déclencher son investissement. Ainsi la valeur d'attente de l'investissement augmente avec les coûts d'ajustement. L'option d'investissement et les options subséquentes d'arrêt et de reprise de la production sont imparfaitement[15] substituables. L'entreprise qui a une flexibilité de production parfaite peut préférer attendre avant d'investir du fait du coût fixe de construction de l'équipement productif.

Le financement par la dette modifie la programmation de l'exercice de l'option et la valeur de l'option d'investissement, parce que l'entreprise bénéficie d'économie fiscale seulement quand elle réalise des profits d'exploitation. Le niveau de la dette de l'entreprise augmente quand les coûts de recapitalisation diminuent. Quand ces coûts sont faibles, l'entreprise est incitée à investir pour un prix seuil inférieur, ce qui n'a qu'un faible effet sur la programmation de l'investissement. Une variation marginale de la programmation de l'investissement n'a pas d'effet significatif sur la valeur de l'option. Pour mesurer cet effet, prenons les valeurs initiales de l'option pour deux politiques d'investissement : celle de l'entreprise endettée $p_K^L(t)$ et celle en cas d'autofinancement $p_K^U(t)$. Cette seconde politique d'investissement est sous-optimale pour l'entreprise endettée car elle reporte son investissement trop longtemps.

La perte de valeur de l'option d'investissement d'une entreprise endettée qui mène une politique d'exercice de l'option d'une entreprise autofinancée correspond à la prime d'option Δ que nous avons défini dans le chapitre 2. Cette perte est faible voire nulle pour une flexibilité financière parfaite[16]. L'endettement donne à l'entreprise un avantage fiscal dont l'effet est significatif sur la politique d'investissement. La valeur de l'économie fiscale est surestimée par les modèles statiques par rapport à ce modèle dynamique dans lequel l'entreprise peut recapitaliser au cours du temps pour rester solvable. Ainsi dans les modèles statiques, la solvabilité de l'entreprise est contrôlée seulement à la date initiale de l'investissement. Toutes choses égales par ailleurs, cela permet à l'entreprise de choisir un niveau supérieur de dette. Pour Mauer et Triantis[1994], le faible niveau de dette et l'absence de provision pour compensation des pertes abaissent la valeur de l'économie fiscale. L'entreprise endettée n'investit pas plus tôt que lorsqu'elle est autofinancée, car elle attend des informations supplémentaires pour abaisser son risque d'être confrontée

[15] La valeur d'attente est positive pour des coûts d'ajustement nuls.

[16] La valeur de l'option de passif est alors nulle.

à des variations de prix. Si l'effet du financement par la dette sur la décision d'investissement n'est pas significatif, l'entreprise endettée prend ses décisions d'investissement sans tenir compte de son financement. La flexibilité parfaite met en évidence le caractère totalement réversible de la décision de financement et la valeur nulle de l'option de passif correspondante.

1.1.4.4 Conclusion de cette analyse - La flexibilité de la production a un effet significatif sur la décision de financement. Des coûts d'ajustement faibles augmentent le levier moyen de l'entreprise et rétrécissent la gamme des leviers possibles sans recapitalisation, i.e. accroissent le degré d'irréversibilité de la décision de financement. Ils augmentent donc la valeur actuelle de l'économie fiscale nette des coûts de recapitalisation. Par ailleurs, cette valeur actuelle de l'économie fiscale diminue avec les coûts d'ajustement de la production. Ainsi l'avantage fiscal d'une flexibilité de la production est diminué par l'effet du financement de la dette sur l'économie fiscale quand les coûts de recapitalisation sont faibles. Flexibilité de production et flexibilité financière ne sont pas parfaitement substituables.

La politique de financement en cours d'exploitation, sans référence à la dette optimale, n'a pratiquement pas d'influence sur la décision initiale d'investissement de l'entreprise et sur ses décisions subséquentes de production. Nous ne retrouvons pas le résultat des modèles statiques pour lesquels l'économie fiscale actualisée pour toute la durée de vie de la centrale modifie les décisions d'acceptation et de rejet du projet. En effet, l'entreprise ne renonce à cette économie fiscale que dans la période de report de son investissement. Cette perte dans la période d'attente d'informations supplémentaires sur les conditions de marché futures n'est pas suffisante pour que l'entreprise dévie de la politique d'investissement en autofinancement. L'entreprise endettée n'investit pas plus tôt que l'entreprise autofinancée pour bénéficier du gain fiscal. La valeur de l'option de passif qui caractérise un endettement totalement réversible est nulle.

Mais dans le cadre de notre travail, nous avons posé l'hypothèse de production en base à pleine capacité des moyens, ce qui revient à ne pas prendre en compte la politique de production. De plus, il est impossible à l'entreprise de sortir du marché : pour des coûts d'ajustement de la production élevés, l'option d'investissement et les options subséquentes d'arrêt et de reprise de la production sont imparfaitement[17] substituables. C'est pourquoi nous pouvons ne nous intéresser qu'à la seule politique d'investissement dans un équipement marginal. Mauer et

[17] La valeur d'attente de l'option d'investissement reste positive pour des coûts nuls d'ajustement de l'exploitation.

Triantis[1994] ont pris en compte l'écart entre les deux seuils de recapitalisation qui déterminent le degré d'irréversibilité de l'option financière. Ils ont établi que sa valeur est nulle quand elle est totalement réversible. Ils ont également caractérisé la dette moyenne. Or nous savons que l'endettement de l'entreprise se fait par rapport à une dette cible qui lui sert à construire sa politique de long terme. Pour la calculer, nous envisagerons le cas d'une dette statique décidée au moment de l'investissement. Le résultat de l'égalité de l'économie fiscale pour un endettement réversible ou irréversible établi par Faig et Shum[1999] nous permet de confirmer que l'entreprise fixe sa politique d'investissement et de financement sur le long terme.

1.2 Investissement et financement séquentiels : effet de la fiscalité

Faig et Shum[1999] ont cherché l'influence du système fiscal sur les décisions d'investissement et de financement de l'entreprise. Ils ont comparé le système fiscal américain défini par ses principales caractéristiques, que nous retrouvons dans le système français, par rapport au système d'imposition des profits qui est utilisé par la littérature comme simplification du système réel. Cette comparaison s'établit en termes de bien-être collectif, ce qui leur permet de distinguer les effets sur l'économie fiscale de l'entreprise due à la non imposition des intérêts de la dette. Ce modèle cherche à montrer de quelle façon la fiscalité influence la décision de financement endogène soumise à une contrainte limitant son emprunt et la décision d'investissement, cet effet variant selon le degré d'irréversibilité du projet.

L'interaction entre l'irréversibilité et l'échelle d'investissement est étudiée par Bertola[1988][18], Pindyck[1991], Bertola et Caballero[1994], Dixit et Pindyck[1994], Abel et Eberly[1996]. Mackie-Mason[1990], McKenzie[1994], Mauer et Triantis[1994] se sont intéressés au lien dynamique entre la fiscalité et l'investissement irréversible en incertitude. Pour Mackie-Mason[1990] et Mauer et Triantis[1994], le projet d'investissement est unique, initial et à production constante. McKenzie[1994] a spécifié le lien entre le choix de la taille de l'investissement incrémental séquentiel et un système fiscal symétrique qui compense totalement les pertes d'exploitation[19]. De plus, Mackie-Mason[1990] et McKenzie[1994] ont considéré que l'entreprise est autofinancée. Mais aucun n'a envisagé le report des pertes sur les exercices des périodes précédentes et futures, l'impôt sur les revenus des personnes physiques[20] et des contraintes financières explicites.

[18] Cf. Dixit et Pindyck[1994], Trigeorgis[1996].

[19] L'Etat paie à l'entreprise un montant égal à l'impôt calculé sur ses pertes d'exploitation.

[20] Nous avons envisagé l'ouverture du capital de l'entreprise à des actionnaires privés. Par simplification du système fiscal, nous ne prendrons plus en compte cet impôt par la suite.

En incertitude, l'irréversibilité de l'investissement augmente le coût d'opportunité du capital. Comme le coût de l'inflexibilité de cet équipement n'est pas une dépense déductible, l'existence de l'impôt renforce cet effet. L'entreprise ajuste lentement son capital, du fait de son inaptitude le diminuer sans coût. Cela contraint les choix futurs de capital et peut obliger l'entreprise à faire face à de longues périodes de profits ou de pertes selon les conditions de marché. L'entreprise dont les coûts d'entrée sont irrécupérables est présente sur le marché parce que ses profits économiques attendus sont positifs. Qu'elle puisse déduire ou non des impôts le coût d'opportunité de sa présence, quand les conditions sont défavorables, ne modifie pas sa décision d'investissement.

1.2.1 L'analyse de Faig et Shum[1999]

Dans ce modèle, l'investissement marginal est intégré dans la gestion d'un parc de production. L'entreprise peut choisir un équipement réversible, le CCG, ou un projet irréversible nucléaire. Mais le choix du montant du capital investi est effectué au sein d'une gestion mutulisée du parc de production et de son financement. Il n'est pas pertinent quand il s'agit d'une centrale nucléaire standardisée. De plus, le nucléaire nécessite un financement par projet (cf. Lescoeur et Penz[1999]) et ces hypothèses ne reflètent pas non plus la réalité du pool, puisque ce type de financement est également adopté par les producteurs indépendants pour isoler les risques.

Mais il nous permet de préciser qu'il n'y a pas d'intérêt à prendre en compte les mouvements de la dette. L'effet de l'impôt sur la décision d'entrée sur le marché d'une entreprise endettée à la marge est important. Il est identique en termes d'économie fiscale pour une structure de financement statique ou dynamique. En revanche, il est limité pour ses décisions subséquentes d'investissement, et ce d'autant plus que la technologie est flexible.

Le modèle de Faig et Shum[1999] lève l'hypothèse d'invariance du ratio d'endettement. Ce ratio est indépendant de la réalisation de l'investissement considéré. Les décisions d'investissement et de financement sont gérées au sein d'un parc de production.

L'entreprise marginale doit décider d'entrer ou non sur un marché en concurrence où existent des barrières à l'entrée. La décision de sortie de ce marché n'est pas prise en compte. Les déci-

Notons, par ailleurs, que Miller[1977, p. 269] a précisé que les entreprises qui adoptent une stratégie de levier élevé, e.g. les "*utilities*" électriques, vendent leurs obligations à des créanciers imposables dans des tranches fiscales peu élevées.

sions d'investissement subséquentes concernent des investissements incrémentaux à technologie irréversible ou flexible.

1.2.2 Les hypothèses

Ce contexte permet de poser deux hypothèses concernant le financement et l'investissement de l'entreprise :

- le financement du capital est endogène mais reste soumis à une contrainte de crédit ;
- la technologie a un certain degré d'irréversibilité.

Intéressons nous à présent au paramètre mis en avant par Faig et Shum[1999] : la fiscalité.

Le système fiscal stylisé dont se sert la littérature définit l'assiette fiscale comme les profits économiques. Un tel système a trois conséquences :

- le système fiscal est neutre : il n'entraîne pas de distorsion dans l'utilisation des deux sources de financement retenues ;
- les décisions d'investissement des entreprises sont efficientes ;
- le gouvernement augmente ses recettes si les profits totaux moyens du marché sont positifs.

Le système fiscal qui retrace les systèmes réels, américain dans cet exemple mais que nous étendons au cas français, présente les caractéristiques suivantes :

- l'imposition des entreprises est asymétrique ;
- les entreprises ont la possibilité de reporter leurs profits et leurs pertes sur les exercices d'exploitations précédant ou suivant la période courante. En France, ce report est de cinq ans sur les bénéfices fiscaux suivant l'apparition du déficit et de trois ans sur les exercices d'exploitation précédents en commençant par le plus ancien.

Le système fiscal est asymétrique. A la différence du coût de capital financé par la dette, le coût du capital financé par fonds propres n'est pas déductible de l'impôt. La part du coût d'opportunité du capital déductible, l'économie d'impôt, dépend du choix de financement de l'entreprise qui est fonction de sa capacité à emprunter. De plus, un revenu imposable positif entraîne un paiement d'impôts exigible lors de la période courante. Par contre, les pertes ne sont pas remboursées par l'Etat au taux fiscal total. L'existence de reports de pertes possibles rend compte des systèmes fiscaux réels et permet un remboursement partiel de ces pertes.

Schématiquement dans ce modèle, il est possible de reporter les pertes d'une période d'exploitation courante sur un certain nombre de périodes suivantes. Les profits exceptionnels d'une période sont étalés sur plusieurs périodes précédentes. Ces reports constituent des provisions qui modulent le revenu imposable de la période courante et qui compensent en partie l'asymétrie fiscale. Mais l'asymétrie décourageant les investissements risqués, les agents présents sur le marché sont supposés être neutres au risque. Cette hypothèse convient à notre travail en environnement neutre au risque.

1.2.3 Le modèle

Le choix d'investissement n'est plus décidé à la date initiale et l'entreprise doit à chaque étape déterminer non seulement sa politique optimale de financement mais également celle de son investissement :

- au début de chaque période, l'entreprise doit prendre une décision d'investissement et une décision de financement pour un prix de production incertain ;
- à la fin de cette période, le prix de production est connu et la production est vendue. L'entreprise paie ses impôts au gouvernement, l'intérêt de la dette à ses prêteurs et les dividendes à ses actionnaires.

L'objectif de l'entreprise est de maximiser la valeur jointe des détenteurs de titres, prêteurs et actionnaires supposés neutres au risque. A la période courante, elle choisit indépendamment le montant de son investissement incrémental qui a un seul intrant, le capital k, et la dette D, k et D étant les deux variables de contrôle du programme. La valeur de l'entreprise dépend des variables d'état suivantes : le stock de capital de la période précédente k_0^S, les profits ou pertes cumulés de la période précédente x_0 et le prix de production p qui est certain et connu à la fin de la période précédente : $p = p_0$. L'évolution du prix est modélisée par un processus de Markov (cf. annexe 2-a) qui prend ses valeurs sur un intervalle $\mathsf{P} = [\underline{p}, \bar{p}] \subset \mathsf{R}_+$. Elle s'impose à l'entreprise "*price-taker*" en concurrence, mais elle peut également être due aux variations de la demande qui s'adresse à l'entreprise monopolistique (Bertola[1988][21], Bertola et Caballero[1994], McKenzie[1994]).

[21] Cf. Dixit et Pindyck[1994], Trigeorgis[1996].

Ce programme multivarié s'écrit :

$$V = \max_{k,b} E\left[\pi(k,p) - t(k,D,p) + \beta dV\right],$$

où V est la valeur de l'entreprise, après qu'elle ait distribué les intérêts courants aux créanciers et avant qu'elle ne connaisse le prix de production ;

dV est la valeur endogène de l'entreprise à la période suivante. Elle est certaine à la dernière période, en limite si la durée de vie de l'entreprise est infinie ;

π est le profit économique de l'entreprise ;

t est le passif fiscal total sur la société et les personnes physiques, net du coût d'opportunité qui correspond à l'économie d'impôt obtenue par un financement par la dette ;

k est le stock de capital en valeur compris dans l'intervalle $\mathsf{K} = [\underline{k}, \bar{k}]$, le prix du capital étant normalisé à 1 ;

D représente les emprunts de la période courante. $(k - D)$ est donc le stock de capital net de la dette ;

β est le taux d'actualisation après impôt, $\beta \in [0;1]$.

Précisons les deux fonctions de profit π et d'imposition t.

I Le profit économique de l'entreprise se définit comme suit :

$$\pi = F(k,p) - \delta k - rk - g,$$

où F est la fonction des recettes nettes des coûts variables d'exploitation[22] ;

δ est le taux de dépréciation économique du capital ;

r est le taux d'intérêt ou taux de rendement d'un investissement alternatif que les détenteurs de titres pourraient réaliser ;

g représente le coût fixe d'exploitation.

I L'impôt total sur les revenus provenant de l'entreprise se décompose en un impôt sur le revenu de la société et un impôt sur les revenus des personnes physiques. L'entreprise est en

[22] Les propriétés de la fonction F sont telles que :

- $F : \mathsf{K} \times \mathsf{P} \to \mathsf{R}$ est continûment différenciable, bornée et concave par rapport à k ;
- $F(k,.)$ et $F_k(k,.)$ sont croissantes ;
- $\forall p \in \mathsf{P}$, $F(0,p) = 0$, $\lim_{k \to 0} F_k(k,p) = \infty$ et $\exists \bar{k} \in \mathsf{K} / F_k(k,p) \leq \delta \quad \forall k > \bar{k}$;

effet soumise à l'impôt sur les sociétés pour ses profits, dividendes versés inclus. Les détenteurs de titres doivent payer l'impôt sur les personnes physiques pour les intérêts perçus. L'impôt total sur les revenus s'écrit :

$$t = \tau_b r(D-k) + \tau_c S(c) - \tau_c S(x_0),$$

où $c = \pi + r(k-D) + x_0$ constitue le revenu imposable de l'entreprise ;

x_0 représente le bilan d'exploitation de l'exercice précédent, i.e. un profit ou une perte cumulé de la période précédente qui est reporté à la période courante ;

τ_b est le taux de l'impôt sur les personnes physiques (IR), qui taxe le coupon de la dette. Le coût d'intérêt du capital rk n'est pas fiscalement déductible comme l'intérêt de la dette rD. Ainsi $\tau_b r(D-k)$ représente le coût d'opportunité de l'impôt sur les personnes physiques, payé par les prêteurs, sur les intérêts reçus de l'emprunt pour cet investissement par rapport à l'IR des intérêts d'un investissement alternatif équivalent ;

S est une fonction identité tronquée pour les valeurs non positives, $S : \begin{cases} \mathsf{R}_+ \to \mathsf{R}_+ \\ \mathsf{R}_- \to 0 \,; \end{cases}$

τ_c est le taux de l'impôt sur les sociétés (IS), qui s'applique aux profits et aux dividendes. La dette fiscale de l'entreprise $\tau_c S(c) - \tau_c S(x_0)$ est asymétrique puisque seuls les revenus nets des reports positifs sont imposables et elle est égale à :

* pour $x_0 \in \mathsf{R}_-$, perte cumulée qui représente une déduction fiscale à la période courante pour l'entreprise, $\tau_c S(c) - \tau_c S(x_0) = \begin{cases} \tau_c c \text{ si } c > 0 \,; \\ 0 \text{ si } c < 0 \,; \end{cases}$
* pour $x_0 \in \mathsf{R}_+$, profit cumulé de la période précédente, l'entreprise peut reporter des pertes éventuelles de la période courante à la période suivante.

  Elle obtient une économie fiscale $\tau_c S(c) - \tau_c S(x_0) = \tau_c x_0$ si la valeur des pertes courantes est strictement supérieure au profit reporté x_0, i.e. $c < 0$. Cette économie fiscale est réduite à $\tau_c (x_0 - c)$ si la valeur des pertes courantes est inférieure au profit reporté x_0, i.e. $c > 0$.

  L'entreprise paie un impôt égal à $\tau_c S(c) - \tau_c S(x_0) = \tau_c (c - x_0)$ si ses profits sont positifs, $\pi > 0$.

Soit $c - x_0$, la valeur des profits ou pertes à reporter à la période suivante. A la période suivante, elle s'est dépréciée de ϱ, taux d'actualisation[23] des reports antérieurs ou

[23] Notons que les systèmes fiscaux distinguent deux facteurs de dépréciation, l'un pour les profits exceptionnels cumulés reportés sur les périodes précédentes et l'autre pour les pertes cumulées reportées sur les périodes futures.

postérieurs : $x = \varrho\,(c - x_0)$.

1.2.3.1 Les contraintes - La maximisation se fait sous contraintes de crédit et d'irréversibilité.

I La contrainte de crédit concerne la décision de financement de l'entreprise :

$$D \leq \theta k. \tag{4.4}$$

Le montant de la dette ne peut pas excéder une proportion θ du capital. Une différence entre k et D négative exprime l'acquisition d'obligations par l'entreprise, à l'inverse une différence positive exprime l'émission d'obligations.

I La contrainte d'irréversibilité influence la décision d'investissement :

$$k > k_0^S.$$

k_0^S est la valeur du stock de capital minimum de l'entreprise en début de période. C'est une proportion u du stock de capital de la période précédente, à laquelle s'ajoute l'échelle de l'investissement réalisé pendant la période courante k^*. En début de période, la valeur de marché de l'entreprise est égale à $V + k_0^S$. La proportion u permet de caractériser le degré d'irréversibilité de la technologie :

$$\begin{cases} u = 0 \text{ pour une technologie flexible}\,; \\ u = 1 - \delta > 0 \text{ pour une technologie irréversible,} \end{cases}$$

où δ est le taux de dépréciation.

1.2.3.2 Les conditions aux bornes - Les conditions du premier ordre permettent de déterminer la valeur optimale des deux variables de contrôle.

I Le niveau optimal de la dette s'obtient par la condition du premier ordre, qui traduit le fait que le coût marginal de la dette ne doit pas être supérieur à son bénéfice marginal :

$$\begin{cases} \tau_b < \tau_c \Pr[c > 0] - \beta\varrho E[dV_k] \text{ avec } D = \theta k, \\ \tau_b = \tau_c \Pr[c > 0] - \beta\varrho E[dV_k] \text{ avec } D < \theta k, \end{cases} \tag{4.5}$$

où $\Pr[c > 0]$ est la probabilité que l'entreprise paie des impôts à la période courante.

Un incrément de la dette ∂b dans le financement entraîne :

– un coût marginal. ∂b implique un incrément de l'intérêt de la dette de $r\partial b$ qui augmente le revenu imposable et l'impôt effectif des prêteurs de $\tau_b r \partial b$;

– un bénéfice marginal. $r\partial b$ abaisse le revenu imposable et l'impôt effectif de l'entreprise pour la période courante de $\tau_c \Pr[c - r\partial b > 0] r\partial b$ et les profits cumulés, ce qui diminue la valeur future espérée de l'entreprise de $\beta\varrho E[dV_k] r\partial b$. Le bénéfice marginal d'un accroissement de dette augmente avec la probabilité que les profits cumulés soient positifs à la période courante (i.e. avec $\Pr[\tau_c > 0]$) ou avec la baisse de la valeur de l'entreprise espérée pour la période suivante (i.e. avec la diminution de $E[dV_k]$).

I La condition de premier ordre stipule que le stock de capital de l'entreprise est tel que le bénéfice marginal du capital ne doit pas être supérieur à son coût marginal :

$$\begin{cases} E[RF_k] + \theta r(1 - \tau_b - E[R]) < \delta E[R] + r(1 - \tau_b)\beta u E[dV_k] \text{ avec } k = k_0^S, \\ E[RF_k] + \theta r(1 - \tau_b - E[R]) = \delta E[R] + r(1 - \tau_b)\beta u E[dV_k] \text{ avec } k > k_0^S, \end{cases}$$

où R est le taux marginal du profit non distribué de l'entreprise, c'est-à-dire le taux complémentaire du taux marginal d'impôt effectif :

$$R = 1 - \tau_c L[c > 0] + \beta\varrho dV_k.$$

L est une fonction dichotomique pour les valeurs de c : $L[c > 0] = 1$ et $L[c \leq 0] = 0$. Quand la contrainte de crédit est libre $D < \theta k$, le niveau optimal de la dette exprimé dans la relation (4.5) permet de trouver $R = 1 - \tau_b$.

Un incrément du stock de capital ∂k entraîne :

– un coût marginal. Il augmente le coût de dépréciation $\delta E[R]$, le coût d'intérêt $r(1 - \tau_b)$ et le coût de la contrainte sur le stock de capital pour la période suivante $-\beta\mu E[dV_k]$. Il accroît donc le coût d'opportunité après impôt du capital ;

– un bénéfice marginal. Il augmente le revenu espéré après impôt de $E[RF_k]$ et la borne supérieure de la contrainte de crédit de θ, ce qui implique une économie d'impôt sur les intérêts de $\theta r\,(1 - \tau_b - E[R])$.

1.2.4 Conclusions

1.2.4.1 Conclusions de l'analyse de Faig et Shum[1999] -

La simulation numérique nous donne l'influence des différents paramètres sur les valeurs optimales du capital incrémental k^* et de l'entreprise V^*.

Le stock de capital courant qui est retenu par l'entreprise est égal à :

$$\max\left[k_0^S, k^*\right],$$

où k^* est l'échelle optimale de l'investissement quand la contrainte d'irréversibilité est libre. Le stock courant est sous-optimal par rapport à celui obtenu pour un système fiscal neutre.

La politique optimale d'investissement est obtenue également pour deux groupes d'entreprises :

- les entreprises irréversibles ou partiellement flexibles qui décident d'entrer sur le marché et de s'engager financièrement à hauteur du coût fixe quand leur valeur est supérieure à celle de l'option d'attente d'informations supplémentaires sur leur rentabilité future ;
- les entreprises totalement flexibles, non soumises à la contrainte (4.4), qui ne paient le coût fixe d'entrée sur le marché que si elles produisent à la période courante.

Le système fiscal influence les choix d'investissement incrémental de l'entreprise, choix concernant la taille de l'investissement ou la décision d'entrée de l'entreprise sur le marché. Mais nous mettons en avant un élément qui nous intéresse plus particulièrement.

La valeur de l'entreprise endettée est augmentée par rapport à l'entreprise autofinancée de la valeur de l'économie fiscale. La différence en termes d'économie fiscale entre les stocks de capital espérés par l'entreprise à structure optimale de financement exogène (cible)[24] et par celle à structure optimale de financement endogène n'est pas significative. Il suffit de calculer le financement cible, initial et statique, de l'entreprise qui doit décider d'investir dans un équipement irréversible.

[24]La structure de financement instantanée est exogène, mais elle a été calculée de façon optimale à la date initiale : le taux d'endettement cible est statique.

1.2.4.2 Conclusion sur la question de la dynamique de la dette -

Ces deux modèles justifient le fait que nous ne prendrons pas en compte, dans notre modèle développé dans la section suivante, des mouvements de la dette. Mauer et Triantis[1994] ont établi que la flexibilité du financement n'a pas d'influence sur la politique d'investissement et de production. Faig et Shum[1999] ont confirmé, en termes d'économie fiscale, que la politique de financement de l'entreprise se détermine par rapport à un taux d'endettement cible décidé initialement.

En nous intéressant à un investissement nucléaire incrémental, nous avons considéré la production de la centrale à pleine capacité des moyens. Les décisions de production et d'investissement sont substituables (Mauer et Triantis[1994]) et l'investissement est complètement irréversible. Il a été accepté par le régulateur qui gère la construction des centrales de production. Cet investissement est considéré comme unique : la décision d'investissement de l'entreprise se ramène à une décision d'entrée sur le segment de la production électrique.

Ce trait est accentué par le principe de financement du nucléaire et des producteurs indépendants sur le pool. La technique de financement par projet permet d'isoler les risques. Le financement ne donne pas lieu à une gestion mutualisée au sein du parc de production de l'entreprise. Nous allons considérer que la politique d'endettement choisie par l'entreprise est celle de long terme, puisque la flexibilité financière est sans influence sur la décision d'investissement sur laquelle nous nous focalisons. De plus, un ajustement instantané du taux d'endettement n'est pas réaliste. La dette ne variant pas, nous supposons que l'entreprise se constitue une marge de manoeuvre financière pour éviter tout recours à l'endettement en cas de conditions défavorables de marché, i.e. quand la valeur du coupon de la dette est supérieure au profit toujours positif d'après nos simplifications. Nous envisagerons en extensions des mouvements de la dette cible, dus à l'asymétrie d'information entre créanciers et actionnaires.

Section 2 Politique de financement sur le long terme et investissement : la détermination de l'endettement optimal au moment d'investir

Dans le chapitre 3, nous nous sommes intéressés à une opportunité d'investissement nucléaire complètement irréversible et autofinancée. Nous avons déterminé le prix de revient seuil à partir duquel l'entreprise l'accepte. Cette opportunité correspond, d'après nos hypothèses[25] d'investissement complètement irréversible et expansible, à une option d'achat. Le phénomène de déréglementation met en exergue la possibilité qu'a l'entreprise d'emprunter et, par voies de conséquences, la structure de son financement. S'endetter revient, pour l'entreprise, à acheter une option de vente sur les fonds propres. L'opportunité d'investissement financée par la dette est une option réelle, qui est composée d'une option d'actif et d'une option de passif. Nous nous sommes demandés à la section 4 du chapitre 3 si l'existence d'une dette modifie le choix d'investissement, réflexion que nous poursuivons dans ce chapitre 4.

L'indépendance ou l'interaction entre les décisions d'investissement dans un projet nucléaire et celles de financement dépendent des théories de financement envisagées. Dans le chapitre 3, nous nous sommes intéressés à une entreprise qui autofinance son équipement ou qui peut d'endetter pour des raisons institutionnelles. Nous rappelons que la structure de financement concerne l'équipement nucléaire incrémental, selon le principe de société-projet. Nous avons également envisagé l'ouverture du capital d'EdF, et plus particulièrement de ce projet, à des actionnaires privés. La dette est, quant à elle, exogène et résiduelle[26] : elle ne modifie pas la valeur du projet. Nous avons montré, dans la section 2 du chapitre 2, que pour Modigliani et Miller[1958], les décisions d'investissement et de financement sont indépendantes. Il y a interaction entre ces deux types de décisions dans la théorie du "*pecking order*". Le financement interne est choisi en premier, parce qu'il évite à l'entreprise de divulguer des informations coûteuses aux "*outsiders*". L'asymétrie d'information entre ces agents détermine le montant de l'endettement retenu. Elle peut même conduire l'entreprise à ne pas accepter des projets à valeurs actuelles nettes (VAN) positives et à retenir des projets à VAN négatives, selon leur pouvoir de négociation.

Dans ces deux cas, l'opportunité d'investissement est assimilable à une option d'attente. En

[25] Elles sont explicitées dans le chapitre 3.

[26] puisque l'entreprise va chercher à autofinancer le capital net de la dette qui s'impose à elle.

effet, l'option réelle est composée d'une option de passif qui succède à une option d'actif à la date d'exercice de celle-ci. Mais en raisonnant ainsi, nous ne prenons pas en compte l'exercice de l'option de vente de ses fonds propres que l'entreprise a acheté en s'endettant. La valeur de cette option de passif est parfaitement connue puisque la dette est statique, i.e. que l'entreprise s'endette au moment de son investissement et ne modifie plus jamais la structure de son financement au cours de l'exploitation du projet. En effet, Faig et Shum[1999] ont montré que la politique de financement de l'entreprise se détermine sur le long terme. Si nous savons que la valeur de l'option de passif est nulle pour une décision de financement flexible (cf. Mauer et Triantis[1994]), il nous faut la calculer à la date initiale pour un endettement irréversible. Une telle hypothèse revient à ne pas tenir compte des problèmes d'agence entre les actionnaires et les obligataires qui peuvent survenir ultérieurement.

Dans cette section, nous nous référons à la théorie du compromis qui envisage l'exercice de l'option de vente des fonds propres de l'entreprise. En effet, elle se base sur deux imperfections du marché des capitaux, l'impôt sur les sociétés et la possibilité de faillite que nous assimilerons par la suite à une possibilité de fusion ou d'acquisition. La théorie du compromis en déduit l'existence d'un endettement optimal qui maximise la valeur de l'entreprise. Le principe de la société-projet nous permet d'isoler le financement de l'équipement. La dette optimale reste constante[27] pendant toute la durée d'exploitation du projet, ce qui rend exogène tout problème d'agence entre les actionnaires et les créanciers. Le coupon de la dette est également connu et constant, parce que l'entreprise mène une politique rigide[28] de dividendes, si nous envisageons l'ouverture du capital d'EdF, ou une politique équivalente de plus-values. Il est alors équivalent de déterminer le montant optimal de la dette ou celui du coupon. D'après la théorie du compromis, ce montant optimal dépend de l'impôt sur les sociétés et de la possibilité de cession du projet. Cette dette optimale est fixée in fine après détermination du prix de cession[29] qui est le prix d'exercice de l'option de vente des capitaux propres de l'entreprise. Ce prix résulte du calcul de l'optimisation de sa valeur par l'entreprise dans le cas où l'obligation est risquée. L'entreprise fait alors faillite quand la valeur de ses fonds propres est nulle. Ce prix peut être aussi donné par les clauses de l'obligation. Ces clauses protectrices sont telles que l'entreprise fait faillite quand le prix de revient, que nous avons assimilé au flux de trésorerie courant, est

[27] Nous avons vu que l'économie fiscale est identique pour un endettement exogène ou endogène.

[28] Les dividendes versés aux actionnaires sont constants. Leur montant est adapté pour que les créanciers achètent les obligations de l'entreprise.

[29] Dans cette section, nous noterons p_B ce prix de cession des fonds propres de l'entreprise.

en dessous de ce prix de cession. Nous supposerons que l'entreprise qui produit sur un marché dominé par les cycles combinés au gaz a recours à ce mode de financement. Elle se voit ainsi imposer les mêmes conditions de financement que ses concurrents.

Puisque la valeur du projet est maximisée par son financement, nous en déduisons que la valeur de l'option réelle s'accroît quand l'option de passif s'ajoute à l'option d'actif. L'opportunité n'est plus une option d'attente, mais une option composite. Nous allons donc chercher le prix de revient qui déclenche l'investissement. Pour cela, il nous faut d'abord déterminer la valeur de l'option de passif à partir du prix de cession des fonds propres de l'entreprise. En comparant ensuite la règle d'investissement en incertitude avec celle de la valeur actuelle nette, nous répondrons à la seconde question de notre problématique, à savoir l'influence de l'endettement sur le choix d'investissement.

Nous précisons que l'environnement de l'entreprise reste neutre au risque (cf. section 2 du chapitre 3). L'entreprise couvre ses risques nucléaires[30], et financiers par le marché, par contrats ou alliances et partenariat. L'entreprise s'endette au taux d'intérêt sans risque.

2.1 Les hypothèses

D'après la théorie du compromis, l'entreprise n'a pas intérêt à autofinancer son projet, mettant ainsi en avant le caractère capitalistique de l'investissement nucléaire. Elle doit alors prendre simultanément deux décisions, une de financement et une d'investissement, que nous allons déterminer en modifiant le modèle de Leland[1994][31]. Nous supposons, à la suite de Modigliani et Miller[1958], Miller[1977], Brennan et Schwartz[1978], Leland[1994], que :

- les activités de production de l'entreprise restent inchangées par sa structure de financement. Cette hypothèse n'admet pas l'existence du problème de substitution d'actifs ("*the asset substitution problem*", cf. Leland[1994, p. 1216]). Or ceteris paribus, les investisseurs

[30] L'Etat assure le risque nucléaire en dernier ressort.

[31] Ce modèle analyse la structure du capital de façon conjointe à la valeur de la dette :

- la structure du capital ne peut être optimisée sans connaître l'effet du levier sur la valeur de la dette ;
- la dette ne peut pas être évaluée sans prendre en compte la structure du capital qui affecte la probabilité de faillite.

Le levier optimal et la dette optimale sont évalués à partir de la valeur des activités de l'entreprise, qui évolue selon un mouvement brownien géométrique. Ces activités sont rémunérées en moyenne au taux d'intérêt sans risque. La valeur des fonds propres n'est analysée que de façon résiduelle. Ces différentes valeurs sont calculées pour des emprunts de court et de long termes, ce qui permet de comparer ces deux financements.

qui sont actionnaires de l'entreprise endettée préfèrent choisir des activités plus risquées pour l'entreprise, pour accroître la valeur des fonds propres au détriment de la valeur de la dette. Ils peuvent ainsi détourner cette valeur à leur profit et au détriment des créanciers, détenteurs des obligations (Harris et Raviv[1991]). Pour intégrer ce problème de substitution d'actifs, il faudrait que la volatilité de la valeur de l'entreprise autofinancée $\sigma^2\left(C(p_t,t),p_t,t\right)$ prenne en compte cette corrélation entre la dette et les fonds propres.

Leland[1994] a justifié cette première hypothèse en montrant que les impôts et les coûts de faillite influencent la structure optimale du capital, même en cas de substitution possible d'actifs[32]. Il a repris la conclusion de Mauer et Triantis[1994], selon laquelle la flexibilité de financement n'a, pour l'essentiel, pas d'effet sur la politique de production de l'entreprise. Nous mettons également de côté ce problème d'agence entre les actionnaires et les créanciers, comme nous l'avons fait de la relation entre les investisseurs (actionnaires) et les dirigeants de l'entreprise, pour n'envisager que le cas simplifié des décisions de l'entreprise ;

– les décisions concernant cette structure de financement ne sont plus modifiables une fois qu'elles sont prises. La valeur de la dette, une fois émise, ne se modifie pas dans le temps. Pour exogénéiser tout problème d'agence entre actionnaires et obligataires, nous n'envisageons donc pas d'émission de dette supplémentaire (au détriment des prêteurs actuels), ni de réduction de la dette à la marge (ces rachats se faisant au détriment des actionnaires actuels), même si les coûts de refinancement sont nuls. Cependant des rachats de dette importants et discontinus peuvent, dans certaines circonstances et pour des coûts de refinancement non excessifs, être bénéfiques aux actionnaires et aux obligataires (hors de tout problème d'agence). Nous essaierons en extension d'endogénéiser la dette quand il y a asymétrie d'information entre les actionnaires et les obligataires ;

– l'entreprise s'endette uniquement au moment d'investir, i.e. que la structure de l'endettement est statique sur toute la durée d'exploitation du projet. Une fois émise, la dette reste constante dans le temps (cf. l'hypothèse précédente). La durée de vie d'un emprunt est finie, mais Modigliani et Miller[1958], Merton[1974], Black et Cox[1976] ont déjà envisagé que la maturité[33] de la dette est infinie : ils ont ainsi posé l'hypothèse de l'indépendance de

[32] L'influence de cet effet est comparable à celle du risque σ de l'activité de l'entreprise sur la valeur des fonds propres et la valeur de la dette. Mais elle est limitée directement ou indirectement (l'obligation étant un titre de VAN positive) par les clauses restrictives des obligations.

[33] Soit la dette a une maturité suffisamment lointaine pour être assimilée à l'infini, soit elle est à nouveau

la dette par rapport au temps. Une innovation du marché des capitaux, le remboursement total in fine ("*bullet repayment*"), rend possible le refinancement qui permet d'échelonner le service de la dette sur la durée de vie de l'équipement nucléaire. Nous supposons alors que les coûts de refinancement sont nuls. Le remboursement de la dette est basé sur un échéancier à annuités constantes connues C ;

– le financement risqué de l'investissement se fait par emprunt et fonds propres. Si le marché des capitaux était parfait, la décision d'endettement ne modifierait pas la valeur de marché du projet (Modigliani et Miller[1958]). Pour calculer le financement optimal (entre fonds propres et emprunt) de l'investissement, nous nous basons, comme Leland[1994], sur le théorie du compromis ("*trade-off theory*") initiée par Myers[1977]. Cette théorie nous permet de trouver un endettement optimal, en présence des deux imperfections du marché des capitaux que sont :

  * l'impôt sur les sociétés (IS) τ, qui entraîne un effet fiscal sur le valeur du projet : les intérêts de la dette versés par l'entreprise sont considérés comme des charges et sont déductibles du bénéfice imposable de l'impôt sur les sociétés ;
  * une probabilité de défaillance, qui augmente avec l'endettement. Nous reprenons les termes de défaillance et de faillite par référence à la théorie du compromis. Mais nous en étendons la signification pour y intégrer la disparition de l'entreprise[34] suite à des mouvements de fusions et acquisitions sur le marché concurrentiel. L'entreprise disparaît en tant que telle quand le prix de revient est en-dessous d'un certain seuil. Lorsque la faillite est effective, elle a un coût paramétré α. Tout se passe comme si la propriété du projet était transférée des actionnaires (les investisseurs) aux obligataires (les créanciers), i.e. que la valeur de la dette est égale à la valeur du projet.

Dans cette période de mutation institutionnelle, nous pouvons constater que ces deux hypothèses d'imperfection du marché de capitaux sont valides pour EdF, qui est soumise à l'impôt sur les sociétés et qui investit dans des sociétés-projets qui peuvent faire l'objet de fusions et d'acquisitions de la part de concurrents. Cette validité est renforcée par le fait que nous envisageons qu'EdF devienne un producteur indépendant sur un pool

contractée à un taux d'intérêt fixé quand elle parvient à maturité et ceci de façon infinie, tant que l'entreprise ne fait pas faillite.

[34]Nous rappelons que du fait du principe de financement par société-projet, nous assimilons l'entreprise au projet marginal dans lequel elle a l'opportunité d'investir. Nous n'envisageons donc pas la faillite d'EdF, mais la possibilité qu'un de ses projets fasse l'objet d'une fusion ou d'une acquisition de la part de concurrents.

européen. Nous étudions les politiques d'investissement et de financement de l'entreprise dans un projet incrémental. Nous cherchons à établir l'influence de l'endettement optimal sur la règle d'investissement, seconde interrogation soulevée par notre problématique. Nous déterminons la règle d'investissement dans chacun des trois scénarios en incertitude et nous la comparons avec la règle de la valeur actuelle nette, que nous particularisons dans le scénario de monopole (scénario 1). Nous pourrons également confronter cette règle de la VAN avec celle trouvée dans le cas d'autofinancement de l'entreprise.

Par cette possibilité de transfert de propriété du capital de l'équipement, nous nous apercevons que s'endetter revient à acheter une option de vente[35] sur les fonds propres du projet. En s'endettant, les actionnaires cèdent la propriété des fonds propres aux créanciers. Ils récupéreront cette propriété en remboursant la dette. La valeur du projet est la somme de la valeur de la dette et de celle des fonds propres, qui est l'évaluation de cette option de vente pour les actionnaires ou option d'achat pour les créanciers. Ce n'est qu'après avoir exercé son option réelle (en investissant) que l'entreprise possède cette option financière (en s'endettant).

2.2 Le modèle

Nous avons établi à la section 3 du chapitre 3 que la valeur courante du projet autofinancé dépend des flux de trésorerie. Ces flux se réduisent au prix de revient. L'entreprise décide de son investissement et de son financement en fonction de ce prix de revient. Cette variable n'est pas contrôlée par l'entreprise. Elle décrit l'état du secteur de la production électrique, et nous permet de mener l'analyse en équilibre partiel.

D'après la théorie statique du compromis, la structure financière est optimale pour un taux d'endettement optimal. Ce taux d'endettement optimal est inférieur au taux d'endettement maximal de l'entreprise, mais Myers[1977] a montré que la valeur du projet pour la dette maximale est inférieure à celle obtenue pour la dette optimale. La structure d'endettement optimale maximise la valeur du projet. Cette valeur du projet $V(p_t)$ financé par emprunt est égale à la valeur courante du projet autofinancé, à laquelle s'ajoute la valeur actuelle de l'avantage fiscal et se déduit de la valeur actuelle du coût de faillite (cf. fig. (2.7) de la section 2 du chapitre 2). Cette expression met en exergue la différence entre la valeur du projet endetté et celle du

[35] Pour les créanciers, cette option financière, ou option de passif, est une option d'achat sur les fonds propres de l'entreprise.

projet autofinancé. Nous venons de voir que la valeur courante de l'entreprise endettée n'est plus égale à son profit d'exploitation, i.e. pour nous au prix de revient : $V(p_t) \neq p_t$.

Soit $V(p_t)$, la valeur courante du projet d'investissement quand l'entreprise emprunte conformément à la théorie du compromis. Elle est égale à la valeur du projet autofinancé que nous avons identifié au flux de trésorerie, à laquelle s'ajoute le gain fiscal net du coût de faillite. Cette valeur est aussi la somme de celle des fonds propres et de celle de la dette[36],

$$\begin{aligned} V(p_t) &= p_t + TB(p_t) - BC(p_t) \\ &= E(p_t) + D(p_t), \end{aligned} \tag{4.6}$$

où $TB(p_t)$ est le gain fiscal ;

$BC(p_t)$ est le coût de faillite ;

$E(p_t)$ est la valeur des fonds propres ;

$D(p_t)$ est la valeur de la dette.

La valeur du projet quand l'entreprise emprunte est optimale, $V^*(p_t)$, pour un endettement statique optimal : $D^*(p_t)$. Puisque la politique de dividende est rigide, il est équivalent de déterminer le montant de la dette optimale D^* ou celui du coupon C^* optimal et constant pendant toute la durée de l'exploitation de la centrale incrémentale. Nous déduisons la valeur optimale de l'annuité de remboursement de la dette pour ce niveau de financement optimal. La valeur actuelle de la somme des coupons de la dette est égale à $\int_1^\infty \frac{C^*}{(1+r)^t} = \frac{C^*}{r} = D^*$, où r est le taux d'intérêt sans risque (par hypothèse, l'entreprise est neutre au risque et l'actualisation se fait au taux d'intérêt sans risque r, cf. section 2 du chapitre 3).

La décision d'investissement se base non plus sur la valeur de l'entreprise $V(p_t)$, mais sur sa valeur optimale $V^*(p_t)$, c'est-à-dire sur la valeur de l'entreprise financée de manière optimale[37]. Les deux termes du choix de l'entreprise s'expriment de la même façon que précédemment :

- la valeur actuelle optimale du projet, à laquelle s'ajoute le supplément de valeur généré par l'investissement ;
- la valeur 0. Le projet n'est pas retenu à la date courante, et l'entreprise attend (si elle le peut) pour investir.

En absence d'opportunité d'arbitrage (AOA), la décision de l'entreprise neutre au risque[38]

[36] Ces valeurs dépendent de la valeur courante du projet autofinancé, c'est-à-dire in fine du prix de revient.

[37] La valeur de l'entreprise est maximisée par sa structure de financement.

[38] L'environnement est neutre au risque. Le taux d'actualisation est le taux d'intérêt sans risque, $\rho = r$.

retient la valeur optimale maximale de son projet (cf. (3.4) du chapitre 3)[39],

$$V^*(p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V^*(p_t) + E[dV^*]; 0\}, \tag{4.7}$$

sachant que la valeur optimale de l'opportunité dépend du coupon optimal de la dette.

La valeur de l'option d'achat du projet dépend du prix de revient de l'électricité aléatoire (le prix de revient est le sous-jacent de l'option). L'évolution du prix de revient est néanmoins connue pour partie, déterminée par la structure industrielle. Elle est formalisée par l'équation différentielle stochastique standard (3.3), qui représente finalement les croyances de l'entreprise sur l'évolution du prix compte tenu de la réglementation :

$$\begin{cases} dp = \mu(p_t)dt + \sigma(p_t)dz_t \\ p(t_0) = p(0) = p_0 \end{cases} \tag{4.8}$$

où $\mu(p_t)$ est la dérive et $\sigma(p_t)$ est la volatilité du processus, données par la structure industrielle ;

z_t est un mouvement brownien standard ;

t_0 est la date initiale et p_0 est le prix de revient à cette date.

La méthode d'évaluation par les équations différentielles partielles que nous utilisons, recherche la valeur maximale de l'entreprise à partir du programme rétroactif, qui vérifie le principe de Bellman. Nous en déduisons la condition du premier ordre, l'équation différentielle ordinaire[40] d'Hamilton-Jacobi-Bellman (analogue à la relation (3.5) du chapitre 3), à l'aide de la notion d'espérance rationnelle,

$$rV^*(p_t)dt = E[dV^*]. \tag{4.9}$$

Par analogie au chapitre précédent, nous déterminons la règle optimale d'investissement en optimisant dans le temps la valeur optimale du projet, i.e. de façon équivalente[41], la valeur du gain fiscal et du coût de faillite, ou encore la valeur de la dette. Les fonds propres sont incertains puisque le prix de revient est aléatoire, mais nous pourrons les définir car ils ont valeur d'option[42].

[39] La relation (3.4) du chapitre 3 exprime la maximisation de la valeur de l'entreprise, alors qu'il s'agit de sa valeur optimale dans ce chapitre.

[40] La valeur du projet ne dépend que du prix de revient courant.

[41] Nous avons montré au chapitre 2 que l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage est équivalente à la propriété de séparabilité additive de la valeur.

[42] En s'endettant, l'entreprise a vendu aux créanciers une option d'achat sur ses fonds propres.

Les conditions aux bornes prennent en compte à la fois la décision d'investissement (comme au chapitre 3) et celle de financement. L'adjonction de conditions de continuité concernant le financement nous permet de trouver l'endettement optimal qui maximise la valeur du projet. Elles déterminent la valeur de l'entreprise en situation de faillite ou non et comprennent la solution intérieure $V^*(0) = 0$, puisque l'entreprise fait faillite en-deçà d'un prix positif. En revanche, la condition de dérivabilité se modifie. Elle exprime le fait que l'entreprise s'endette pour investir. La condition de collage de l'exercice de l'option d'actif avec l'achat de l'option de passif revient à définir la pente de l'option d'achat sur les fonds propres. Cette pente est celle d'une fonction[43] concave pour un prix de cession de l'actif exogène défini dans les clauses de protection de l'obligation. Elle est convexe si le prix de cession est endogène, l'obligation n'ayant aucune clause restrictive, et nous pouvons alors le calculer.

Nous procéderons également par rétroaction dans la détermination des décisions d'investissement et de financement. Dans un premier temps, nous évaluerons l'option de passif et nous caractériserons ainsi la structure optimale de financement de l'entreprise à partir du prix de cession de l'actif p_B. Nous obtiendrons ainsi la valeur optimale de l'entreprise au moment de son investissement. Nous identifierons le prix de revient seuil $p^*, \forall t$ qui maximise cette valeur et qui déclenche l'investissement. Cette frontière délimite à tout instant les deux régions optimales d'investissement et d'attente, puisque la valeur de l'entreprise $V^*(p_t)$ est une fonction monotone croissante de p_t.

Finalement la règle d'investissement dépend[44] du processus d'évolution du prix de revient, qui est fonction du type de réglementation auquel est soumise l'entreprise produisant dans un secteur en développement ou sur un pool. Nous en déduirons les décisions d'investissement et d'endettement de l'entreprise.

Nous déterminons les choix de financement et d'investissement de l'entreprise dans les quatre cas suivants : d'une part, une réglementation monopolistique de type "*cost plus*", sans ou avec réajustement exogène du taux de rendement ; et d'autre part, une concurrence sur le pool ou sur un marché où la technologie des cycles combinés au gaz (CCG) moins capitalistique et moins irréversible est prédominante. Notons que par simplification nous n'utiliserons pas comme cadre

[43] La valeur des fonds propres est fonction du prix de revient p_t et du prix de cession de l'actif p_B. Elle est concave par rapport à p_t si le prix de cession p_B est fixé par les clauses des obligations.

[44] La règle d'investissement est obtenue après avoir évalué l'opportunité d'investissement, qui est égale à la somme d'une option d'achat et d'une option de vente. Tout se passe comme si l'entreprise déterminait, à partir du prix de revient, son seuil de cession p_B pour en déduire son seuil d'investissement p^*.

d'analyse les scénarios 2 et 3, mais leurs scénarios généralisés. Ces scénarios généralisés suffisent à mettre en évidence l'influence de l'endettement sur la décision d'investissement, second aspect de notre travail. En effet, en nous intéressant dans un premier temps aux conséquences de la réglementation sur l'investissement, nous avons constaté la valeur de la prime d'option[45] est toujours positive[46].

2.3 Réglementation de l'entreprise monopolistique au coût du service

L'objectif de cette section est d'établir la règle d'investissement en incertitude d'une entreprise endettée conformément à la théorie du compromis. Le prix de revient seuil diffère de celui obtenu par le critère de la VAN. Pour établir ces comparaisons, nous allons particulariser la règle de la VAN. Le cadre d'analyse posé par le scénario 1 sert à définir cette règle. Nous allons constater également que selon les valeurs du taux d'imposition et du coût de faillite, le seuil d'investissement n'est pas égal au coût initial du capital qui est le seuil d'investissement de l'entreprise autofinancée.

Le principal résultat que nous allons obtenir est mis en évidence par le second scénario généralisé. Dans le cas de l'autofinancement, ce scénario donne un résultat, certes peu réaliste, mais intéressant pour établir une comparaison : il n'est jamais optimal pour l'entreprise d'investir. Nous allons constater que la possibilité laissée à l'entreprise de contracter un emprunt, c'est-à-dire d'acheter une option de vente qui pourrait éventuellement être exercée[47], lui permet d'investir.

2.3.1 Décisions d'investissement et de financement en environnement certain

Nous avons constaté dans le chapitre précédent que la construction et la gestion du parc de production sont confiées à une entreprise en monopole, plus efficace (Bergougnoux[1987]). Elle produit et investit sous le contrôle de l'Etat qui lui impose d'abaisser son coût marginal en développement. S'il n'y a pas d'asymétrie d'information entre l'entreprise et sa tutelle, l'Etat connaît alors parfaitement les coûts de l'entreprise et leur impose une baisse sans avoir besoin d'en réviser le taux. Nous pouvons envisager également dans ce cas que le prix de revient de l'entreprise reste constant, ses coûts étant les plus faibles possibles.

[45] La prime d'option mesure l'écart entre les seuils d'investissement déterminés par la VAN et par la TOR.

[46] Néanmoins, il nous faut nuancer ce propos dans les deux cas limites du scénario 2.

[47] Dans chapitre 3, nous n'envisageons pas au contraire la faillite du projet.

Le mouvement du prix de revient (4.8) qui caractérise un secteur monopolistique réglementé au coût du service, est le suivant[48] :

$$dp = \bar{\mu} dt, \tag{4.10}$$

où $\bar{\mu}$ 6 0. Le taux de rendement de la réglementation de type "*cost plus*" est constante dans le temps, ce qui définit l'état stationnaire.

Nous allons particulariser la règle de la valeur actuelle nette. L'intérêt d'une telle règle est de servir de base de comparaison entre les seuils d'investissement déterminés dans ce scénario certain et les scénarios d'évolution incertaine du prix de revient. En environnement certain, l'entreprise qui investit connaît la valeur de son projet financé en partie par emprunt, c'est-à-dire la proportion optimale de la dette dans son capital, la valeur des gains fiscaux qu'elle réalise en s'endettant et le coût que provoquerait la cession de son actif. Nous prenons une règle de la VAN particulière puisque nous intégrons les valeurs de l'économie fiscale et du coût d'une cession de l'actif les plus grandes possibles. Cette règle étant conservée dans les scénarios suivants, la valeur de la prime d'option n'est pas remise en cause.

I Contractée au moment de l'investissement, la dette optimale $D^*(p_t)$ est parfaitement connue. Comme elle est constante au cours de l'exploitation de la centrale et que la politique de dividendes est rigide[49], le coupon instantané, optimal et constant, C^* est également connu :

$$D^*(p_t) = \frac{C^*}{r}.$$

I La valeur actuelle de l'économie fiscale de la dette, que l'entreprise réalise si elle n'est pas acquise par ses créanciers, est égale à :

$$TB(p_t) = \tau \frac{C^*}{r},$$

où τ est le taux d'impôt sur les sociétés, de 37,77% pour EdF. La législation fiscale prévoit que l'intérêt de la dette, i.e. le coupon, est déductible des impôts pour chaque exercice d'exploitation.

I A la date courante, l'entreprise connaît également le coût de sa faillite effective :

$$BC(p_t) = \alpha p_B^*,$$

[48] Nous l'avons déjà explicité dans la relation (3.28) du chapitre 3.

[49] Une politique rigide de dividendes, équivalente à une politique de plus-values, nous permet d'envisager l'ouverture du capital de l'entreprise.

où p_B^* est le prix de cession de l'actif défini pour le niveau optimal d'endettement D^*.

I La valeur courante du projet endetté de façon optimale est égale à celle de l'équipement autofinancé, i.e. le prix de revient à la date courante (chapitre 3), à laquelle s'ajoute le gain fiscal net du coût de faillite. L'entreprise maximise sa valeur optimale actualisée du projet nette du coût initial du capital :

$$V^*(p_t) = \max_t E\left[\left(\bar{\mu}t + p_0 + \tau\frac{C^*}{r} - \alpha p_B^* - K\right)e^{-rt}\right], \tag{4.11}$$

où τ est le taux d'impôt sur les sociétés, $1 < \tau < 0$;

α est le taux de la valeur de l'entreprise consacré au coût de la faillite, $1 < \alpha < 0$.

Puisque le régulateur incite l'entreprise à tarifer au coût marginal de développement, $\bar{\mu}$ 6 0, l'entreprise décide de son investissement et de son financement en $t = 0$ pour la même raison que dans le chapitre 3 : $V^*(p_1)$ 6 $V^*(p_0)$. La valeur optimale du projet (4.7) se récrit :

$$V^*(p_0) = \max\left\{p_0 + \tau\frac{C^*}{r} - \alpha p_B^* - K; 0\right\}. \tag{4.12}$$

Pour trouver l'endettement optimal qui maximise la valeur du projet au temps $t^* = 0$ de la décision d'investissement, nous déterminons à l'aide des conditions aux bornes le prix de faillite. Une fois le coupon optimal de la dette évalué, nous en déduirons la règle d'investissement.

2.3.1.1 Détermination du prix de cession de l'actif comme le seuil d'investissement

- Le prix de cession de l'actif p_B^* se définit comme le prix en-deçà duquel l'entreprise est cédée à ses créanciers. Il est évalué pour le niveau optimal de dette connu par l'entreprise au moment de son investissement, c'est-à-dire à la date initiale $t = 0$. Si l'entreprise disparaît en tant que telle à la période initiale, la valeur de son capital est transféré à ses créanciers :

$$K = V^*(p_B^*) = D^* = \frac{C^*}{r}.$$

La valeur de l'entreprise endettée s'exprime également à l'aide de la relation (4.12) comme :

$$V^*(p_B^*) = D^* = K = p_B^* + \tau K - \alpha p_B^*$$
$$\Leftrightarrow p_B^* = \tfrac{1-\tau}{1-\alpha}K.$$

Ce prix de cession de l'actif p_B^* permet d'évaluer l'option de vente des fonds propres de l'entreprise. Il correspond dans le cas de la valeur actuelle nette au prix de revient seuil de déclenchement de l'investissement :

$$p_0^* = p_B^* = \frac{1-\tau}{1-\alpha}K. \tag{4.13}$$

2.3.1.2 Détermination de la structure de financement - La décision d'acceptation ou de refus du projet étant prise à la date initiale $t = 0$, si

la valeur de projet endetté de façon optimale obtenue pour $p_0 > p_B$ à partir des expressions (4.12) et (4.13) :

$$V^*(p_0) = p_0 + \tau\frac{C^*}{r} - \alpha\frac{1-\tau}{1-\alpha}K.$$

Soit a, la proportion optimale de la valeur de la dette dans la valeur de l'entreprise : $0 \leq a \leq 1$. Nous pouvons récrire la valeur du projet endetté :

$V^*(p_0) = p_0 + \tau a V^*(p_0) - \alpha\frac{1-\tau}{1-\alpha}K$

$\iff (1 - \tau a)\, V^*(p_0) = p_0 - \alpha\frac{1-\tau}{1-\alpha}K.$

Nous en déduisons la proportion optimale de la dette dans la valeur du projet :

$$\iff a = \frac{1}{\tau}\left[1 - \frac{p_0 - \alpha\frac{1-\tau}{1-\alpha}K}{V^*(p_0)}\right] < 1.$$

Cette proportion exprime le choix de financement de l'entreprise. Si l'investissement est retenu, elle s'endette à hauteur d'un pourcentage a.

2.3.1.3 La règle d'investissement - La décision d'acceptation ou de refus du projet est prise à la date $t^* = 0$: elle résulte d'une stratégie "*now or never*". Nous avons déterminé en (4.13) le prix de revient optimal qui déclenche l'investissement :

$$p^*_{VAN} = p^*_0 = p^*_B = \frac{1-\tau}{1-\alpha}K, \tag{4.14}$$

où $p^*_{VAN} > K \iff \tau < \alpha$.

La règle d'investissement est la suivante :

$$\begin{cases} \text{si } p_0 > p^*_0 = p^*_{VAN} = \frac{1-\tau}{1-\alpha}K, \text{ alors l'entreprise investit en s'endettant à hauteur de } aV^*(p_0)\,; \\ \text{si } p_0 \leq p^*_0, \text{ alors l'entreprise ne retient pas le projet et perd son opportunité d'investissement.} \end{cases}$$

Nous rappelons que Dixit[1992] a appelé M le seuil de déclenchement de l'investissement en environnement certain (cf. chapitre 1). Quand l'entreprise est endettée, ce seuil M est supérieur à celui d'un projet autofinancé si $\alpha > \tau$: le coût de cession de l'actif est supérieur au taux d'imposition pour cette règle de la VAN particulière.

La valeur du projet nucléaire dépend de la règle d'investissement et de son financement :

$$V_0^* = V^*(p_0) = \begin{cases} 0 \text{ si } p_0 \leq p_{VAN}^* = \frac{1-\tau}{1-\alpha}K \\ \quad \text{avec } D^*(p_0) = 0\,; \\ p_0 - \frac{1-\tau}{1-\alpha}K \text{ si } p_0 > p_{VAN}^* \\ \quad \text{avec } D^*(p_0) = aV_0^*. \end{cases}$$

Proposition (9). *En présence des deux imperfections de marché des capitaux que sont le taux d'impôt sur les sociétés et le coût de cession de l'actif pour la théorie du compromis, l'entreprise en monopole peut s'endetter de façon optimale.*

a. L'entreprise investit si le prix de revient initial est supérieur au prix seuil et elle finance alors cet équipement nucléaire marginal en s'endettant à hauteur d'un pourcentage a constant de sa valeur.

b. Ce seuil d'investissement est plus élevé que celui d'une entreprise autofinancée qui ne bénéficie pas d'économie fiscale ni ne risque d'être cédée, si le coût de la cession de l'actif est supérieur au taux d'imposition.

Nous allons maintenant déterminer le choix d'investissement et de financement de l'entreprise endettée dans divers cas en environnement incertain. Nous calculerons la prime d'option Δ comme la différence entre ces seuils d'investissement et le seuil en environnement certain, p_{VAN}^*. Nous chercherons à savoir si l'endettement a une influence sur les règles de décisions d'investissement dans ces différents cas.

2.3.2 Investissement et financement : l'ajustement exogène du taux de rendement du "cost plus"

Explicitons notre raisonnement en environnement incertain. Nous allons déterminer le prix de cession de l'actif pour évaluer l'option de vente et ainsi l'opportunité d'investissement. Nous en déduisons le seuil d'investissement.

Nous comparerons ce seuil avec celui de la VAN du scénario 1. Notons que ce seuil n'existe pas pour l'entreprise autofinancée dans le scénario 2 généralisé[50].

[50] Le scénario 2 généralisé reprend l'évolution du prix de revient d'une réglementation au coût du service dont le taux de rendement peut être ajusté, mais pour une tendance log-linéaire.

2.3.2.1 Résolution de $V^*(p)$ au prix courant - Admettons que le régulateur puisse modifier de façon exogène le taux de rendement du "*cost plus*", notamment pour faire converger les prix de revient vers une tarification Ramsey-Boiteux qui assure un équilibre de second rang. Dans le scénario 2 généralisé, l'évolution du prix de revient intègre un saut de Poisson et admet une tendance log-linéaire (3.30) :

$$dp = \bar{\mu} p_t dt - p_t dq, \tag{4.15}$$

où $\bar{\mu} \leq 0$ est la tendance négative de l'évolution du prix ;

q suit un processus de Poisson dont l'incrément

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec la probabilité } (1 - \psi dt) \\ \varphi \text{ avec la probabilité } \psi dt \end{cases}$$

et qui peut être interprété comme une fonction d'anticipation de la part de l'entreprise de l'intervention du régulateur ;

ψ est le taux d'occurrence moyen ;

φ est le pourcentage de baisse du prix de revient en cas d'occurrence d'un événement de Poisson, $0 < \varphi < 1$.

L'entreprise cherche à maximiser la valeur du projet, en résolvant le programme (4.7) :

$$V^*(p_t) = \max_{p_t} \left\{ (1 - r dt) V^*(p_t) + E[dV^*]; 0 \right\},$$

soit finalement l'équation différentielle ordinaire, ou EDO, (4.9) :

$$r V^*(p_t) dt = E[dV^*].$$

Nous avons constaté, en (4.6), que la valeur du projet est égale à la somme des flux de trésorerie du projet et du gain fiscal, nette du coût de faillite, $V(p_t) = p_t + TB(p_t) - BC(p_t)$. C'est également celle de la dette et des fonds propres $V(p_t) = E(p_t) + D(p_t)$.

Vu que nous avons posé en hypothèse l'absence d'opportunité d'arbitrage, i.e. de séparabilité additive de la valeur, il faut optimiser dans le temps chacune des composantes de la valeur du projet financé par emprunt. Cette démarche revient à résoudre l'équation de Bellman suivante :

$$r f(p_t) + c = \frac{E[df]}{dt} = \frac{df}{dt}, \tag{4.16}$$

pour $f(p) = TB(p)$, $f(p) = BC(p)$ et $f(p) = D(p)$.

La constante c représente la conséquence[51] à la période courante du choix de financement. Elle dépend de la fonction F que nous examinons : par exemple, si nous nous intéressons à la dette ($f(p_t) = D(p_t)$), alors $c = -C$, le remboursement du premier coupon.

D'après le lemme d'Itô, nous pouvons récrire l'EDO de la façon suivante, les indices ne représentant que les dérivées et non plus l'instant courant t :

$$\bar{\mu} p f_p(p) - (\psi + r) f + \psi f\left((1-\varphi)\, p\right) + c = 0. \tag{4.17}$$

Nous en cherchons la solution générale sous la forme $f(p) = A_0 + A_1 p^\beta$.

La dérivée partielle de f et la valeur de cette fonction pour $(1-\varphi)\, p$ sont égales à :
$\begin{cases} f_p(p) = A_1 \beta(\beta - 1) p^\beta ; \\ f\left((1-\varphi)\, p\right) = A_0 + A_1 \left((1-\varphi)\, p\right)^\beta . \end{cases}$
L'EDO (4.17) devient :

$$\bar{\mu} A_1 \beta p^\beta - (\psi + r)\left(A_0 + A_1 p^\beta\right) + \psi A_0 + \psi A_1 \left((1-\varphi)\, p\right)^\beta + c = 0$$

$$\Longrightarrow A_1 p^\beta \left[\bar{\mu}\beta - (\psi + r) + \psi(1-\varphi)^\beta\right] = 0 \text{ et } (1-r)A_0 + c = 0 \Longleftrightarrow A_0 \neq 0.$$

Si $A_1 \neq 0$ et en éliminant la solution triviale $p = 0$, $\bar{\mu}\beta - (\psi + r) + \psi(1-\varphi)^\beta = 0$

$$\Longrightarrow \beta = \frac{(\psi + r)\ln(1-\varphi) - \bar{\mu} W\left(\dfrac{\ln(1-\varphi)\psi e^{\frac{(\psi+r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}}{\bar{\mu}}\right)}{\bar{\mu}\ln(1-\varphi)}.$$

où $W(.)$ est la branche principale réelle de la fonction de Lambert, définie comme l'inverse de la fonction $x \mapsto xe^x$ (cf. annexe 3-d).

La valeur de l'entreprise doit être finie, i.e. $\beta < 0$ (cf. infra les conditions au bord de $TB(p)$, $BC(p)$ et de $D(p)$ pour $p \to \infty$). Cette condition est vérifiée pour $r > 0$ (cf. annexe 3-e), racine de β qui est décroissante par rapport à r.

Nous constatons que l'augmentation du taux d'intérêt sans risque r, de la probabilité d'occurrence de l'évènement ψ et de la tendance de l'évolution du prix de revient $\bar{\mu}$ diminue la valeur de β, alors que l'augmentation du pourcentage de baisse du prix décidée par le régulateur φ

[51] L'hypothèse de production de l'entreprise à pleine capacité de ses moyens nous a permis d'éliminer les décisions d'exploitation. Il n'y a pas de conséquence courante d'un choix de production à prendre en compte dans l'optimisation de la valeur de l'entreprise.

l'accroît (cf. annexe 4-a). Ces résultats nous seront utiles par la suite pour déterminer l'influence de ces différents paramètres sur les prix seuils de cession de l'actif et d'investissement.

Grâce aux conditions de continuité, nous allons trouver la valeur des constantes A_0 et A_1 pour le gain fiscal, le coût de faillite et la dette. Ces conditions aux bornes vont spécifier cette valeur pour les cas où l'entreprise fait ou non faillite, c'est-à-dire pour le prix de cession de l'actif p_B et pour un prix suffisamment éloigné de ce prix de faillite ($p \to \infty$).

a) La valeur du projet financé par emprunt $V(p)$

a.1) Le gain fiscal

Nous résolvons l'EDO (4.16) pour la fonction de gain fiscal et nous obtenons l'expression suivante :

$$TB(p) = A_0 + A_1 p^{\beta}.$$

Les conditions aux bornes vont spécifier cette valeur pour les cas où l'entreprise est acquise ou non par ses créanciers. L'entreprise ne fait pas faillite pour un prix suffisamment élevé ($p \to \infty$). La dette est perpétuelle D et le coupon constant C : $D = \frac{C}{r}$. Le gain fiscal se calcule comme un coût évité par la non imposition du coupon de la dette. Si l'entreprise est cédée au prix p_B sa propriété est transférée aux créanciers. Il n'y a plus de dette qui est un acte de propriété sur les actifs de l'entreprise détenu par un tiers : l'option d'achat sur la valeur des fonds propres détenue par l'entreprise disparaît. La valeur des fonds propres est nulle. La totalité de son capital net du coût de faillite, que nous continuerons à appeler dette par analogie, est versée aux obligataires. Il n'y a plus d'économie fiscale. Si nous résumons ces conditions de continuité concernant le financement :

- quand $p \to \infty$, le gain fiscal dépend du montant actualisée de la dette :
  $TB(p) \to \tau \frac{C}{r} = A_0 + A_1 p^{\beta} \Longrightarrow A_0 = \tau \frac{C}{r}$ pour $\beta < 0$;
- quand $p = p_B$, il n'y a pas de gain fiscal par définition :
  $TB(p_B) = 0 = A_0 + A_1 p^{\beta} \Longrightarrow A_1 = -\tau \frac{C}{r} p_B^{-\beta}$.

La valeur du gain fiscal[52] à la période courante est égale à

$$TB(p) = \tau \frac{C}{r} \left[1 - \left(\frac{p}{p_B} \right)^{\beta} \right],$$

[52] L'entreprise déduit instantanément l'intérêt de la dette de son impôt. En pratique, ceci n'est possible que si le profit avant intérêt et impôt ("*earnings before interest and taxes*") est supérieur au coupon de la dette :

fonction strictement concave et croissante[53] de p, où nous interprétons $\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$ comme une croyance sur la probabilité d'occurrence de la faillite quand le prix de revient est p (Black et Cox[1976], Leland[1994]) : $0 \leq \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta} \leq 1$, car $\beta < 0$.

a.2) Le coût de faillite

Le coût de faillite est solution de l'EDO (4.16) et s'écrit :

$$BC(p) = A_0 + A_1 p^{\beta},$$

Les conditions de continuité interprètent le fait que le coût de faillite est nul si l'entreprise n'a pas fait banqueroute. Ce coût est égal à une proportion de la valeur de l'entreprise dans le cas contraire. Les conditions aux bornes sont les suivantes :

- quand $p \to \infty$, il n'y a pas de risque de faillite :
  $BC(p) \to 0 = A_0 + A_1 p^{\beta} \Longrightarrow A_0 = 0$ pour $\beta < 0$;
- quand $p = p_B$, par définition : $BC(p_B) = \alpha p_B = A_1 p_B^{\beta} \Longrightarrow A_1 = \alpha p_B^{1-\beta}$.

Le coût de faillite est une fonction strictement convexe[54] et décroissante de p :

$$BC(p) = \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}.$$

Il s'avère que la valeur du projet quand l'entreprise s'est endettée est une fonction strictement concave[55] de p :

$$V(p) = p + \tau \frac{C}{r}\left[1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}\right] - \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}. \tag{4.18}$$

$EBIT > C$. Or dans le modèle de Leland[1994], il n'y a pas de report possible dans le futur, des pertes associées à des paiements d'intérêt strictement supérieur à l'EBIT. Plus généralement, il ne prend pas en compte le traitement fiscal asymétrique des profits et des pertes d'exploitation. Ceci peut s'expliquer par l'intérêt porté au montant statique de la dette décidé de façon optimale au moment de l'investissement, qui implique les deux conditions aux bornes envisagées $p \to \infty$ et $p \to p_B$.

[53] $\frac{\partial^2 TB(p)}{\partial p^2} = -\beta(\beta-1)\frac{\tau C}{r p_B^2}\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta-2} < 0$ et $\frac{\partial TB(p)}{\partial p} = -\beta\frac{\tau C}{r p_B}\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta-1}$ $(\beta < 0)$.

[54] $\frac{\partial^2 TB(p)}{\partial p^2} = \beta(\beta-1)\frac{\alpha}{p_B}\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta-2} > 0$ $(\beta < 0)$.

[55] puisque $TB(p)$ et $-BC(p)$ sont deux fonctions strictement concaves de p.

Cette valeur du projet dépend du coupon et du levier. Si $\alpha > 0$ ou si $\tau > 0$, alors elle augmente avec la probabilité de baisse ad nutum du prix de revient par le régulateur ψ, le taux d'intérêt r et la tendance $\bar{\mu}$, et quand la baisse du prix en cas d'occurrence de l'évènement φ diminue[56].

a.3) La dette

Cette valeur du projet est égale à celle de la dette et des fonds propres (4.6). Si $f(p) = D(p)$ (cf. (4.16)), la valeur de la dette est égale à :

$$D(p) = A_0 + A_1 p^{\beta}.$$

La dette est statique et perpétuelle : son coupon est constant $D = \frac{C}{r}$. Dans le cas de faillite de l'entreprise, cette dette est égale au capital de l'entreprise net des coûts de faillite. Les conditions aux bornes s'écrivent de la façon suivante :

- quand $p \to \infty$, $D(p) \to \frac{C}{r} = A_0 + A_1 p^{\beta} \Longrightarrow A_0 = \frac{C}{r}$ pour $\beta < 0$;
- quand $p = p_B$, la valeur de l'entreprise lors de la faillite est nette du coût de faillite : $D(p_B) = (1-\alpha)p_B = \frac{C}{r} + A_1 p_B^{\beta} \Longrightarrow A_1 = \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right] p_B^{-\beta}$.

La valeur de la dette est égale à :

$$D(p) = \frac{C}{r} + \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right] \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}. \tag{4.19}$$

a.4) Les fonds propres

La valeur des fonds propres s'obtient par déduction (car les fonds propres ont valeur d'option) de la valeur de la dette de celle du projet, et dépend du prix de revient p :

$$E(p) = V(p) - D(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left[1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}\right] - \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta} - \left[\frac{C}{r} + \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right]\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}\right]$$

$$\Longrightarrow E(p) = V(p) - D(p) = p - (1-\tau)\frac{C}{r} - \left[p_B - (1-\tau)\frac{C}{r}\right]\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}. \tag{4.20}$$

Nous pouvons remarquer que le coût de faillite α n'a pas d'influence directe sur la valeur des fonds propres : ce sont les créanciers qui supportent le coût de faillite. Cependant, le coupon C et le levier $L = \frac{D(p)}{V(p)}$ dépendent de α. Les actionnaires sont donc également pénalisés par son augmentation.

[56] L'augmentation de ψ, r ou $\bar{\mu}$ entraîne la diminution de β, la baisse de $\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$, l'accroissement de $V(p)$. La baisse de φ implique celle de β, de $\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$ et l'augmentation de $V(p)$.

Proposition (10). *L'entreprise monopolistique réglementée au coût du service n'investit jamais quand elle est autofinancée. Le choix entre investissement et attente se pose pour l'entreprise qui finance son projet électrique en empruntant de façon optimale.*

Ce résultat s'explique par la valeur non positive de $\beta \leq 0$. Nous avons établi que l'augmentation du taux d'intérêt sans risque, de la probabilité d'occurrence de l'intervention du régulateur et de la tendance du prix de revient diminue la valeur de β. L'augmentation du pourcentage de baisse du prix, imposé par le régulateur qui intervient, entraîne celle de β.

Cette proposition compare les choix d'investissement qui s'offrent à l'entreprise endettée ou autofinancée dans le scénario 2 généralisé d'évolution du prix de revient. Nous avons trouvé dans le chapitre 3 qu'il n'est jamais optimal d'investir pour l'entreprise autofinancée, résultat qui nous sert essentiellement pour interpréter les conséquences de l'endettement de l'entreprise.

b) Détermination de p_B

La dette correspond à l'achat d'une option d'achat sur les fonds propres par les créanciers. La pente de la courbe représentative de cette option nous permet d'exprimer la condition de collage entre la valeur du projet et la dette contractée. Green[1984] a montré qu'elle dépend de la valeur du prix de cession de l'entreprise p_B. Elle est convexe pour un prix p_B déterminé de façon endogène. Elle devient concave dès que l'obligation comporte des clauses de protection, c'est-à-dire dès que le prix de faillite p_B est exogène, fixé par ces clauses restrictives. La condition technique de dérivabilité est exprimée pour $p \equiv p_B$.

Nous allons mettre en exergue les propriétés respectives de ces deux types d'obligations. Pour la suite de notre travail, seule l'entreprise confrontée à la concurrence des CCG contractera une dette avec clauses de protection, dette que nous appellerons dette sans risque par opposition à la dette risquée sans clause restrictive.

b.1) Les différentes obligations

L'entreprise qui s'endette, vend des obligations à ses créanciers. Il y a deux types d'obligations, qui expliquent deux cas de faillite (Leland[1994]) :

– l'obligation avec des clauses de protection[57] ("*protected debt, debt with protective covenants*"), qui assimile la dette à un titre de valeur actuelle nette positive. La faillite se produit de façon exogène quand le ratio d'endettement dépasse un seuil fixé à la date

[57] Ces clauses restrictives protègent les obligataires.

initiale de l'emprunt : p_B est imposé par les clauses financières de l'obligation (par exemple, la contrainte de VAN positive du titre). Ce cas est envisagé dans la littérature par Brennan et Schwartz[1978]. Les accords contractuels d'une dette de long terme ne comprennent pas de telles clauses protectrices. La dette protégée est une dette de court terme refinancée sans coût à l'infini.

L'accroissement de la baisse du prix en cas d'occurrence de l'évènement φ diminue la valeur des fonds propres et la valeur de la dette, du fait de la concavité[58] de $E(p)$ et de $D(p)$: l'augmentation de φ implique celle de β, de $\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$ et entraîne in fine la baisse de $E(p)$ et $D(p)$. Nous nous apercevons de l'intérêt de l'hypothèse de la dette protégée, qui remplace celle de l'absence de problème d'agence entre investisseurs et créanciers ;

– l'obligation sans clause restrictive. La faillite est endogène, parce que l'entreprise ne peut plus payer le coupon de la dette en augmentant à la marge ses fonds propres, i.e. que la valeur marginale des fonds propres est nulle. L'entreprise ne fait pas faillite, non pas parce que le flux de trésorerie est positif[59], mais parce que la valeur des fonds propres est positive[60]. Ce cas est traité dans le sous-paragraphe suivant.

L'entreprise qui s'endette, achète l'emprunt et également une option d'achat des fonds propres dont elle a transféré la propriété aux obligataires. $E(p)$ a valeur d'option : la valeur des fonds propres est donc une fonction strictement convexe de p. La baisse plus importante du pourcentage φ d'ajustement du taux de rendement du "*cost plus*" augmente la valeur des fonds propres et diminue celle de la dette[61] : les actionnaires ont intérêt à

[58] Les fonds propres n'ont pas ici valeur d'option. $E(p)$ est une fonction strictement concave de p : $\frac{\partial^2 E(p)}{\partial p^2} = -\beta(\beta-1)\left[p_B - (1-\tau)\frac{C}{r}\right]\frac{1}{p^2}\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta} < 0 \Longleftrightarrow p_B > (1-\tau)\frac{C}{r}$ $(\beta < 0)$, le prix de revient de faillite est supérieur à la dette nette du gain fiscal. Nous avons vu que $V(p)$ est également une fonction strictement concave de p, donc $D(p)$ est une fonction concave de p : $\frac{\partial^2 D(p)}{\partial p^2} = \beta(\beta-1)\left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right]\frac{1}{p^2}\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta} < 0 \Longleftrightarrow (1-\alpha)p_B - \frac{C}{r} < 0$.

Notons également que $E(p)$ est une fonction croissante de p : $\frac{\partial E(p)}{\partial p} = 1 - \beta\left[p_B - (1-\tau)\frac{C}{r}\right]\frac{1}{p}\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta} > 0$.

[59] Cette condition serait toujours vérifiée pour nous, puisque nous assimilons le flux de trésorerie au prix de revient.

[60] Quand l'entreprise est cédée au prix p_B, la valeur des fonds propres est définie par les deux conditions :

– $\frac{dE(p)}{dp}\mid_{p=p_B} = 0$;

– $E(p_B) = 0$.

[61] Cependant Leland[1994, p. 1244] a montré qu'au voisinage de la faillite ($p \in \mathcal{V}(p_B)$) et seulement là, l'augmentation du risque accroît la valeur de la dette non protégée : actionnaires et créanciers ont alors intérêt à accroître le risque de l'activité de l'entreprise (en agissant auprès du régulateur par exemple).

augmenter ce risque, au détriment des créanciers. L'hypothèse d'absence de problème d'agence entre investisseurs et créanciers prend ici tout son sens.

Leland[1994] a également établi que la dette optimale et le levier optimal dans le cas d'une dette protégée sont inférieurs à ceux d'une dette non protégée.

b.2) Dette risquée : p_B endogène

Nous considérons que la dette est risquée car elle correspond à une dette de long terme[62]. La valeur des fonds propres va nous permettre de déterminer la valeur de faillite p_B, $p_B > 0$. Nous retrouvons la condition intérieure du chapitre 3, $V(0) = 0$, qui définit la zone de non investissement. Les paramètres d'impôt τ et de coût de faillite α fixent la valeur de la dette trouvée de façon endogène.

La théorie du compromis prouve que (cf. section 2 du chapitre 2) :

- $E(p_B) = 0$;
- les fonds propres $E(p)$ ont valeur d'option financière (l'endettement est équivalent à l'achat d'une option de vente sur les fonds propres et la dette n'est pas protégée par des clauses restrictives), i.e. que la fonction est convexe.

  $E(p)$ est une fonction convexe : $\frac{\partial^2 E(p)}{\partial p^2} > 0$.

  D'après l'expression de $E(p)$ (4.20), cette condition se vérifie pour :

  $(1-\tau)\frac{C}{r} - p_B > 0 \Longleftrightarrow (1-\tau)\frac{C}{r} > p_B$.

Merton[1973] a établi que la valeur du projet est maximisée pour un prix de revient de défaillance p_B minimum. La valeur de p_B ne peut pas être fixée arbitrairement par l'entreprise, parce que les actionnaires ont une responsabilité limitée au montant des fonds propres : $E(p) > 0, \forall p > p_B$. La valeur minimale de p_B doit vérifier une valeur positive des fonds propres. Les fonds propres ayant valeur d'option, $E(p)$ est strictement convexe pour $p_B < (1-\tau)\frac{C}{r}$ et p_B^* est telle que :

$$\frac{dE(p)}{dp} \mid_{p=p_B} = 0. \tag{4.21}$$

[62]Le terme de la dette coïncide avec celui de l'exploitation du projet. De plus, envisager une dette de long terme nous permet d'éviter de poser l'hypothèse d'un coût de refinancement nul.

Il est équivalent[63] de montrer que la valeur des fonds propres est maximale pour le prix de revient minimum, c'est-à-dire que la valeur du projet est maximisée pour ce prix minimum :

$$p_B^* = \arg\max_{p_B \leq p} E(p) = \arg\max_{p_B \leq p} V(p).$$

L'expression de la valeur des fonds propres est donnée par la relation (4.20) :
$E(p) = p - (1-\tau)\frac{C}{r} + \left[(1-\tau)\frac{C}{r} - p_B\right]\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$,
que nous dérivons :
$\frac{dE}{dp} = 1 + \beta\left[(1-\tau)\frac{C}{r} - p_B\right] p_B^{-\beta} p^{\beta-1}$.
La condition du premier ordre de la minimisation (4.21) s'écrit :
$\frac{dE}{dp}\,|_{p=p_B} = 1 + \beta\left[(1-\tau)\frac{C}{r} - p_B\right]\frac{1}{p_B} = 1 + \beta\left[(1-\tau)\frac{C}{r}\frac{1}{p_B} - 1\right] = 0$
$\iff (1-\tau)\frac{C}{r}\frac{1}{p_B} = -\frac{1}{\beta} + 1$
Le prix courant de cession de l'actif dépend du coupon de la dette :

$$p_B = (1-\tau)\frac{C}{r}\left(\frac{\beta}{\beta - 1}\right). \tag{4.22}$$

Nous retrouvons, pour une évolution du prix de revient log-linéaire en tendance et qui intègre un saut de Poisson (4.15), les résultats énoncés par Leland[1994, p. 1222][64]. La valeur endogène du prix de revient p_B et la valeur du projet défaillant $V(p_B) = (1-\alpha)\,p_B$:

- sont proportionnelles au coupon C ;
- sont indépendantes du prix de revient courant p ;
- diminuent quand le taux de l'IS τ augmente ;
- p_B est indépendant du coût de faillite α, mais $V(p_B)$ diminue quand le coût de faillite α augmente.

[63] Cette équivalence montre que le choix endogène de p_B est compatible (au programme de maximisation de la valeur du projet) et incitatif :

- ex ante (avant d'émettre la dette), les actionnaires espèrent maximiser la valeur du projet sous contrainte d'engagement limité des fonds propres. Le prix de faillite p_B est optimal ex ante et satisfait également la condition de dérivabilité ($\frac{dE}{dp}\,|_{p=p_B} = 0$) : le choix est compatible ;
- ex post, les actionnaires n'ont pas d'incitation à déclarer la faillite à un prix de revient différent de p_B, tant que p_B satisfait aussi la condition optimale ex post de maximisation de la valeur des fonds propres : le choix est incitatif.

[64] Leland[1994] a établi ces résultats pour une valeur de l'entreprise qui évolue selon un mouvement brownien géométrique. Finalement seules la valeur de l'entreprise, ici réduite au prix de revient, et celle de β (β augmente à présent avec la baisse encourue φ) changent.

Nous avons établi les relations suivantes, qui complètent celles de Leland[1994]. La valeur endogène du prix p_B et la valeur du projet $V(p_B)$ lors de la faillite :

- diminuent quand le taux d'intérêt sans risque r augmente (l'augmentation de r l'emporte sur celle de $\frac{\beta}{\beta-1}$, cf. annexe 4-a) ;
- diminuent quand la variation encourue du prix de revient φ augmente (l'accroissement de φ accroît la valeur de β et diminue[65] celle de la pondération $\frac{\beta}{\beta-1}$) ;
- augmentent quand la probabilité d'intervention du régulateur ψ augmente (l'augmentation de ψ, contrairement à celle de φ, diminue la valeur de β) ;
- augmentent quand la tendance de l'évolution du prix de revient $\bar{\mu}$ augmente (l'accroissement de $\bar{\mu}$, comme celle de ψ, diminue la valeur de β).

c) Détermination du coupon optimal C^*

Nous remplaçons cette valeur de faillite (4.22) dans la valeur du projet (4.18) :

$$V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left[1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}\right] - \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$$

$$\Longrightarrow V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - \left(1 - \alpha\frac{(1-\tau)}{\tau}\frac{\beta}{\beta-1}\right)\left(\frac{C}{r}\frac{(1-\tau)\beta}{\beta-1}\right)^{-\beta} p^{\beta}\right\}$$

$$\Longrightarrow V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - \left(1 - \alpha\frac{(1-\tau)}{\tau}\frac{\beta}{\beta-1}\right)\left(\frac{(1-\tau)\beta}{r(\beta-1)}\right)^{-\beta}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta}\right\},$$

et dans la valeur de la dette (4.19) :

$$D(p) = \frac{C}{r} + \left(\frac{C}{r}\right)^{1-\beta}\left(\frac{(1-\alpha)(1-\tau)\beta}{(\beta-1)} - 1\right)\left[\frac{(1-\tau)\beta}{\beta-1}\right]^{-\beta}\left(\frac{1}{p}\right)^{-\beta}$$

$$\Longrightarrow D(p) = \frac{C}{r}\left\{1 + \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta}\left(\frac{(1-\alpha)(1-\tau)\beta}{(\beta-1)} - 1\right)\left[\frac{(1-\tau)\beta}{r(\beta-1)}\right]^{-\beta}\right\}.$$

En suivant la démarche de Leland[1994], nous allons paramétrer les expressions :

$$\begin{cases} m = \frac{\left[\frac{(1-\tau)\beta}{r(\beta-1)}\right]^{-\beta}}{1-\beta} > 0\,; \\ h = \left(1 - \beta - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right) m > 0\,; \\ g = \left[1 - \beta + (1-\alpha)(1-\tau)\beta\right] m. \end{cases}$$

Nous récrivons la valeur du projet (4.18) :

$$V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta}\right\}, \tag{4.23}$$

et la valeur de la dette (4.19) :

$$D(p) = \frac{C}{r}\left\{1 - \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta} g\right\}. \tag{4.24}$$

[65] $\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right) = -\frac{1}{(\beta-1)^2} < 0.$

Nous établissons les résultats suivants concernant la valeur de la dette :

– l'augmentation du taux d'intérêt sans risque a deux effets opposés sur la valeur de la dette :

  * en entraînant celle du coût de financement de la dette, elle diminue $D(p)$;

  * elle implique une hausse du gain fiscal et celle de $D(p)$.

  Le premier effet l'emporte sur le second : l'augmentation de r entraîne la baisse de $D(p)$, alors que c'est le contraire pour un levier optimal $L^* = \frac{D^*(p)}{V^*(p)}$;

– la valeur de la dette $D(p)$ augmente avec C, ψ et $\bar{\mu}$;

– cette valeur $D(p)$ diminue quand φ augmente ;

Nous précisons ces résultats en prenant en compte le risque de faillite :

– l'augmentation du coût de faillite α abaisse la valeur de $D(p)$;

– l'accroissement du taux d'IS τ diminue la valeur du prix de faillite p_B et augmente celle de la dette $D(p)$;

– si $(\alpha;\tau) > (0;0)$ et $p \to p_B$, la baisse de p_B accroît la valeur de $D(p)$ car le risque de faillite diminue. En effet, les effets de l'économie fiscale ou de coût de faillite sont nuls.

  Sachant qu'une hausse de φ, r ou une baisse de C, ψ, $\bar{\mu}$ entraîne la diminution de p_B,

  * $D(p)$ diminue quand le coupon C (il existe une valeur maximale de dette), ψ ou $\bar{\mu}$ augmentent ;

  * $D(p)$ augmente pour un accroissement de φ ou de r (le second effet l'emporte sur le premier au voisinage de la faillite).

Nous cherchons le coupon optimal qui maximise la valeur du projet, et qui est inférieur au coupon maximal ($C^* < C_{\max}$). $V(p)$ se récrit avec (4.22) :

$$V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta}\right\}$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial V(p)}{\partial C} = \frac{\tau}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta}\right\} + \frac{\tau}{r}\left\{\beta h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta}\right\} = 0$$

$$\Longrightarrow (\beta - 1)\, h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta} = -1$$

$$\Longrightarrow C^* = p\left[(1-\beta)\, h\right]^{\frac{1}{\beta}}. \tag{4.25}$$

Le coupon optimal C^* augmente quand le coût de faillite diminue. D'après la théorie du compromis, la valeur optimale de la dette est inférieure au montant maximum[66] auquel l'entreprise peut s'endetter. En effet $C_{\max}/\frac{\partial D(p)}{\partial C} = \frac{1}{r} - \frac{(1-\beta)}{r}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta} g = 0$

$$\Longrightarrow 1 - (1-\beta)\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta} g = 0$$

$$\Longrightarrow C_{\max} = p\left[(1-\beta)\, g\right]^{\frac{1}{\beta}}.$$

$C^* = p\left[(1-\beta)\, h\right]^{\frac{1}{\beta}} < C_{\max} = p\left[(1-\beta)\, g\right]^{\frac{1}{\beta}}$ se vérifie pour :

$(1-\beta)\, h > (1-\beta)\, g$

$\Longleftrightarrow h > g$

$\Longleftrightarrow \left(1 - \beta - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right) m > \left[1 - \beta + (1-\alpha)(1-\tau)\beta\right] m$

$\Longleftrightarrow -\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau} > (1-\alpha)(1-\tau)\beta$

$\Longleftrightarrow -\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau} < (1-\alpha)(1-\tau)$ (car $\beta < 0$),

$\Longleftrightarrow -\alpha < (1-\alpha)\tau$. Or $(1-\alpha)\tau > 0$, donc cette inégalité est toujours vraie.

A l'optimum, le prix de faillite (4.22) devient égal à :

$p_B^* = p\frac{(1-\tau)}{r}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\left[(1-\beta)\, h\right]^{\frac{1}{\beta}} = p\left[\left(\frac{(1-\tau)\beta}{r(\beta-1)}\right)^{\beta}(1-\beta)\, h\right]^{\frac{1}{\beta}}$

$$\Longleftrightarrow p_B^* = p\left[(1-\beta) - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right]^{\frac{1}{\beta}} = p\left(\frac{h}{m}\right)^{\frac{1}{\beta}} < p. \tag{4.26}$$

2.3.2.2 La structure optimale de financement - La valeur de la dette (4.24) s'obtient en remplaçant le prix de faillite et le coupon par leurs valeurs (4.26) et (4.25) déterminées de façon endogène :

$D^*(p) = \frac{C^*}{r}\left\{1 - \left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta} g\right\}$

$$\Longleftrightarrow D^*(p) = p\left[(1-\beta)\, h\right]^{\frac{1}{\beta}} \frac{1}{r}\left\{1 - \frac{1}{(1-\beta)}\frac{g}{h}\right\}. \tag{4.27}$$

Nous vérifions que $D^*(p) > 0$[67].

[66] La capacité maximale d'endettement $D_{\max}$ s'obtient en remplaçant la valeur maximale du coupon $C_{\max}$ dans l'expression de la dette (4.19). Leland[1994] a montré que cette capacité maximale d'endettement est proportionnelle à p, qu'elle décroît quand φ ou α augmentent, mais croît avec τ, ψ, $\bar{\mu}$ ou r.

[67] Preuve : $D^*(p) > 0$ est vérifiée pour :

$1 - \frac{g}{(1-\beta)h} > 0 \Longleftrightarrow \frac{g}{(1-\beta)h} < 1 \Longleftrightarrow g < (1-\beta)\, h \Longleftrightarrow (1-\beta)\, h - g > 0$, équation positive en dehors de ses deux racines :

$$\begin{cases} \beta = 0\,; \\ \beta = \frac{-\alpha+\tau(1-\alpha)(\tau-2)}{-\tau-\alpha+\alpha\tau} > 0\,; \end{cases}$$

donc pour $\beta < 0$.

Cette valeur d'endettement optimal est décidée instantanément par l'entreprise qui pourrait accepter d'investir. Elle augmente avec le taux d'intérêt sans risque, car l'économie fiscale supplémentaire fait plus que compenser le coût supérieur de l'emprunt.

Enfin, nous pouvons récrire la valeur optimale du projet (4.23), obtenue par un financement optimal :

$$V^*(p) = p + \tau \frac{C^*}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta}\right\}$$
$$\Longrightarrow V^*(p) = p + p\frac{\tau}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\left\{1 - \frac{1}{(1-\beta)}\right\}$$
$$V^*(p) = p\left\{1 + \frac{\tau}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\frac{\beta}{\beta-1}\right\}. \tag{4.28}$$

Nous exprimons les propriétés de cette structure optimale d'endettement à travers le levier et le rendement de la dette.

Nous pouvons déduire des relations (4.27) et (4.28) que le levier optimal est égal à :

$$L^* = \frac{D^*(p)}{V^*(p)} = \frac{(1-\beta)\,h - g}{r\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{\beta-1}{\beta}} - \tau\beta h} < 1.$$

Il ne dépend pas du prix de revient courant, et il est inférieur à 100%, même quand le coût de faillite est nul (Brennan et Schwartz[1978]).

Le taux de rendement de la dette de long terme risquée, varie dans le temps et reflète le risque non diversifiable,

$$R^*\left(\frac{C^*}{p}\right) = \frac{C^*}{D^*(p)} = r\frac{1}{1 - \left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta} g},$$

l'expression de $D(p)$ étant donnée par (4.24). Le facteur $\left[1 - \left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta} g\right]^{-1}$ d'ajustement au risque est corrélé positivement avec le ratio du coupon sur la valeur courante de l'actif, $\frac{C}{p}$. Ce taux d'intérêt $R^*(\frac{C^*}{p})$ prend en compte les risques assumés par les obligataires. Ces derniers reçoivent en contrepartie le rendement, "*spread*", $R^*(\frac{C^*}{p}) - r = \frac{r\left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta} g}{1-\left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta} g} > 0$ (r étant la rémunération du risque diversifiable sur le marché financier). Cette rémunération augmente avec le coupon C, le coût de faillite α, la baisse encourue φ, et pour une diminution du taux d'IS τ, de la probabilité ψ ou de la tendance $\bar{\mu}$ (qui entraîne celle de la dette).

Ce rendement dépend du risque. Pour un prix proche du prix de faillite, $p \to p_B$, et pour un coût de faillite et un impôt nuls, $\alpha = \tau = 0$, $R^*(\frac{C^*}{p}) = r\frac{1}{1-\left(\frac{C^*}{p_B}\right)^{-\beta} g} \to r\frac{1}{1-\left(r\frac{\beta-1}{\beta}\right)^{-\beta} g}$ (d'après l'expression (4.22) : $\frac{C}{p_B} = r\frac{\beta-1}{\beta}$)

$$\Longrightarrow R^*(\frac{C^*}{p}) \to r\frac{1}{1-\left(r\frac{\beta-1}{\beta}\right)^{-\beta}\frac{\left[\frac{\beta}{r(\beta-1)}\right]^{-\beta}}{1-\beta}}$$
$$\Longrightarrow R^*(\frac{C^*}{p}) \to r\frac{1}{1-\frac{1}{1-\beta}}$$

$$R^*(\frac{C^*}{p}) \to r\frac{\beta-1}{\beta}.$$

La rémunération de la dette de long terme risquée tend alors vers le coût moyen pondéré de la dette, $r\frac{\beta-1}{\beta}$. Nous retrouvons dans la pondération $\frac{\beta-1}{\beta}$ la valeur du multiple de la valeur d'option dans le cas de l'autofinancement (cf. chapitre 3), puisqu'ici β est négatif au lieu d'être supérieur à 1 comme au chapitre 3.

2.3.2.3 La décision optimale d'investissement - Cette décision se déduit de la comparaison entre la valeur de l'option d'actif et la valeur du projet. Au moment où l'entreprise investit, elle est indifférente entre conserver l'opportunité ou obtenir l'équipement nucléaire dont la valeur actuelle nette est exprimée en (4.12). La condition aux bornes de continuité, condition qui établit cette indifférence, est la suivante :

$$V^*(p^*) = p^* - K + \frac{\tau}{r}C^* - \alpha p_B^*. \tag{4.29}$$

a) Le prix seuil d'investissement p^*

Au seuil de déclenchement de l'investissement, l'expression de la valeur du projet financé de façon optimale, est donnée par la relation (4.29). Le coupon optimal et le prix de faillite optimal sont exprimés en (4.25) et (4.26) et nous pouvons réécrire cette valeur :

$V^*(p^*) = p^* - K + p^*\frac{\tau}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}} - p^*\frac{\alpha(1-\tau)}{r}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}$

$\Longleftrightarrow V^*(p^*) = p^*\left\{1+\frac{1}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\left[\tau-\alpha\,(1-\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]\right\} - K.$

La valeur $V^*(p)$ est également donnée par la relation (4.28) et nous pouvons en déduire que[68] :

$p^*\left\{1+\frac{\tau}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\frac{\beta}{\beta-1}\right\} = p^*\left\{1+\frac{1}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\left[\tau-\alpha\,(1-\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]\right\} - K$

$\Longleftrightarrow p^*\left\{\frac{1}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\left[\tau\frac{\beta}{\beta-1}-\tau+\alpha\,(1-\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]\right\} = -K$

$$\Longleftrightarrow p^* = \left\{r\left[(1-\beta)\,h\right]^{-\frac{1}{\beta}}\left[\tau-(\alpha\,(1-\tau)+\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]^{-1}\right\}K.$$

[68] La condition de collage entre la valeur de l'option d'investissement et la valeur du projet est la suivante : $1+\frac{\tau}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\frac{\beta}{\beta-1} = 1+\frac{1}{r}\left[(1-\beta)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\left[\tau-\alpha\,(1-\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]$.

Elle est toujours vérifiée du fait de la structure optimale de financement. Ainsi nous ne prendrons en compte que la condition de dérivabilité exprimée en p_B : $\frac{dE}{dp}\,|_{p=p_B} = 0$.

Nous simplifions cette relation :

$$p^* = \left\{ \frac{r}{[(1-\beta)h]^{\frac{1}{\beta}}\left[\tau-(\alpha(1-\tau)+\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]} \right\} K$$

$$\Longleftrightarrow p^* = \left\{ \frac{(1-\tau)\beta}{(\beta-1)\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left[\tau-(\alpha(1-\tau)+\tau)\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)\right]} \right\} K$$

$$\Longleftrightarrow p^* = \left\{ \frac{(1-\tau)\beta}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left[-\tau-\alpha\beta(1-\tau)\right]} \right\} K > 0, \tag{4.30}$$

le prix de revient seuil de déclenchement de l'investissement, qui est positif pour $-\tau-\alpha\beta(1-\tau)<0$

$$\Longrightarrow 0>\beta>-\frac{\tau}{\alpha(1-\tau)}.$$

Il existe un prix seuil de déclenchement de l'investissement pour le monopole réglementé au coût du service et soumis à une révision aléatoire du taux de rendement. En présence d'imperfections du marché des capitaux, l'entreprise s'endette de manière optimale et décide d'investir pour un prix de revient supérieur au prix seuil. Dans le cas contraire, il préfère attendre avant d'investir. Rappelons qu'il n'est jamais optimal d'investir pour ce monopole quand il s'autofinance.

La valeur du projet nucléaire de l'entreprise monopolistique soumise à une réglementation de type "*cost plus*" est égale à :

$$V_t^* = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* \\ \qquad\qquad \text{avec } D^*(p_t)=0\,; \\ p\left\{1+\frac{\tau}{r}\left[(1-\beta)h\right]^{\frac{1}{\beta}}\frac{\beta}{\beta-1}\right\} \text{ si } p_0>p^* \\ \text{avec } D^*(p)=p\left[(1-\beta)h\right]^{\frac{1}{\beta}}\frac{1}{r}\left\{1-\frac{1}{(1-\beta)}\frac{g}{h}\right\}. \end{cases}$$

b) La prime d'option Δ

La valeur de la prime d'option se déduit de la différence entre le seuil d'investissement obtenu en incertitude (4.30) et celui calculé par la VAN (4.14) :

$$\Delta = \frac{(1-\tau)\beta}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left[-\tau-\alpha\beta(1-\tau)\right]} - \frac{1-\tau}{1-\alpha}.$$

Sur un marché imparfait des capitaux, l'entreprise s'endette de façon optimale pour financer un investissement complètement irréversible. La valeur de la prime Δ n'est pas nécessairement positive : la valeur du multiple de la valeur d'option ϕ n'est plus toujours supérieure à l'unité.

Il existe des valeurs de β pour lesquelles la valeur de la prime Δ est négative : il est préférable d'investir en s'endettant avant le seuil d'investissement déterminé par le critère de la VAN de façon à bénéficier d'informations sur le futur. Par exemple, ces informations concernent le taux d'imposition et le coût de faillite, paramètres que l'entreprise ne contrôle pas.

Nous montrons que le seuil (4.30) de déclenchement de l'investissement p^* (cf. annexe 4-b) :

– augmente avec le coût de faillite α ;

– diminue quand le taux d'IS τ augmente :

  * si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2<0$;

  * ou si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2>0$ et $0>\beta>-\frac{(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau}{(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2}$;

  et augmente avec le taux d'IS τ :

  * si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2>0$ et $\beta<-\frac{(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau}{(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2}<0$;

Nous prouvons aussi que le seuil p^* et la valeur de la flexibilité de l'entreprise Δ (cf. annexe 4-b) :

– diminuent quand β augmente, i.e. quand φ s'accroît ou quand ψ, r ou $\bar{\mu}$ diminuent.

Proposition (11). *L'entreprise monopolistique réglementée au coût du service n'investit jamais quand elle s'autofinance. Endettée de façon optimale, elle investit à partir d'un prix de revient seuil p^*. La prime d'option Δ peut être négative : l'entreprise investit pour une valeur actuelle nette de son projet négative. L'entreprise bénéficie de l'information sur le taux d'imposition et le coût de faillite dans le futur.*

L'opportunité n'est plus une option d'attente mais une option composite, la dette augmentant la valeur de l'option d'actif. La prime d'option Δ se calcule comme la différence entre ce prix seuil et celui déterminé dans le cas certain. D'après le tableau (2.12) du chapitre 2, une option réelle irréversible est caractérisée par une prime positive. La possibilité que la prime soit négative révèle le caractère partiellement réversible de l'opportunité financée par un emprunt optimal. L'emprunt implique l'existence d'une faillite, possibilité de cession de l'actif aux créanciers.

La prime diminue quand le seuil de déclenchement de l'investissement p^* se rapproche de celui déterminé dans le cas certain p^*_{VAN}. Cette baisse est provoquée par une diminution de la

probabilité ψ d'occurrence de la révision du taux de rendement du "*cost plus*" ou de la tendance du prix de revient $\bar{\mu}$. Elle l'est également par une augmentation de la préférence pour le futur ou du pourcentage de baisse φ du taux de rendement du "*cost plus*".

2.4 Le cas du pool

En reprenant la démarche précédente, nous allons déterminer le seuil de déclenchement de l'investissement dans le scénario 3 généralisé, i.e. pour une évolution du prix de revient sur le pool qui suit un mouvement brownien géométrique.

Nous apporterons une nuance quant aux obligations émises par l'entreprise qui produit sur un marché dominé par les CCG. En effet, cette entreprise ne pourra s'endetter qu'aux mêmes conditions que les CCG. Elle va inclure des clauses protectrices dans ses obligations, c'est-à-dire fixer lors de leurs émissions son prix de cession de l'actif p_B.

2.4.1 Pool concurrentiel : l'évolution du prix de revient se base sur le coût marginal de production

2.4.1.1 Résolution de $V^*(p)$ au prix courant - L'entreprise produit sur le pool, organisation retenue pour introduire la concurrence sur le segment de la production. Elle base ses croyances sur une évolution linéaire du prix de revient qui suit la baisse du coût marginal en développement (3.31) due à la concurrence :

$$dp = \bar{\mu}dt + \sigma dz,$$

où la tendance $\bar{\mu}$ 6 0 et la volatilité σ qui représente le risque de l'activité de l'entreprise sont constantes.

Nous déduisons le prix de revient seuil de la valeur de l'entreprise financée de manière optimale. Pour obtenir analytiquement cette valeur, nous simplifions l'évolution du prix de revient et de l'actif autofinancé. Nous admettrons qu'elle suit un mouvement brownien géométrique (3.6) :

$$\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu}dt + \sigma dz, \tag{4.31}$$

où $\bar{\mu}$ 6 0 et où σ caractérise le risque de l'activité de l'entreprise.

Le programme (4.7) de maximisation de la valeur du projet reste identique :

$$V^*(p_t) = \max_{p_t} \{(1 - rdt)V^*(p_t) + E[dV^*]; 0\}.$$

L'entreprise doit résoudre l'EDO (4.9) :

$$rV^*(p_t) = \frac{E[dV^*]}{dt} = \frac{dV^*}{dt}.$$

a) La valeur du projet $V(p)$

Du fait de la propriété de séparabilité additive de la valeur en AOA[69], il est équivalent de résoudre l'EDO suivante :

$$rf(p_t) + c = \frac{E[df]}{dt} = \frac{df}{dt},$$

pour $f = TB(p_t)$, $f = BC(p_t)$ et $f = D(p_t)$, puisque $V(p_t) = p_t + TB(p_t) - BC(p_t) = E(p_t) + D(p_t)$ (4.6). La constante c représente toujours le flux courant de la fonction F.

Si les indices ne désignent plus que les dérivées, nous pouvons récrire l'EDO avec le lemme d'Itô :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 f_{pp} + \bar{\mu} p f_p + rf + c = 0. \tag{4.32}$$

Nous avons vu, en chapitre 3, que la solution recherchée est de la forme : $f(p) = A_0 + A_1 p^\beta$.

Calculons les dérivées :

$$\begin{cases} f_p = A_1 \beta p^{\beta-1}; \\ f_{pp} = A_1 \beta(\beta - 1) p^{\beta-2}. \end{cases}$$

En remplaçant ces valeurs dans (4.32), nous obtenons la relation :

$A_1\beta(\beta-1)\frac{1}{2}\sigma^2 p^\beta + A_1\beta\bar{\mu}p^\beta + r\left(A_1 p^\beta + A_0\right) + c = 0.$

Nous écartons la solution triviale $p = 0$:

$$A_1\left[\beta(\beta-1)\frac{1}{2}\sigma^2 + \beta\bar{\mu} + r\right] = 0 \text{ et } rA_0 + c = 0 \Longleftrightarrow A_0 = -\frac{c}{r}.$$

Si $A_1 \neq 0$, $\frac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + \left(\bar{\mu} - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\beta + r = 0$ pour les deux racines suivantes :

$$\begin{cases} \beta_N = \frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0, \\ \beta_P = \frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 0. \end{cases}$$

[69] Nous avons vu dans le chapitre 2 qu'il est équivalent de supposer l'AOA du marché ou la séparabilité additive de la valeur.

La solution de cette EDO est égale à :

$$f(p) = A_0 + A_1 p^{\beta_N} + A_2 p^{\beta_P}.$$

Nous calculons la valeur du projet (4.6) $V(p) = p + TB(p) - BC(p) = E(p) - D(p)$, en reprenant les différentes fonctions f : $f = TB(p_t)$, $f = BC(p_t)$ et $f = D(p_t)$. Pour obtenir une valeur du projet finie (cf. infra les conditions aux bornes de $f(.)$), nous n'allons retenir que la racine négative β_N.

Nous constatons que l'augmentation de σ entraîne celle de β_N et que celle de la tendance $\bar{\mu}$ ou du taux d'intérêt r diminue β_N (cf. annexe 4-c).

a.1) Le gain fiscal

Nous obtenons l'expression suivante du gain fiscal, $TB(p) = f(p)$:

$$TB(p) = A_0 + A_1 p^{\beta_N} + A_2 p^{\beta_P}.$$

Nous reprenons le même raisonnement que dans le cas d'une réglementation au coût du service en asymétrie d'information. Les conditions aux bornes expriment l'économie fiscale actualisée d'une entreprise non défaillante et son absence quand elle fait faillite :

- quand $p \to \infty$, le gain fiscal dépend du montant actualisée de la dette :
  $TB(p) \to \tau \frac{C}{r} = A_0 + A_2 p^{\beta_P} \Longrightarrow \begin{cases} A_0 = \tau \frac{C}{r}, \\ A_2 = 0. \end{cases}$
- quand $p = p_B$, il n'y a pas de gain fiscal par définition :
  $TB(p_B) = 0 = \tau \frac{C}{r} + A_1 p_B^{\beta_N} \Longrightarrow A_1 = -\tau \frac{C}{r} p_B^{-\beta_N}$.

La valeur du gain fiscal à la période courante est égale à :

$$TB(p) = \tau \frac{C}{r} \left[1 - \left(\frac{p}{p_B} \right)^{\beta_N} \right], \tag{4.33}$$

où nous pouvons interpréter $\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}$ comme une probabilité bayésienne de faillite, i.e. une croyance sur le risque de faillite quand le prix de revient est p. Leland[1994, p. 1219] a repris l'explication probabiliste[70] de Black et Cox[1976, pp. 355-356]. Il a explicité

[70] La valeur de l'entreprise neutre au risque p suit une fonction de distribution $\Theta\left(t', p(t') \acute{\mathrm{A}} t, p(t)\right)$ lognormale $(\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu} dt + \sigma dz)$.

$\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta} = \int_0^{\infty} \Phi(t,p,p_B)e^{-\bar{\mu}t}dt$, où $\Phi(t,p,p_B)$ est la fonction de densité du premier passage instantané de p au prix de revient limite p_B.

a.2) Le coût de faillite

Le coût de faillite $BC(p) = f(p)$ est solution de l'EDO (4.32) et s'écrit :

$$BC(p) = A_0 + A_1 p^{\beta_N} + A_2 p^{\beta_P}.$$

Les conditions aux bornes précisent la proportion de la valeur de l'entreprise dépensée par la mise en faillite et l'absence de ce type de coût pour une entreprise non défaillante :

– quand $p \to \infty$, il n'y a pas de risque de banqueroute :
$BC(p) \to 0 = A_0 + A_2 p^{\beta_P} \Longrightarrow \begin{cases} A_0 = 0, \\ A_2 = 0. \end{cases}$

– quand $p = p_B$, par définition : $BC(p_B) = \alpha p_B = A_1 p_B^{\beta_N} \Longrightarrow A_1 = \alpha p_B^{1-\beta_N}$.

Nous obtenons le coût de faillite de l'entreprise :

$$BC(p) = \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}.$$

Nous en déduisons la valeur du projet quand l'entreprise s'est endettée :

$$V(p) = p + \tau \frac{C}{r}\left[1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}\right] - \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}, \tag{4.34}$$

qui dépend du coupon et du levier. Si $\alpha > 0$ ou si $\tau > 0$, alors elle croît avec r et la tendance $\bar{\mu}$, et quand le risque de l'activité σ diminue.

a.3) La dette

La valeur du projet est aussi égale à celle de la dette et des fonds propres (4.6). La valeur de la dette est solution de l'EDO (4.32) :

$$D(p) = A_0 + A_1 p^{\beta_N} + A_2 p^{\beta_P}.$$

La dette est perpétuelle et constante pendant toute la durée d'exploitation du projet. Quand l'entreprise fait faillite, les créanciers récupèrent la valeur de son capital nette du coût de faillite. Les conditions aux bornes sont les suivantes :

– quand $p \to \infty$, $D(p) \to \frac{C}{r} = A_0 + A_2 p^{\beta_P} \Longrightarrow \begin{cases} A_0 = \frac{C}{r}, \\ A_2 = 0. \end{cases}$

– quand $p = p_B$, la valeur de l'entreprise lors de la faillite est nette du coût de faillite :

$D(p_B) = (1-\alpha)p_B = \frac{C}{r} + A_1 p_B^{\beta_N} \Longrightarrow A_1 = \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right] p_B^{-\beta_N}$.

La valeur de la dette est égale à :

$$D(p) = \frac{C}{r} + \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right] \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}. \tag{4.35}$$

a.4) Les fonds propres

La valeur de la dette déduite de la valeur du projet donne celle des fonds propres :

$$E(p) = V(p) - D(p) = p - (1-\tau)\frac{C}{r} - \left[p_B - (1-\tau)\frac{C}{r}\right] \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}.$$

b) Détermination endogène de p_B : la dette non protégée

L'accroissement du risque de l'activité de l'entreprise σ augmente[71] la valeur des fonds propres $E(p)$, tout en abaissant celle de la dette $D(p)$. Les actionnaires ont intérêt à augmenter ce risque, au détriment des obligataires. La valeur de faillite p_B est endogène. Elle s'obtient par la condition de dérivabilité[72] ("*smooth-pasting condition*") à $p = p_B$:

$$\frac{dE}{dp} \mid_{p=p_B} = 0.$$

Nous avons vu au sous-paragraphe précédent (§ 1.3.2) que :

$\frac{dE}{dp} \mid_{p=p_B} = 1 + \beta_N \left[(1-\tau)\frac{C}{r}\frac{1}{p_B} - 1\right] = 0$

$$\Longrightarrow p_B = (1-\tau)\frac{C}{r}\left(\frac{\beta_N}{\beta_N - 1}\right). \tag{4.36}$$

Nous pouvons montrer que la valeur endogène du prix de revient p_B et la valeur du projet défaillant $V(p_B) = (1-\alpha)\, p_B$:

– sont proportionnelles au coupon C ;

– sont indépendantes du prix de revient courant p ;

[71] à la différence d'une dette avec clauses de protection, pour laquelle l'accroissement du risque de l'activité de l'entreprise σ diminue la valeur des fonds propres $E(p)$ et la valeur de la dette $D(p)$, fonctions concaves.

[72] Il est équivalent de considérer que p_B est le prix de faillite minimum qui maximise la valeur de l'entreprise ou qu'il minimise la valeur positive des fonds propres (qui rend compte de la responsabilité limitée des actionnaires).

– diminuent quand le taux de l'IS τ augmente ;

– p_B est indépendant du coût de faillite α, mais $V(p_B)$ diminue quand le coût de faillite α augmente ;

– diminuent quand le taux d'intérêt sans risque r augmente ;

– augmentent quand le risque σ diminue ;

– s'accroissent avec la tendance $\bar{\mu}$.

En paramétrant, toujours de la même façon, les expressions
$$\begin{cases} m = \frac{\left[\frac{(1-\tau)\beta_N}{r(\beta_N-1)}\right]^{-\beta_N}}{1-\beta_N}\,; \\ h = \left(1-\beta_N-\frac{\alpha(1-\tau)\beta_N}{\tau}\right) m > 0\,; \\ g = \left[1-\beta_N+(1-\alpha)(1-\tau)\beta_N\right] m > 0, \end{cases}$$
et en remplaçant la valeur de faillite par son expression (4.36), nous obtenons la valeur du projet :

$$V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}\right\}, \tag{4.37}$$

et la valeur de la dette :

$$D(p) = \frac{C}{r}\left\{1 - \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}. \tag{4.38}$$

Nous démontrons les effets des différents paramètres sur la valeur de la dette :

– l'augmentation du taux d'intérêt sans risque a deux effets opposés sur la valeur de la dette :

  * elle accroît le coût de financement de la dette et diminue $D(p)$;

  * elle accroît le gain fiscal et $D(p)$.

  Le premier effet l'emporte sur le second : l'augmentation du taux d'intérêt r abaisse la valeur de la dette $D(p)$, alors que c'est le contraire pour un levier optimal $L^* = \frac{D^*(p)}{V^*(p)}$;

– la valeur de la dette $D(p)$ augmente avec le coupon C, la tendance du prix de revient $\bar{\mu}$ et avec la baisse du risque de l'activité de l'entreprise σ.

Nous précisons ces effets en prenant en compte le risque de faillite :

– l'accroissement du coût de faillite α diminue $D(p)$;

– la hausse du taux d'IS τ abaisse le prix endogène de faillite p_B, ce qui implique la hausse de $D(p)$;

– si $(\alpha;\tau) > (0;0)$ et $p \to p_B$,

  * l'augmentation de $D(p)$ est entraînée par celle de la volatilité σ ou du taux d'intérêt r (le second effet l'emporte sur le premier au voisinage de la faillite) ;

  * la baisse de $D(p)$ est provoquée par l'accroissement du coupon C (il existe une valeur maximale de dette) ou par celle de la tendance du prix de revient $\bar{\mu}$.

Le coupon optimal, inférieur au coupon maximal[73] ($C^* < C_{\max}$), maximise la valeur du projet $V(p)$ (4.37) :

$$\frac{\partial V(p)}{\partial C} = \frac{\tau}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}\right\} + \frac{\tau}{r}\left\{\beta_N h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}\right\} = 0$$

$$\iff C^* = p\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta_N}}. \tag{4.39}$$

Nous évaluons le prix de faillite (4.36) pour la structure optimale de financement :

$$p_B^* = p^{\frac{(1-\tau)}{r}\left(\frac{\beta_N}{\beta_N - 1}\right)}\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta_N}} = p\left[(1-\beta_N) - \frac{\alpha(1-\tau)\beta_N}{\tau}\right]^{\frac{1}{\beta_N}}$$

$$\iff p_B^* = p\left(\frac{h}{m}\right)^{\frac{1}{\beta_N}}. \tag{4.40}$$

2.4.1.2 La structure optimale de financement - La décision optimale de financement nous donne la part optimale entre fonds propres et emprunt, c'est-à-dire le levier optimal.

La dette optimale (4.37) est déterminée de façon endogène par :

$$D^*(p) = \frac{C^*}{r}\left\{1 - \left(\frac{C^*}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}.$$

Nous remplaçons dans cette expression le prix de faillite et le coupon par leur valeur optimale (4.40) et (4.39) :

$$D^*(p) = p\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta_N}}\frac{1}{r}\left\{1 - \frac{1}{(1-\beta_N)}\frac{g}{h}\right\}.$$

Pour obtenir la valeur optimale des fonds propres ou le levier optimal, nous devons calculer la valeur optimale du projet (4.34) :

[73] $C_{\max} / \frac{\partial D(p)}{\partial C} = \frac{1}{r} - \frac{(1-\beta_N)}{r}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g = 0 \Longrightarrow C_{\max} = p\left[(1-\beta_N)\,g\right]^{\frac{1}{\beta_N}}$.
Si $C^* = p\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta_N}} < C_{\max} = p\left[(1-\beta_N)\,g\right]^{\frac{1}{\beta_N}}$
$\Longrightarrow h > g$, inégalité encore vérifiée car $\beta_N < 0$.

$$V^*(p) = p + \tau \frac{C^*}{r} \left\{ 1 - h \left(\frac{C^*}{p} \right)^{-\beta_N} \right\}$$

$$V^*(p) = p \left\{ 1 + \frac{\tau}{r} \left[(1-\beta_N)\, h \right]^{\frac{1}{\beta_N}} \frac{\beta_N}{\beta_N - 1} \right\}. \tag{4.41}$$

La valeur optimale des fonds propres devient :

$$E^*(p) = V^*(p) - D^*(p) = p \left\{ 1 - \frac{1}{r} \left[(1-\beta_N)\, h \right]^{\frac{1}{\beta_N}} \left[1 - \frac{1}{(1-\beta_N)} \left(\frac{g}{h} - \tau \beta_N \right) \right] \right\},$$

et le levier optimal est égal à :

$$L^* = \frac{D^*(p)}{V^*(p)} = \frac{(1-\beta_N)\, h - g}{r \left[(1-\beta_N)\, h \right]^{\frac{\beta_N - 1}{\beta_N}} - \tau \beta_N h}.$$

Il ne dépend pas du prix de revient courant p.

Nous trouvons des résultats conformes à ceux attendus :

- l'entreprise ayant une activité peu ou très risquée paie, à l'optimum, un coupon élevé et supérieur à celui d'une entreprise dont l'activité est de risque moyen ;
- à l'optimum, le levier d'une entreprise dont l'activité est plus risquée, est toujours inférieur à celui d'une entreprise moins risquée ;
- le levier optimal est inférieur à 100%, même quand le coût de faillite est nul. Ce résultat confirme celui de Brennan et Schwartz[1978].

Les résultats empiriques établis par Leland[1994] donnent une valeur au levier optimal :

- si l'activité de l'entreprise est peu ou moyennement risquée et si le coût de faillite est moyen, $L^* \in [75\%; 95\%]$;
- si le risque de l'activité et le coût de faillite sont élevés et
  - si le taux d'IS est de 35%, $L^* \in [50\%; 60\%]$;
  - si le taux d'IS est de 15%, $L^* \in [5\%; 25\%]$.

2.4.1.3 La décision optimale d'investissement - L'entreprise investit quand la valeur de son option d'investissement est égale à la valeur du projet (condition de continuité) :

$$V^*(p^*) = p^* - K + \frac{\tau}{r}C^* - \alpha p_B^*. \tag{4.42}$$

a) La règle d'investissement

L'expression de l'opportunité d'investissement financée de façon optimale $V^*(p^*)$ est aussi donnée en (4.41). Nous réécrivons (4.42) comme suit :

$$p^*\left\{1+\tfrac{\tau}{r}\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta_N}}\tfrac{\beta_N}{\beta_N-1}\right\} = p^*\left\{1+\tfrac{1}{r}\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta_N}}\left[\tau-\alpha\,(1-\tau)\left(\tfrac{\beta_N}{\beta_N-1}\right)\right]\right\} - K$$

$$\Longrightarrow p^* = \left\{\frac{(1-\tau)\,\beta_N}{\left(1-\beta_N-\frac{\alpha(1-\tau)\beta_N}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta_N}}\left[-\tau-\alpha\beta_N\,(1-\tau)\right]}\right\}K,$$

le prix de revient seuil de déclenchement de l'investissement qui est positif pour :

$$0 > \beta_N > -\frac{\tau}{\alpha\,(1-\tau)}.$$

La valeur du projet financée par l'emprunt dépend de la règle d'investissement :

$$V_t^* = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* \\ \qquad\qquad \text{avec } D^*(p_t) = 0\,; \\ p\left\{1+\tfrac{\tau}{r}\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\tfrac{\beta_N}{\beta_N-1}\right\} \text{ si } p_0 > p^* \\ \text{avec } D^*(p) = p\left[(1-\beta_N)\,h\right]^{\frac{1}{\beta}}\tfrac{1}{r}\left\{1-\tfrac{1}{(1-\beta_N)}\tfrac{g}{h}\right\}. \end{cases}$$

b) La prime d'option Δ

La valeur de la prime d'option est égale à la différence entre p^* et p_{VAN}^* :

$$\Delta = \frac{(1-\tau)\,\beta_N}{\left(1-\beta_N-\frac{\alpha(1-\tau)\beta_N}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta_N}}\left[-\tau-\alpha\beta_N\,(1-\tau)\right]} - \frac{1-\tau}{1-\alpha}.$$

Nous retrouvons les mêmes conclusions que dans le cas précédent : la valeur du multiple de la valeur d'attente, qui est celle de la flexibilité laissée à l'entreprise dans la programmation de son investissement et de son financement, peut être inférieure à l'unité.

Le prix seuil de déclenchement de l'investissement :

– augmente avec le coût de faillite ;

– diminue quand le taux d'IS augmente :

* si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2<0$;

* ou si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2>0$ et $0>\beta_N>-\frac{(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau}{(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2}$;

et augmente avec le taux d'IS :

* si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2>0$ et $\beta_N<-\frac{(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau}{(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2}<0$;

– diminue, comme la valeur de la flexibilité de l'entreprise, quand β_N s'accroît, i.e. quand le risque σ augmente et quand le taux d'intérêt sans risque r ou la tendance $\bar{\mu}$ diminuent.

Proposition (12). *L'entreprise en concurrence sur le pool investit au-delà d'un prix seuil p^* qui peut être inférieur, égal ou supérieur à celui déterminé dans le cas certain (défini en (4.14)).*

La prime d'option Δ peut être négative. L'entreprise investit dans un projet de VAN négative pour connaître, dès à présent, le taux d'imposition et le coût de cession de son actif et définir ainsi sa structure de financement.

Une prime négative prouve que l'opportunité d'investissement n'est pas totalement irréversible (cf. tableau (2.12) du chapitre 2). En effet, l'entreprise peut céder son actif à ses créanciers.

La prime Δ diminue quand la tendance du prix de revient $\bar{\mu}$ et le taux d'intérêt r diminuent. Elle baisse également pour une hausse du risque de l'activité de l'entreprise σ. Le seuil de déclenchement de l'investissement p^* se rapproche de celui déterminé dans le cas certain variation p^*_{VAN}.

2.4.2 Le coût marginal est donné par le cycle combiné au gaz

L'entreprise produit sur un marché dominé par la technologie des CCG. Le prix de revient p_t sur un tel marché a tendance à être fixé par la technologie de référence. Soit p_t la solution d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (3.35) :

$$dp=\eta(\bar{p}-p_t)dt+\sigma dz_t,$$

où $\bar{p}$ est la tendance à long terme, ou coût marginal de production de long terme, donnée par la filière de génération au gaz ;

$\eta>0$ est la vitesse de convergence (la force de rappel) du prix vers sa tendance de long terme. Nous pouvons l'interpréter comme la vitesse d'entrée dans la branche industrielle des CCG ;

z_t est un processus de Wiener standard.

2.4.2.1 Résolution de $V^*(p)$ au prix courant - Si $\sigma = 0$, nous retrouvons l'état stationnaire défini dans le cas certain (4.10). Un prix de revient totalement aléatoire, pour $p_t = \bar{p}$, modélise une concurrence entre technologies identiquement compétitives. Ce cas inclut celui d'une technologie productive unique, suite à l'éviction de la technologie nucléaire ou au gaz du segment.

Nous ne considérerons la maximisation de la valeur du projet (4.6) que dans le cas où $p_t < \bar{p}$. D'après (4.9) et l'hypothèse de séparabilité additive de la valeur, cette valeur maximale vérifie l'équation différentielle ordinaire :

$$rV^*(p_t)dt = E[dV^*] \Longleftrightarrow rf(p_t) + c = \frac{E[df]}{dt} = \frac{df}{dt},$$

pour $TB(p_t)$, $BC(p_t)$ et $D(p_t)$.

Cette EDO se récrit d'après le lemme d'Itô,

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 f_{pp} + \mu p f_p + rf + c = 0,$$

où les dérivées sont notées en indice. Comme nous l'avons vu au chapitre 3, cette équation se ramène à une équation de Kummer dont la solution est la série hypergéométrique convergente (pour $B - \beta > 0$, c'est-à-dire pour $|x| \leq 1 \Longleftrightarrow \left|\frac{2\eta}{\sigma^2}p\right| \leq 1 \Longrightarrow 0 \leq p \leq \bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$) :

$$F(\beta, B(\beta); x) = 1 + \frac{\beta}{B}x + \frac{\beta(\beta+1)}{B(B+1)}\frac{x^2}{2!} + \frac{\beta(\beta+1)(\beta+2)}{B(B+1)(B+2)}\frac{x^3}{3!} + ...$$

Dans l'exemple numérique le plus simple qui nous sert à trouver une solution analytique, nous posons $B \in \mathbb{N}^* : B = 3 \Longrightarrow \frac{2\eta\bar{p}}{\sigma^2} = 1 \Longrightarrow \bar{p} = \frac{\sigma^2}{2\eta}$ (borne supérieure, d'après la condition $0 \leq p_t \leq \frac{\sigma^2}{2\eta} = \bar{p}$).

Finalement nous obtenons la solution de l'EDO que nous avons cherché sous la forme $f(p) = A_0 + A_1 pF(1, 3; \frac{2\eta}{\sigma^2}p) \equiv A_0 + A_1 pF(p)$, en simplifiant l'écriture de la série hypergéométrique.

a) La valeur du projet $V(p)$

a.1) Le gain fiscal

La valeur du gain fiscal,

$$TB(p) = A_0 + A_1 pF(p),$$

doit vérifier les conditions aux bornes :

– quand $p = p_B$, $TB(p_B) = 0 = A_0 + A_1 p_B F(p_B)$;

– quand $p = \bar{p}$ ($p \leq \bar{p}$ et a fortiori $p_B \leq \bar{p}$)[74], $TB(\bar{p}) = \tau\frac{C}{r} = A_0 + A_1\bar{p}F(\bar{p})$.

Elles permettent d'évaluer les deux constantes A_0 et A_1 :

$$\begin{cases} A_1\left[\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)\right] = \tau\frac{C}{r} \Longrightarrow A_1 = \tau\frac{C}{r}\frac{1}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)} \\ A_0 = \tau\frac{C}{r}\left[1 - \frac{\bar{p}F(\bar{p})}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}\right] \end{cases}$$

$$\Longrightarrow TB(p) = \tau\frac{C}{r}\left[1 - \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}\right].$$

a.2) Le coût de faillite

La valeur du coût de faillite :

$$BC(p) = A_0 + A_1 pF(p),$$

est telle qu'aux bornes :

– $p = p_B$, $BC(p_B) = \alpha p_B = A_0 + A_1 p_B F(p_B)$;

– $p = \bar{p}$, $BC(\bar{p}) = \alpha p_B = A_0 + A_1\bar{p}F(\bar{p})$;

$$\Longrightarrow \begin{cases} A_1\left[\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)\right] = 0 \Longrightarrow A_1 = 0 \\ A_0 = \alpha p_B \end{cases}$$

$$\Longrightarrow TB(p) = \alpha p_B.$$

La valeur actuelle du projet est égale à :

$$V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left[1 - \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}\right] - \alpha p_B. \tag{4.43}$$

C'est aussi la somme de la valeur de la dette et de celle des fonds propres.

a.3) La dette

La dette vaut :

$$D(p) = A_0 + A_1 pF(p).$$

[74] Au prix $\bar{p}$ qui sert de borne supérieure du prix de revient, l'entreprise n'encourt pas de risque de faillite.

Sachant qu'aux bornes :

– quand $p = p_B$, $D(p_B) = (1-\alpha)\, p_B = A_0 + A_1 p_B F(p_B)$;

– quand $p = \bar{p}$, $D(\bar{p}) = \frac{C}{r} = A_0 + A_1 \bar{p} F(\bar{p})$;

$$\Longrightarrow \begin{cases} A_1 \left[\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)\right] = \frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B \Longrightarrow A_1 = \left(\frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B\right) \frac{1}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)} \\ A_0 = \frac{C}{r} - \left(\frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B\right) \frac{\bar{p}F(\bar{p})}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}, \end{cases}$$

la valeur de la dette est égale à :

$$D(p) = \frac{C}{r} - \left(\frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B\right) \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}. \tag{4.44}$$

a.4) Les fonds propres

Nous pouvons en déduire la valeur des fonds propres (cf. la relation (4.6)) :

$$E(p) = V(p) - D(p)$$

$$\Longrightarrow E(p) = p + \tau \frac{C}{r} \left[1 - \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}\right] - \alpha p_B - \left[\frac{C}{r} - \left(\frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B\right) \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}\right]$$

$$\Longrightarrow E(p) = p - \alpha p_B - (1-\tau)\frac{C}{r} + \left((1-\tau)\frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B\right) \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}.$$

b) Dette protégée : le prix de faillite p_B exogène

Nous allons admettre que l'entreprise ne peut s'endetter que dans les mêmes conditions que les entreprises produisant à partir des CCG. La dette contractée est une dette de court terme refinancée sans coût à l'infini, ce qui correspond aux caractéristiques moins capitalistiques et moins irréversibles des CCG, mais également à leurs délais de construction plus courts (même si nous supposons ici une réalisation instantanée de l'équipement). Le prix de revient de faillite p_B est exogène, i.e. que la dette est protégée :

$$\begin{cases} E(p_B) > 0 \\ \frac{\partial^2 E(p)}{\partial p^2} < 0. \end{cases}$$

La valeur des fonds propres est positive au moment de la faillite : le refinancement exige que la valeur actuelle nette du projet soit positive. La fonction $E(p)$ est concave[75] (condition du second ordre) parce que p_B est exogène. Leland [1994, p. 1237] a d'ailleurs noté que ce prix de faillite exogène est égal au prix de faillite endogène optimal si le coût de faillite est nul, $\alpha = 0$.

[75] $\frac{\partial E(p)}{\partial p} = 1 - \frac{(1-\tau)\frac{C}{r} - (1-\alpha)p_B}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)} \left(F(p) + pF_p(p)\right)$

$\Longrightarrow \frac{\partial^2 E(p)}{\partial p^2} = -\frac{(1-\tau)\frac{C}{r} - (1-\alpha)p_B}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)} \left(2F_p(p) + pF_{pp}(p)\right) < 0$

2.4.2.2 La structure optimale de financement -

a) Le coupon optimal

La valeur de la dette avec des clauses protectrices est déterminée au moment de l'investissement, puisque la valeur du principal est alors égale à la valeur de marché de la dette à l'instant où elle est émise : $p_B = D^*(p)$, $\forall p > p^*$

$$\Longrightarrow \frac{C}{r} - p_B - \left(\frac{C}{r} - (1-\alpha)\, p_B\right) \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)} = 0. \tag{4.45}$$

b) Le levier optimal

D'après les expressions (4.44) et (4.43) de la valeur de la dette et de celle du projet, le levier optimal à la date de l'investissement est égal à :

$$L^* = \frac{D^*(p^*)}{V^*(p^*)} = \frac{p_B}{p^* + \tau\frac{C}{r}\left(1 - \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - p^*F(p^*)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)}\right) - (\alpha+1)\, p_B}.$$

Nous allons comparer ce levier à celui obtenu pour une dette sans clause protectrice, le prix de revient évoluant toujours selon un processus de retour à la moyenne. Les conclusions de Leland[1994] ont été établies pour un mouvement brownien géométrique du prix. Par rapport à une dette sans clause restrictive, la dette avec des clauses protectrices :

- a un levier optimal bien inférieur ;
- a une valeur courante et une valeur maximale inférieure ;
- paie, au levier optimal, un taux d'intérêt inférieur. Mais ce taux est supérieur au taux d'intérêt sans risque si $\alpha > 0$, car la faillite est alors plus probable (hausse de p_B).

L'avantage de la dette non protégée sur celle protégée augmente :

- avec le taux d'IS τ ou le taux d'intérêt sans risque r ;
- quand le coût de faillite α diminue.

Cependant, si le coût de faillite est nul, $\alpha = 0$:

- la dette protégée est sans risque et paie le taux d'intérêt sans risque r ;
- la valeur de faillite optimale p_B^* est la même pour une dette protégée ou non ;
- de plus, quelle que soit la valeur du coupon C :

* le prix de revient de faillite p_B est supérieur pour une dette protégée que pour une dette non protégée, puisque $p_B = D^*(p) = \frac{C}{r} > p_B = r\,(1-\tau)\,C\frac{\beta_N}{\beta_N - 1}$, $\forall p > p^*$;
* le gain fiscal est égal à $TB(p) = \frac{\tau C}{r}\left(1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta}\right)$ (4.33), i.e. que la valeur de l'économie fiscale est inférieure dans le cas d'une dette protégée que dans celui d'une dette non protégée.

Nous avons envisagé que l'entreprise émet une dette de long terme sans clause protectrice, la dette de court terme n'étant retenue que pour une entreprise concurrencée par les CCG, dont les délais de mise en service sont réduits et qui s'endettent à plus court terme.

A risque d'activité constant, l'émission de dette non protégée domine (par les économies fiscales qu'elle implique) celle de dette protégée. La relation est inversée si l'entreprise peut augmenter[76] le risque de son activité. Quand la dette n'est pas protégée, tout accroissement du risque transfère de la valeur aux actionnaires, au détriment des obligataires qui anticipent cette hausse et demandent un taux d'intérêt supérieur. En revanche, si la dette est protégée, les actionnaires ne gagnent rien à augmenter le risque de l'entreprise. L'entreprise préfère alors une dette protégée, même si elle génère un gain fiscal inférieur.

2.4.2.3 La décision optimale d'investissement - Au moment de l'investissement, l'entreprise est indifférente entre conserver l'option et acheter le projet nucléaire, ce qui se traduit par la condition à la frontière suivante :

$$V^*(p^*) = p^* - K + \tau\frac{C}{r} - \alpha p_B$$

$\Longrightarrow p^* + \tau\frac{C}{r}\left(1 - \frac{\bar{p}F(\bar{p}) - p^*F(p^*)}{\bar{p}F(\bar{p}) - p_BF(p_B)}\right) - \alpha p_B = p^* - K + \tau\frac{C}{r} - \alpha p_B$, en remplaçant $V^*(p^*)$ par son expression (4.43)

[76] Les actionnaires contrôlent le choix de l'entreprise quant à sa structure de capital et au risque de son investissement. Mais les coûts d'agence sont moins importants que l'économie fiscale : une entreprise choisit

– un risque moyen supérieur, mais aussi un levier inférieur et une maturité de dette plus longue que ceux d'une entreprise qui peut choisir le niveau de risque de son activité. La différence entre les rendements des deux dettes augmente quand les problèmes d'agence s'amplifient ;

– un levier optimal supérieur à celui d'une entreprise sans coût d'agence.

(Leland H.E.[1998], Agency costs, risk management and capital structure, *The journal of finance* LIII n°4, 1213-1243, dans le prolongement du modèle de Leland[1994]).

$$\Longrightarrow \tau\frac{C}{r}\left(\frac{\bar{p}F(\bar{p})-p^*F(p^*)}{\bar{p}F(\bar{p})-p_BF(p_B)}\right)=K$$

$$\Longrightarrow p^*F(p^*)=\bar{p}F(\bar{p})-\frac{r}{\tau C}K\left(\bar{p}F(\bar{p})-p_BF(p_B)\right)=\left(1-\frac{r}{\tau C}K\right)\bar{p}F(\bar{p})+\frac{r}{\tau C}Kp_BF(p_B), \tag{4.46}$$

expression qui nous donne le prix de revient de déclenchement de l'investissement. Ce prix est positif pour $\frac{r}{\tau C}K<\frac{\bar{p}F(\bar{p})}{\bar{p}F(\bar{p})-p_BF(p_B)}$

$$\Longleftrightarrow C>\frac{rK}{\tau}\frac{\bar{p}F(\bar{p})-p_BF(p_B)}{\bar{p}F(\bar{p})}.$$

Le prix de revient de faillite, donné dans l'expression (4.45), peut se récrire pour le seuil de déclenchement de l'investissement :

$\frac{C}{r}-p_B^*-\left(\frac{C}{r}-(1-\alpha)\,p_B^*\right)\frac{r}{\tau C}K=0$

$\Longleftrightarrow \frac{C}{r}-\frac{K}{\tau}+\left[(1-\alpha)\,\frac{r}{\tau C}K-1\right]p_B^*=0$

$\Longleftrightarrow \frac{1}{\tau C}\left[\tau C-(1-\alpha)\,rK\right]p_B^*=\frac{\tau C-rK}{r\tau}$

$$\Longleftrightarrow p_B^*=\frac{C\left(\tau C-rK\right)}{r\left[(1-\alpha)\,rK-\tau C\right]}. \tag{4.47}$$

Ce prix de cession de l'actif est donné par les clauses restrictives de l'obligation[77]. Il détermine alors la valeur du coupon de la dette au prix optimal.

Dans un marché où les équipements productifs sont essentiellement des CCG, la valeur du projet nucléaire dépend de la dette protégée que contracte toute entreprise empruntant sur ce marché. Les conditions financières sont conditionnées par le financement de la filière au gaz. La valeur de l'équipement nucléaire est également fonction de la règle d'investissement :

$$V_t^*=\begin{cases}0 \text{ si } p_t \leq p^* : p^* \text{ vérifie (4.46)}\\ \qquad\qquad\qquad \text{avec } D^*(p_t)=0\,;\\ p_t-K+\tau\frac{C}{r}-\alpha p_B^* \text{ si } p_0>p^*\\ \text{avec } C:\ \frac{C}{r}-p_B^*-\left(\frac{C}{r}-(1-\alpha)\,p_B^*\right)\frac{\bar{p}F(\bar{p})-pF(p)}{\bar{p}F(\bar{p})-p_B^*F(p_B^*)}=0.\end{cases}$$

Nous pouvons établir en statique comparative (cf. annexe 4-d), l'influence des paramètres suivants sur le prix de revient seuil :

– le prix seuil p^* augmente avec le taux d'IS τ, le coût de faillite α et le coupon de la dette C ;

[77] Le prix de cession de l'actif est exogène : $p_B=p_B^*$.

– il diminue quand le taux d'intérêt sans risque r ou le capital initial K augmentent.

Proposition (13). *En concurrence sur un marché concurrentiel dominé par la technologie des CCG, l'entreprise investit à partir du seuil p^* défini en (4.46). Elle finance ce projet en contractant une dette qui comprend des clauses restrictives. Ces clauses sont établies sur le modèle du financement de la technologie de référence et imposent le prix de faillite. Elles déterminent ainsi la structure optimale de financement.*

Le prix seuil augmente avec le taux d'imposition, le coût de faillite et le coupon de la dette. Il diminue quand le taux d'intérêt sans risque ou le capital initial s'accroissent.

2.5 Conclusion et extensions du modèle

2.5.1 Conclusion

Dans un contexte de mutation institutionnelle qui introduit la concurrence dans le segment de la production, le prix de revient est incertain. La déréglementation offre la possibilité à l'entreprise de s'endetter pour financer son investissement. L'entreprise a l'initiative de la programmation de son investissement. Elle peut choisir d'investir dans un équipement nucléaire totalement irréversible ou d'attendre des informations supplémentaires sur les conditions futures de marché avant d'accepter le projet. Ces informations concernent également les conditions de financement.

Dans le chapitre 2, nous avons mis en exergue l'interaction entre les décisions d'investissement et les décisions de financement dans la théorie du compromis : la dette augmente la valeur du projet par rapport à celle qu'il acquiert en autofinancement, puisque les intérêts de la dette sont déductibles des impôts et que l'équipement en question peut être cédé. D'après la typologie des options réelles que nous avons retenue, l'option n'est plus une option d'attente mais une option composite. Nous avons démontré dans le chapitre 3 que le caractère irréversible de l'opportunité d'investissement n'est pas remis en cause par la déréglementation. L'entreprise autofinancée ou non attend avant d'investir que la valeur de son projet compense la valeur d'attente d'informations supplémentaires sur les conditions futures du marché.

Nous montrons dans cette section que l'introduction de la dette modifie la valeur du multiple de la valeur d'option[78] ϕ : elle n'est pas toujours supérieure ou égale à 1, valeur qui définit

[78] La valeur du multiple de la valeur d'option est définie par Dixit[1992] comme le rapport entre les deux seuils d'investissement marshallien M et de la théorie des options réelles H : $H = \phi M$ (cf. fig.(1.5) du chapitre 1).

une opportunité totalement irréversible. Un projet financé par emprunt de façon optimale est partiellement réversible.

Nous complétons ainsi le tableau (2.12) :

	Fonds propres ou dette institutionnelle	Dette optimale statique
Valeur de ϕ	$\phi(K;0,1) > 1$	$\phi(K;l_L,1) =?$
Capital	irréversible	partiellement réversible

La possibilité que la valeur du multiple de la valeur d'option soit inférieure à 1 révèle que le caractère réversible en partie de l'opportunité d'investissement financée par un emprunt optimal. L'emprunt implique l'existence d'une faillite, possibilité de cession de l'actif aux créanciers.

La prime d'option Δ se calcule comme la différence entre le prix seuil de déclenchement de l'investissement obtenu par la théorie des options réelles et celui déterminé par la VAN. Elle peut être négative : l'entreprise investit pour une valeur actuelle nette de son projet électronucléaire négative. Roberts et Weitzman[1981] ont interprété cette anticipation de l'entreprise comme le fait qu'elle cherche à détenir une information certaine dans le futur. Cette information concerne les caractéristiques de son financement : le taux d'imposition et le coût de cession de l'actif, deux imperfections du marché des capitaux qui s'imposent à l'entreprise. Cette information détermine son prix de faillite et la valeur de l'option de vente sur les fonds propres de l'entreprise. L'opportunité nucléaire est composée de deux options. L'option d'actif est exercée quand le projet est accepté et conduit l'entreprise à acheter une option de vente sur ses fonds propres par son endettement. Une fois l'option de vente évaluée, nous en déduisons la règle d'investissement. Nous prouvons dans ce chapitre que l'endettement peut conduire l'entreprise à anticiper sur le critère de la VAN.

2.5.2 Extensions : trois hypothèses remises en cause

Précisons que l'hypothèse d'une dette cible est justifiée par le fait que la flexibilité financière ne modifie pas la décision d'investissement. L'entreprise investit en univers neutre au risque, c'est-à-dire que les risques nucléaires et financiers sont couverts par le marché, par contrats, alliances ou partenariat. L'endettement n'est pas plafonné. Admettons qu'il existe un plafond limitant l'émission des obligations de cette entreprise. Le montant de la dette est alors déterminé de façon exogène et nous retrouvons le cas traité dans la section 4 du chapitre 3 : l'investissement

reste irréversible. Nous avons supposé également qu'il n'y a pas de coût d'agence ou d'asymétrie d'information entre les actionnaires et les créanciers. Si de tels coûts existent et peuvent être évalués, la théorie du compromis revisitée précise que la valeur maximale de l'entreprise est abaissée et qu'elle est obtenue pour un endettement optimal moindre. Ce résultat ne remet pas en question le signe de la prime d'option Δ : l'investissement est partiellement réversible et l'entreprise peut anticiper son entrée sur le marché par rapport à la règle de la valeur actuelle nette selon le taux de l'imposition ou le coût de cession de l'actif.

Ces extensions abordent les théories d'agence et d'information de l'endettement. Elles vont nous permettre d'introduire une dynamique de la dette. Par simplification, l'évolution du prix de revient qui constitue le flux de trésorerie du projet suit un mouvement brownien géométrique. Nous préciserons également la politique rigide de dividendes puisque nous avons supposé l'ouverture du capital d'EdF.

2.5.2.1 Le paiement des dividendes aux actionnaires - Nous avons jusqu'à présent posé l'hypothèse de Brennan et Schwartz[1978] qu'il n'y a pas de flux net de sortie de trésorerie, notamment parce que les dividendes sont financés par émission de nouvelles actions d'un montant égal à celui de toute distribution supplémentaire de dividende (hypothèse vérifiée sur un marché parfait des capitaux). Mais ces flux existent en marché imparfait des capitaux : ce sont les dividendes versés aux obligataires, et/ou les paiements d'intérêt après impôt, qui restent inférieurs au financement par fonds propres. Les entreprises adoptent une politique de dividende rigide. En définissant un pourcentage fixe cible de dividende sur les flux de trésorerie ("*target payout ratio*"), elles assurent la stabilité du dividende, ou au moins son évolution graduelle.

Si nous admettons que ces flux nets de sortie de trésorerie sont d'une valeur proportionnelle à la valeur de l'actif, l'évolution des flux de trésorerie (4.31) devient égale à :

$$\frac{dp}{p_t} = \left(\bar{\mu} - d\right) dt + \sigma dz$$

où d correspond aux dividendes payés aux obligataires, cette proportion dépendant du coupon de la dette C.

L'entreprise qui cherche à maximiser sa valeur (4.7), doit résoudre l'EDO (4.32) qui s'est modifiée :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 f_{pp} + \left(\bar{\mu} - d\right) p f_p + r f + c = 0,$$

avec toujours le lemme d'Itô, les hypothèses de séparabilité additive et d'indépendance au temps de la valeur, et les indices ne désignant plus que les dérivées.

La valeur de l'opportunité d'investissement reste exprimée par (4.34) :

$$V(p) = p + \tau \frac{C}{r}\left[1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}\right] - \alpha p_B \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N},$$

et celle de la dette par (4.35) :

$$D(p) = \frac{C}{r} + \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right]\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N},$$

où β_N intègre le taux de dividende : $\beta_N = \frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}-d}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}-d}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0$.

Si $d > 0$ (le flux de dividende peut être fixé par rapport au coupon, $d = (1-\tau)C + c$, c une constante), le levier optimal diminue. La baisse de la valeur du projet est supérieure en cas de dette non protégée que d'une dette protégée.

2.5.2.2 L'existence de problèmes d'agence potentiels - Nous avons vu qu'il y a deux façons différentes de fixer le prix de faillite cible, qui modifient la valeur de la dette et le niveau optimal du levier :

- soit endogène, en émettant une dette sans clause protectrice, dette de long terme ;
- soit exogène. La dette soumise à des clauses protectrices est une dette à court terme, qui est refinancée indéfiniment. Le refinancement nécessite que la valeur actuelle nette de l'entreprise soit positive. L'émission de cette dette protégée permet de résoudre les problèmes d'agence.

Ces coûts d'agence peuvent être tels que l'entreprise préfère l'autofinancement à toute émission nouvelle de dette ("*pecking order theory*"). Cette préférence a une incidence sur le taux d'endettement cible, qui est inférieur à celui obtenu en considérant les déductions fiscales et le coût de faillite. En effet, la théorie "*pecking order*" admet que le taux d'endettement effectif évolue dans le temps, augmentant en général en période d'expansion et diminuant en période de récession (évolution procyclique). La constitution des marges de manoeuvre financière peut non seulement écarter le taux d'endettement effectif du taux cible[79], mais abaisse également le taux d'endettement de long terme.

La maximisation de la valeur des fonds propres permet de prendre en considération les problèmes d'agence. Brennan et Schwartz[1984], Fischer, Heinkel et Zechner[1989], Mello et

[79] Mais le taux effectif tend à revenir au taux cible, selon un processus de retour à la moyenne.

Parsons[1992] ont montré que la maximisation des fonds propres de l'entreprise mènent à des décisions de production et de financement dynamiques différentes des politiques de premier rang de la maximisation de la valeur de l'entreprise.

En plus des coûts d'agence de la dette, il faut prendre en compte le coût d'agence des fonds propres. Pour déterminer le taux d'endettement cible en présence de ces coûts d'agence, nous allons nous servir de la théorie du compromis élargie par Jensen et Meckling[1976]. Cette théorie montre qu'une entreprise non endettée peut diminuer les coûts d'agence des fonds propres et augmenter ainsi sa valeur, en augmentant son taux d'endettement. Mais au fur et à mesure que l'endettement de l'entreprise s'accroît, les coûts d'agence de la dette augmentent et abaissent la valeur du projet. Nous sommes en présence de deux effets de sens opposé, dont nous devons déterminer le solde net. Quand l'entreprise commence à substituer la dette aux fonds propres, l'endettement est faible et les coûts d'agence des fonds propres sont supérieurs à ceux de la dette. Quand l'endettement augmente, les coûts d'agence de la dette vont devenir plus importants que ceux des fonds propres, et la valeur du projet diminue. Le taux d'endettement optimal n'est pas le taux maximum mais celui qui maximise la valeur du projet, compte tenu des gains fiscaux, du coût de faillite et des coûts d'agence[80].

2.5.2.3 Variation de la dette : rachat ou renégociation de la dette - Le taux d'endettement effectif fluctue autour du taux de rendement cible. Cette variation prend la forme, en l'absence de coût de transaction, d'une restructuration par ajustements continus du coupon de la dette C de façon à maximiser la valeur de l'entreprise quand le prix de revient varie. Le coupon[81] de la dette n'est plus statique dans le temps. Aucun rachat (ou émission) de dette n'étant souhaité par les actionnaires (ou les obligataires), son réajustement se fait par renégociation de la dette : il tient compte des coûts d'agence.

Ainsi les obligataires ne cherchent pas à accroître le coupon en augmentant la dette, même si cela augmentait aussi la valeur du projet et celle des fonds propres. En effet, l'émission d'une dette marginale dD augmente[82] le service actuel de la dette de dC. Cet incrément de la

[80] Mello et Parsons[1992], Leland[1998] ont estimé ces coûts d'agence.

[81] Malgré la variation de la dette, nous gardons l'hypothèse de dette infinie et donc d'un seul type de dette, car sinonl'hypothèse d'indépendance de la dette par rapport au temps ne tient pas.

[82] D'après (4.35), la dette vaut $D(p) = \frac{C}{r} + \left[(1-\alpha)p_B - \frac{C}{r}\right]\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}$

$\Longrightarrow \frac{\partial D}{\partial C} = \frac{1}{r}\left(1 - \left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N}\right) > 0$. Or $\left(\frac{p}{p_B}\right)^{\beta_N} < 1$, car $p > p_B$ (sinon l'entreprise fait faillite) et $\beta_N < 0$.

dette a pour valeur $dD = \frac{\partial D}{\partial C} dC$, que se partagent les créanciers présents (dans l'entreprise, par opposition aux nouveaux entrants) et nouveaux. Les nouveaux prêteurs détiennent une fraction $\frac{dC}{C}$ de la valeur de la dette $(D + dD)$, tandis que les prêteurs présents possèdent la valeur $\left(1 - \frac{dC}{C}\right)(D + dD) = D + dD - \frac{D}{C} dC = D + \left(\frac{\partial D}{\partial C} - \frac{D}{C}\right) dC$ (approximation[83] au premier ordre de la valeur de la dette, puisque $o\left(dC^2\right) \to 0$). Nous en déduisons la variation de la valeur de la dette, $\left(\frac{\partial D}{\partial C} - \frac{D}{C}\right) dC < 0$ ($dC > 0$ et la fonction de la dette $D(.)$ est concave[84] en C avec $C = 0 \Longrightarrow D = 0$). Les prêteurs présents ne sont pas incités à augmenter la dette pour accroître le coupon, car ils voient ainsi baisser la valeur de la part des obligations qu'ils possèdent.

De façon symétrique, les actionnaires présents ne sont pas incités à racheter la dette pour en diminuer le coupon. La baisse marginale du coupon $dC < 0$ crée un supplément de valeur des fonds propres de $dE = \frac{\partial E}{\partial C} dC$. Ce supplément de valeur comprend le coût du rachat de la dette, i.e. la baisse de sa valeur $-D\frac{dC}{C}$. Finalement les actionnaires présents détiennent la valeur des fonds propres et le supplément de valeur net du coût du rachat de la dette $E + dE + D\frac{dC}{C} = E + \left[\frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C}\right] dC$. Mais la variation de la valeur des fonds propres est négative quand il y a diminution du coupon de la dette : $\left(\frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C}\right) dC < 0$ quand $dC < 0$, puisque $\frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C} > 0$ (cf. annexe 4-e). Les investisseurs n'ont aucun intérêt à effectuer ce rachat marginal de dette, et sont même incités à bloquer cette procédure de refinancement.

La dette est assimilé à une externalité négative : toute diminution de sa valeur constitue pour l'entreprise un signal d'amélioration de sa qualité. De plus un rachat (ou une émission) de la dette résulte d'une renégociation de sa valeur entre obligataires et actionnaires. Ainsi la renégociation d'une dette non protégée est d'autant plus simple que le prix de revient est proche du prix de faillite ($p \to p_B$) et que le coupon de la dette est supérieur au maximum du coupon pour ce prix, $C > C_{\max}(p)$. Une baisse marginale du coupon à sa valeur optimale C^* augmente la valeur de la dette et celle des fonds propres. Il n'y a pas de paiement du coût du rachat de la dette aux obligataires, parce qu'alors $D^*(p, C^*) >> D(p, C)$, valeur de la dette quand la renégociation commence, et que le pouvoir de renégociation des actionnaires est bien supérieur à celui des obligataires.

[83] $\left(1 - \frac{dC}{C}\right)(D + dD) = D + dD - \frac{D}{C} dC - \frac{1}{C}\frac{\partial D}{\partial C} dC^2$.

[84] D'après son expression (4.38), la valeur de la dette est $D(p) = \frac{C}{r}\left\{1 - \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}$

$\Longrightarrow \frac{\partial D}{\partial C} = \frac{1}{r} - (1 - \beta_N)\, g \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}$

$\Longrightarrow \frac{\partial^2 D}{\partial C^2} = \beta_N (1 - \beta_N) \frac{g}{C} \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} < 0$ ($\beta_N < 0$).

Tableau récapitulatif : ($\bar{\mu}$ 6 0)

où $\beta = \dfrac{(\psi+r)\ln(1-\varphi) - \bar{\mu}W\left(\dfrac{\ln(1-\varphi)\psi e^{\frac{(\psi+r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}}{\bar{\mu}}\right)}{\bar{\mu}\ln(1-\varphi)} < 0$ et $\beta_N = \frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0$)

Mouvement du prix de revient $dp = \mu(t, p_t)dt + \sigma(t, p_t)dz_t$	Seuil d'investissement p^*	Valeur optimale de l'entreprise $V^*(p_t)$	Valeur optimale de la dette $D^*(p_t)$
Scénario 1 $dp = \bar{\mu}dt$	$p_0 > p^*_{VAN} = \frac{1-\tau}{1-\alpha}K$ p_0 6 K	$p_0 - \frac{\alpha}{\tau(1-\alpha)}K$ 0	$\frac{K}{\tau}$ 0
Scénario 2 $\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu}dt - dq$	$p_t > p^* = \left\{\frac{(1-\tau)\beta}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}[-\tau-\alpha\beta(1-\tau)]}\right\}K$ p_t 6 p^*	$p_t\left\{1 + \frac{\tau}{r}[(1-\beta)h]^{\frac{1}{\beta}}\frac{\beta}{\beta-1}\right\}$ 0	$\frac{p_t}{r}[(1-\beta)h]^{\frac{1}{\beta}}\left\{1 - \frac{1}{(1-\beta)}\frac{g}{h}\right\}$ 0
Scénario 3 $\frac{dp}{p_t} = \bar{\mu}dt + \sigma dz_t$	$p_t > p^* = \left\{\frac{(1-\tau)\beta_N}{\left(1-\beta_N-\frac{\alpha(1-\tau)\beta_N}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}[-\tau-\alpha\beta_N(1-\tau)]}\right\}K$ p_t 6 p^*	$p_t\left\{1 + \frac{\tau}{r}[(1-\beta_N)h]^{\frac{1}{\beta}}\frac{\beta_N}{\beta_N-1}\right\}$ 0	$\frac{p_t}{r}[(1-\beta_N)h]^{\frac{1}{\beta}}\left\{1 - \frac{1}{(1-\beta_N)}\frac{g}{h}\right\}$ 0
Scénario 4 $dp = \eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz_t$ avec p^*_B exogène	$p_t > p^* = \frac{\bar{p}F(\bar{p})}{F(p^*)} - \frac{r}{\tau C}K\frac{\bar{p}F(\bar{p}) - p_BF(p_B)}{F(p^*)}$ p_t 6 p^*	$p_t - K + \tau\frac{C}{r} - \alpha p_B$ 0	$C > \frac{rK}{\tau}\frac{\bar{p}F(\bar{p}) - p_BF(p_B)}{\bar{p}F(\bar{p})}$ 0

Conclusion Générale

L'objectif de notre travail a été de mesurer les effets de la déréglementation et de l'endettement sur la politique d'investissement de l'entreprise dans un équipement nucléaire marginal. Les deux aspects de cette question ont été traités par l'approche optionnelle qui caractérise en partie l'interaction entre les décisions d'investissement et celles de financement. Cette spécification se fait à partir du prix de revient dont l'évolution dépend de la structure industrielle réglementée et qui génère l'autofinancement du projet électronucléaire envisagé.

Pour ce faire, nous avons élaboré dans le chapitre 1 quatre scénarios de déréglementation qui schématisent le passage du segment de la production électrique du monopole à la concurrence. Ce sont des scénarios d'évolution du prix de revient, caractéristique de l'environnement incertain que nous avons retenue de préférence à la demande ou à la part de marché de l'entreprise. La construction de l'équipement nucléaire est autorisée par le régulateur qui gère le parc de production. En mettant en avant les principales caractéristiques de cet investissement, le fait qu'il soit capitalistique, sa standardisation et son irréversibilité, nous nous rendons compte que ce dernier critère est essentiel dans la décision de sa programmation. Nous avons rappelé que le principe de financement pour le nucléaire est le financement par projet. C'est pourquoi nous ne nous intéressons seulement qu'à l'équipement incrémental. Nous avons réduit l'entreprise à ce projet et nous parlons indifféremment de l'une ou de l'autre.

En incertitude, l'entreprise reste flexible en gardant la maîtrise de la programmation de son investissement. Ses décisions ne concernent que l'investissement incrémental du fait du principe de financement par société-projet. Elle préfère attendre des informations supplémentaires et n'investit que lorsque la valeur du projet compense cette valeur d'attente. La flexibilité de l'entreprise se mesure par référence à la valeur actuelle nette (VAN) du projet. En effet, la VAN se révèle ne pas être adaptée car si elle peut être ajustée au risque, elle ne prend pas en compte l'incertitude. Cette méthode peut être correcte si le taux d'intérêt reflète l'incertitude, comme c'est le cas par exemple du taux hypothécaire.

Dans le chapitre 2, nous avons montré que la théorie des options réelles (TOR) intègre cette flexibilité que nous évaluons en utilisant la méthode des équations différentielles partielles. Dans la TOR, une opportunité d'investissement est composée d'options d'expansion et d'options de flexibilité, qui sont respectivement des options d'achat et des options de vente. Les caractéristiques d'expansion/non expansion et de réversibilité/irréversibilité de l'opportunité d'investissement permettent d'obtenir la valeur de ces deux types d'options dont la somme nette met en exergue la valeur de la flexibilité de l'entreprise.

La détermination de cette flexibilité nous incite à nous concentrer sur le rapport entre les seuils d'investissement obtenus par la TOR et par la VAN défini comme la prime d'option. De façon équivalente, leur différence s'appelle la valeur du multiple de la valeur d'option. Un investissement nucléaire dont la construction a été autorisée par le régulateur présente la caractéristique d'être complètement irréversible. Cet équipement nucléaire a donc valeur d'option d'achat uniquement. La littérature détermine dans ce cas une valeur du multiple de la valeur d'option supérieure à 1, c'est-à-dire une prime d'option positive. En incertitude, il est optimal pour l'entreprise d'investir ultérieurement, c'est-à-dire quand elle aura bénéficié d'informations supplémentaires sur le futur : "[O]n en saura plus demain sur après-demain que ce que l'on en sait aujourd'hui", pour C. Henry.

Cette question est habituellement traitée en posant l'hypothèse de séparabilité des décisions d'investissement et de celles de financement de Modigliani et Miller[1958]. Or dans un environnement institutionnel en mutation, l'entreprise va avoir recours au marché pour s'endetter. Nous nous posons alors la question de l'impact de la structure de financement de l'entreprise entre fonds propres et emprunt sur sa décision d'investissement. Ce chapitre nous permet de trouver une unité méthodologique pour aborder les deux aspects de notre problématique, puisque la question du financement est elle aussi posée en termes d'options financières. L'entreprise qui s'endette achète une option de vente sur la valeur de ses fonds propres.

Nous avons exposé les trois théories de la littérature de la finance qui, mise à part la théorie de Modigliani et Miller[1958], montrent l'interaction entre les décisions d'investissement et celles de financement à partir d'imperfections du marché des capitaux. Parmi ces imperfections, nous trouvons l'asymétrie d'information, l'existence d'un impôt sur les sociétés et la possibilité que l'entreprise puisse faire l'objet d'une acquisition ou d'une fusion de la part de concurrents, i.e. de disparaître en tant que telle. Parce que nous avons fait le choix de ne pas analyser directement le problème en asymétrie d'information, nous avons continué à regrouper les deux théories de Modigliani et Miller[1958] et du "*pecking order*", que nous séparons de la théorie

du compromis. Nous expliquons cette dichotomie par le fait que la dette s'impose à l'entreprise dans le premier cas (même si les choix de structure optimale de financement sont différents entre les deux théories), alors qu'elle est déterminée par elle dans le second cas. Nous reprenons cette séparation dans les chapitres 3 et 4.

Dans le chapitre 3, nous posons en premier lieu notre problème. Au vu des traits principaux de l'équipement nucléaire, mis en évidence dans le chapitre 1, nous avons réduit la valeur courante de l'opportunité autofinancée à son flux de trésorerie courant, i.e. finalement au prix de revient courant. Nous avons adapté à ce problème la règle d'investissement retenue par la littérature, qui est établie pour un processus d'évolution du prix supposé suivre un mouvement brownien géométrique. Les termes du choix qui se posent à l'entreprise dans sa programmation sont soit d'investir dans le projet nucléaire, soit d'attendre. L'opportunité d'investissement est une option réelle d'attente. Le résultat obtenu dans la littérature montre que la valeur du multiple de la valeur d'option est supérieure à 1 et la prime de risque est positive, du fait du caractère complètement irréversible de l'investissement. Nous précisons que nous travaillons dans un environnement neutre au risque. Nous ne pouvons cependant calculer la prime de risque systématique, résiduelle aux risques nucléaires et financiers diversifiés par le marché, par des contrats, alliances ou par partenariat, que pour certaines évolutions du prix de revient. Jusqu'à présent notre intérêt s'était focalisé sur le seuil de déclenchement de l'investissement. Si nous prenons en compte la question du montant de l'investissement, nous nous rendons compte qu'il s'agit ici d'une problématique différente de la nôtre. Nous ne pouvons pas déduire la variation du montant de l'investissement d'un accroissement de l'incertitude et de l'irréversibilité, à moins de ne prendre en compte qu'un seul paramètre, la concurrence par exemple. Nous reprenons alors notre questionnement à propos de l'impact de la structure réglementaire sur la décision d'investissement à partir des quatre scénarios que nous avons construits au chapitre 1. Le scénario 1 envisage une réglementation de l'entreprise électrique monopolistique au coût du service sans ajustement du taux de rendement, ce que le scénario 2 examine au contraire. Le cadre de la concurrence sur le pool européen est abordé par le scénario 3. Il élargit dans le scénario 4 qui prend en compte un autre de ses aspects, l'existence d'une technologie dominante sur le marché concurrentiel, par exemple celle du cycle combiné au gaz. Le scénario 1 permet de déterminer la règle d'investissement de la VAN, alors que les autres scénarios qui se déroulent en incertitude ont recours à la TOR. Les résultats corroborent le fait qu'en incertitude, l'entreprise investit plus tardivement. Les deux cas du scénario 2, pour un ajustement de 0% ou de 100%

du taux de rendement du "*cost plus*", y font exception. L'entreprise anticipe sur la règle de la VAN pour investir : le premier cas se ramène au cas certain, alors que dans le second cas elle sait qu'elle ne fera plus de profit après l'intervention du régulateur. La prime de l'option est positive en général en incertitude que l'entreprise soit autofinancée ou endettée à hauteur d'un certain montant. Les deux théories de Modigliani et Miller[1958] et du "*pecking order*" nous permettent de considérer la décision de financement comme une décision exogène à l'entreprise et qui s'impose à elle. Dans ce cas, l'entreprise ne risque pas d'être acquise par des concurrents. En s'endettant, l'entreprise a acheté une option de passif au moment de son investissement, c'est-à-dire lors de l'exercice de l'option réelle. Cette option de passif supplémentaire ne modifie pas la valeur de l'entreprise endettée et l'entreprise conserve une option d'attente quant à son investissement. Seuls les seuils sont décalés plus tardivement et la valeur de la prime d'option est la même entre les scénarios que si l'entreprise était autofinancée.

Dans le chapitre 4, nous constatons que ce n'est pas toujours le cas. L'entreprise choisit toujours son financement au moment de son investissement. D'après la théorie du compromis, le choix de la structure de financement peut maximiser la valeur de l'entreprise endettée en présence de deux imperfections de marché : l'imposition sur les sociétés et le risque encouru par l'entreprise d'être absorbée par un concurrent. Ces deux aspects prennent d'ailleurs mieux en compte la mutation du secteur électrique. Nous nous sommes aperçus dans un premier temps que la flexibilité financière ne modifiait pas la décision d'investissement, la preuve ayant été faite pour un investissement partiellement réversible et confirmée pour l'équipement irréversible. La valeur de l'option de passif générée par l'endettement est nulle quand elle présente les caractéristiques de réversibilité complète et d'expansion totale. L'entreprise endettée déclenche son investissement à partir du même prix seuil que l'entreprise autofinancée. En revanche, la politique d'endettement de long terme de l'entreprise est décidée initialement et reste constante au cours de l'exploitation du projet nucléaire. Nous avons donc abordé, dans un second temps, la question de l'influence de l'endettement cible sur le seuil d'investissement de l'entreprise soulevée par notre problématique. En reprenant les quatre scénarios à la base de notre travail, nous avons généralisé les scénarios 2 et 3 dans le sens où l'évolution du prix de revient, dans le cadre d'une réglementation monopolistique au coût du service avec ajustement du taux de rendement et d'une réglementation du pool, suit une tendance log-linéaire. Nous avons vu dans le chapitre précédent que cette simplification ne modifiait pas le signe de la prime d'option, c'est-à-dire la valeur de la flexibilité de l'entreprise. Elle est suffisante pour mettre en évidence les conséquences

de la structure de financement de l'entreprise sur sa décision d'investissement. L'option réelle est une succession de deux options puisque l'entreprise achète une option de vente en s'endettant lors de l'exercice de son option d'actif, quand elle accepte le projet d'investissement. L'option de passif accroît la valeur de l'option réelle qui est définie comme une option composite. Pour trouver le seuil de déclenchement de l'investissement, nous avons déterminé le prix de cession de l'actif qui nous permet d'évaluer la valeur de l'option de vente des fonds propres que l'entreprise a acheté en s'endettant. Une fois la valeur de cette option de passif connue, nous obtenons la valeur de l'option d'actif c'est-à-dire le seuil d'investissement de l'entreprise dans un équipement nucléaire incrémental. Le scénario 1 nous permet de spécifier la règle de la VAN qui sert de référence dans la comparaison des autres seuils. L'entreprise peut anticiper son investissement sur la VAN selon la valeurs de paramètres de marché qui regroupent la tendance et la volatilité du prix de revient, ainsi que le taux d'imposition et le coût de cession de l'actif. Elle cherche par là à détenir les informations sur son financement et elle investit donc quand la VAN du projet est négative. La valeur du multiple de la valeur d'option peut être inférieur à 1 et la prime d'option peut être négative. L'investissement nucléaire envisagé n'est plus complètement irréversible, mais partiellement réversible du fait de son financement.

Nous pourrons, en extensions de ce travail, intégrer les divers aspects de la concurrence, notamment en prenant en compte ses conséquences en dynamique sur la valeur du capital initial, point que nous avons déjà abordé dans le chapitre 2. La concurrence peut réduire les opportunités d'investissement ou les rendre plus coûteuses, et à l'inverse le progrès technologique et le détournement de l'offre vers une technique alternative de production peut en diminuer la valeur. Plus généralement, nous pourrons envisager le choix technologique de l'entreprise qui entre dans un marché imparfaitement concurrentiel. Elle peut mener des stratégies de barrières à l'entrée du marché, en jouant sur le choix d'investissement entre une centrale nucléaire, équipement capitalistique et irréversible, et un CCG plus réversible, moins capitalistique et dont la production est flexible. Cet effet stratégique s'ajoute à la valeur de l'option réelle.

Un second aspect de la prise en compte de la concurrence consisterait à endogénéiser l'action réglementaire. En effet, en début de chaque période réglementaire, le régulateur fait le choix de la réglementation pour la période à venir. Ce choix discontinu s'exprime par exemple par la définition de l'ajustement du taux de rendement de la réglementation au coût du service. De plus, l'entreprise n'est pas myope par rapport à l'action du régulateur : elle l'anticipe et peut même tenter de l'influencer. Cela revient à poser le problème en termes d'asymétrie d'informa-

tion entre l'entreprise et le régulateur. Nous avons vu dans le chapitre 2 que cette asymétrie existe également entre les dirigeants, les actionnaires et les créanciers de l'entreprise puisque nous avons supposé l'ouverture du capital d'EdF. Elle modifie la détermination du financement ainsi que le choix du projet retenu.

Annexes

Annexe (1-a). *Le théorème de Sturm*

Soit une équation linéaire homogène du second ordre, équation de la forme :

$$P(y) = y'' + p(x)y' + q(x)y = 0. \tag{1-a-1}$$

Nous cherchons les racines des solutions des équations (1-a-1), c'est-à-dire les racines de l'équation $y(x) = 0$, où $y(x)$ est une solution particulière de l'équation (1-a-1), distincte de la solution triviale ($y(x) = 0$).

Notons que x varie et que les coefficients $p(x)$ et $q(x)$ sont continus. Si x_0 est racine d'une solution particulière $y(x)$ non triviale, alors nécessairement $y'(x_0) \neq 0$. Si x_0 est racine de deux solutions $y_1(x)$ et $y_2(x)$, alors le wronskien des solutions $\triangle(y_1, y_2) = y_1y_2' - y_1'y_2 = 0$ pour $x = x_0$, puisque les solutions y_1 et y_2 sont linéairement dépendantes. En effet, les solutions linéairement indépendantes n'ont pas de racine commune. Si les solutions sont linéairement dépendantes, i.e. si elles ne diffèrent que par un facteur constant, elles ont évidemment les mêmes racines.

Soit x_0 une racine d'une solution $y(x)$ non triviale. Le théorème 1 de Sturm démontre qu'il existe un voisinage de ce point $x_0 - \delta \leq x_0 \leq x_0 + \delta$ qui ne contient pas d'autre racine de $y(x)$. Donc sur chaque intervalle fermé et fini $a \leq x \leq b$, il ne peut exister qu'un nombre fini de racines de n'importe quelle solution $y(x)$.

Théorème (1 de Sturm). *Si x_0 et x_1 sont deux racines successives d'une solution $y(x)$ de l'équation (1-a-1), toute autre solution linéairement indépendante de $y(x)$ de la même équation (1-a-1) a exactement une racine comprise entre x_0 et x_1.*

Les racines de deux solutions linéairement indépendantes de l'équation (1-a-1) se succèdent les unes aux autres.

Définissons une solution non oscillante :

– si la solution $y(x)$ n'a pas plus d'une racine dans un intervalle I, elle n'oscille pas dans cet intervalle ;

– si le nombre de racines dans I n'est pas inférieur à deux, cette solution oscille dans I.

Théorème (2). *Si $r(x)$ est une fonction continue sur un intervalle fermé et fini $a \leq x \leq b$ et si $r(x) \leq 0$ sur cet intervalle, toutes les solutions de l'équation*

$$y'' + r(x)y = 0$$

n'oscillent pas dans cet intervalle.

Annexe (1-b). *La valeur de l'opportunité d'investissement*

Afin de mettre en évidence la divergence entre les deux critères de la VAN et de la TOR, Dixit[1992] a calculé la valeur totale de l'opportunité d'investissement dans les deux cas.

D'après le critère de la VAN, l'entreprise réalise le projet en avenir certain, si $R > M > 0$. Elle reçoit alors la VAN de l'investissement $V(R) = -K + \frac{R}{\rho}$.

D'après le critère de la TOR, nous considérons cette opportunité comme une option d'achat d'un projet, dont l'actif sous-jacent est le revenu R. L'avenir, i.e. le revenu futur, est incertain. Par hypothèse (essentiellement due au caractère pratique des calculs et qui garantit que tout revenu généré par un projet n'est pas négatif), le revenu suit un mouvement brownien géométrique[1] :

$$dR = \mu R dt + \sigma R dz,$$

où μ est la dérive constante du processus ;

σ est la volatilité constante du processus ;

z est un mouvement brownien standard. Les variables z et R dépendent du temps, même si leur écriture se trouve ici simplifiée.

Nous abordons le problème du choix d'investissement de l'entreprise dans un cadre particulier. En effet, l'entreprise cherche à maximiser la valeur de l'option d'investissement qu'elle

[1] "Nous supposons qu'à chaque période, R peut soit augmenter soit diminuer d'un pourcentage fixe. Les probabilités d'accroissement et de baisse n'ont pas besoin d'être égales, de sorte qu'il peut y avoir une tendance positive ou négative de R. En d'autres termes, R suit une marche aléatoire, dont les pas sont d'égales proportions, c'est-à-dire qu'ils forment une série géométrique" (Dixit[1992,p. 109]).

détient. Si elle décide de ne pas exercer cette option, cela signifie que la valeur du projet n'est pas maximale et non qu'elle est négative. En effet la probabilité que le projet soit retenu dans le futur étant positive et anticipée comme telle par l'entreprise, l'option a une valeur d'attente au moins égale à la VAN du projet positive dès à présent. Nous considérons donc toute option dont la VAN serait positive en cas d'exercice immédiat, ce qui revient à ne prendre en compte que les projets dont le revenu est tel que $R > M$ (seuil marshallien de déclenchement de l'investissement).

La valeur de l'option tient compte non seulement du paiement immédiat du projet s'il est retenu, mais aussi des conséquences pour les valeurs futures de l'option si elle est conservée. En effet, les nouvelles informations parviennent à l'entreprise qui attend pour investir, et créent un supplément espéré de valeur de l'option à l'instant suivant. L'entreprise reçoit le maximum de cette valeur si elle retient le projet d'investissement. Cette valeur est aussi égale à la VAN du projet si elle avait été exercée immédiatement (puisque l'investissement est optimal selon le critère de la VAN). Dans le cas contraire, l'option est conservée et non exercée.

L'entreprise retient la décision d'investissement qui maximise la valeur courante de l'option, et choisit entre les termes suivants : la valeur maximale de l'option ou la valeur nulle de la décision de ne pas accepter le projet, i.e.

$$V(R) = \max\left\{(1-\rho dt)V(R) + E[dV]; 0\right\}.$$

Nous allons chercher la valeur maximale de l'option qui incite l'entreprise à investir. Cette conceptualisation markovienne permet de résoudre le programme dynamique en continu et à horizon infini par rétroaction sur le principe de Bellman :

$$V(R) = \max\left\{(1-\rho dt)V(R) + E[dV]\right\}.$$

Or, la notion d'espérance rationnelle nous permet d'obtenir l'égalité suivante

$$E[dV] = dV = \rho V dt.$$

En appliquant le lemme d'Itô, cette condition du premier ordre se récrit sous la forme d'une équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman, i.e. une équation différentielle partielle (EDP) du second degré à coefficients constants :

$$dV = DVdt + \frac{\partial V}{\partial R}\sigma R dz = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \mu R\frac{\partial V}{\partial R} + \frac{1}{2}\sigma^2 R^2\frac{\partial V}{\partial R}\right]dt + \frac{\partial V}{\partial R}\sigma R dz.$$

Puisque $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ et $E[dV] = \rho V dt = \left[\mu R \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{1}{2}\sigma^2 R^2 \frac{\partial V^2}{\partial^2 R}\right] dt$, nous obtenons l'équation différentielle ordinaire (EDO) :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 R^2 V_{RR} + \mu R V_R - \rho V = 0,$$

dont la solution se cherche sous la forme : $V(R) = BR^\beta$.

Avec l'expression des dérivées suivantes :
$\begin{cases} V_{RR} = B\beta(\beta-1)R^{\beta-2}\,; \\ V_R = B\beta R^{\beta-1}\,; \end{cases}$
l'EDO s'écrit : $\left[\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1) + \mu\beta - \rho\right] BR^\beta = 0$.

En écartant les solutions triviales $(B, R) = (0, 0)$, nous simplifions cette EDO pour obtenir une équation du second degré en β, dont nous déduisons les deux solutions :

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\beta - \rho = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \beta_N = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma^2}} < 0\,; \\ \beta_P = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma^2}} > 1, \end{cases}$$

pour $\mu < \rho$, condition de McDonald et Siegel[1986] pour une valeur finie de l'opportunité $V(R)$: $V(R) = \max E\left[\left(e^{\mu t}R - K\right)e^{-\rho t}\right]$ et $\lim_{t\to\infty} E\left[e^{(\mu-\rho)t}R\right] = 0$.

La solution générale est obtenue comme la somme des deux solutions particulières :

$$V(R) = B_1 R^{\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma^2}}} + B_2 R^{\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma^2}}}.$$

La solution intérieure triviale $V(0) = 0$ (l'option ne vaut rien si le projet ne réalise aucun revenu) permet de déterminer en limite $B_1 = 0$, d'où

$$V(R) = BR^\beta,$$

où $B \equiv B_2\,;$
$\beta \equiv \beta_P$.

Le choix de l'entreprise se fait entre la valeur optimale de l'option et sa valeur d'attente :

$$V(R) = \max\left\{BR^\beta; 0\right\}.$$

Si l'entreprise retient le projet d'investissement, elle exerce l'option et reçoit la valeur de l'option au moins égale à sa VAN : $BR^\beta > -K + \frac{R}{\rho}$. D'après la TOR, l'exercice de l'option n'est possible que si le revenu est au-delà du seuil $R > H$.

H est obtenu par la condition de continuité,

$$BH^{\beta} = -K + \frac{H}{\rho},$$

et la condition de collage,

$$B\beta H^{\beta-1} = \frac{1}{\rho}.$$

En revanche, si $R \leq H$, l'entreprise n'investit pas et elle conserve l'option qui n'est pas exercée : la valeur du projet est nulle.

Annexe (2-a). *Les définitions des principaux processus*

Une structure d'information $\mathcal{I}$

Par définition, nous posons $(\Omega, \mathcal{A}, \pi)$ un espace probabilisé,
$X = \{X_t, t \in \mathbb{R}_+\}$ et $z = \{z_t, t \in \mathbb{R}_+\}$ deux processus à valeurs dans $\mathbb{R}$, espace d'état.
Soit $(\mathcal{I}_t, t \in \mathbb{R}_+)$ la filtration associée aux processus.

L'information à la date t est supposée de façon implicite être limitée aux valeurs observées du processus. Mais elle peut être plus étendue. La filtration formalise l'évolution de l'information au cours du temps.

Pour tout instant $t \in \mathbb{R}_+$, $\mathcal{I}_t$ est la tribu qui représente l'information accessible à l'investisseur privilégié en t. Soit $\mathcal{E}_t$ l'ensemble des états possibles tel que l'état de la nature réalisé en t noté e_t est précédé d'un état unique e_{t-dt}, $e_t > e_{t-dt}$. $\mathcal{I}_t$ est une partition de $\mathcal{E}_t$, de sorte que l'investisseur sait à cette date t à quel élément de $\mathcal{I}_t$ l'état réalisé e_t appartient. Si $\mathcal{I}_t$ est composé de singletons, l'information est totale et elle est nulle quand $\mathcal{I}_t \equiv \mathcal{E}_t$. Par hypothèse l'information ne s'oublie pas. Alors une filtration est une structure d'information $\mathcal{I}$ qui correspond à la suite croissante des tribus engendrées. Si, à la date t, l'investisseur ne peut pas différencier e_t de e'_t, alors il ne le pouvait pas non plus pour e_{t-1} et e'_{t-dt} en $(t - dt)$. Ainsi :

$$\mathcal{I}_{t-dt} \subset \mathcal{I}_t.$$

La notion de processus X_t $\mathcal{I}$-adapté (ou de façon équivalente $\mathcal{I}$-mesurable) traduit le fait que X_t est mesurable par rapport à $\mathcal{I}_t$, $\forall t$. Les stratégies adoptées à l'instant t par l'agent économique ne dépendent donc que de l'information disponible en t.

Une marche aléatoire

Une variable aléatoire $\widetilde{X}_t$ suit une marche aléatoire si :

$$X_{t+dt} = X_t + \varepsilon_{t+1} \text{ sachant que } \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0,1).$$

Il s'agit d'une accumulation d'évènements indépendants.
Alors $\forall \tau > 0,\ Var[\widetilde{X}_\tau / \mathcal{I}_t] = \tau$.

Un processus de Markov

Un processus est markovien si toute l'information disponible à la date t, $\mathcal{I}_t$, sur les réalisations futures du processus est contenue dans la réalisation X_t du processus. $\mathcal{I}_t = \{X_t\}$: le futur ne dépend du passé que par la dernière réalisation X_t.

La propriété d'un processus de Markov est que $\forall t_1 < t_2,\ \widetilde{X}_{t_2}/\mathcal{I}_{t_1} \equiv \widetilde{X}_{t_2}/\widetilde{X}_{t_1}$.

Un processus indépendant et une marche aléatoire sont des processus de Markov.

Une martingale

Un processus $\widetilde{X}_t$ suit une martingale si et seulement si $\forall t_1 < t_2,\ E[\widetilde{X}_{t_2}/\mathcal{I}_{t_1}] = X_{t_1}$.

La meilleure estimation en terme d'espérance de la variable est la valeur observée.

Un processus de Wiener (Brown R.[1827], Einstein A.[1905] et Wiener N.[1923])

$\widetilde{z}_t$ est un mouvement brownien ou processus de Wiener standard (unidimensionnel) si :

- $\Pr[\widetilde{z}_t = 0] = 1$. L'origine est la position initiale ;
- $\forall 0 \leq t_1 \leq t_2 < +\infty,\ \widetilde{z}_{t_2} - \widetilde{z}_{t_1} \equiv \mathcal{N}(0, \sqrt{t_2 - t_1})$. Ainsi l'espérance de la variation, la variation attendue, est nulle. L'incertitude relative à la valeur future du processus est représentée par la variance de la variation, telle que "les variations du processus sur n'importe quel intervalle de temps sont distribuées selon une normale avec une variance qui croît linéairement avec l'intervalle de temps" (Chaton[1997, p. 158]). La variance égale à l'unité définit le mouvement brownien standard ;
- les accroissements de $\widetilde{z}_t$ sont indépendants.

Ceci implique quatre propriétés :

- $\widetilde{z_t}$ est un processus de Markov continu ;
- $\widetilde{z_t}$ est une martingale ;
- $E[z_t^2] = t \Longrightarrow E[dz^2] = dt$;
- si les accroissements sont indépendants, les processus sont dépendants : $\forall t_1 < t_2$, $E[\widetilde{z_{t_1}}\widetilde{z_{t_2}}] \equiv t_1$.

Un processus de diffusion

Un processus de diffusion est la solution X_t d'une équation différentielle stochastique (EDS) :

$$dX = \mu(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dz,$$

où z_t suit un processus de Wiener, $\mu(t, X_t)$ et $\sigma(t, X_t)$ sont deux fonctions connues. $\mu(t, X_t)$ est la dérive et $\sigma(t, X_t)$ est la volatilité du processus.

Ce processus est encore appelé processus d'Itô.

* La variable aléatoire suit un mouvement brownien

Le mouvement brownien ou processus de Wiener est un cas particulier du processus d'Itô où la dérive $\mu(t, X_t) = \mu$ et la volatilité du processus $\sigma(t, X_t) = \sigma$. Alors X_t est la solution de l'EDS :

$$dX = \mu dt + \sigma dz,$$

où z_t est un processus de Wiener standard.

X_t suit un mouvement brownien géométrique si X_t est la solution de l'EDS :

$$dX = \mu X_t dt + \sigma X_t dz.$$

Ce processus est la limite en continu de la marche aléatoire discrète.

* Un processus de retour à la moyenne

Présenté dans sa version la plus simple, un processus de retour à la moyenne ("*mean-reverting process*") est un processus de Ornstein-Uhlenbeck. X_t est la solution de l'EDS :

$$dX = \eta(\bar{X} - X_t)dt + \sigma dz,$$

où $\bar{X}$ est le niveau normal de la variable X_t et z_t est un processus de Wiener standard.

Ce processus est la version en temps continu d'un processus autorégressif d'ordre 1 en temps discret.

* Un processus de Poisson ("*jump process, Poisson process*")

Les processus de diffusion sont en général supposés continus. Or il est souvent plus réaliste de modéliser une variable économique comme un processus qui subit des chocs, "*jumps*", rares mais discrets. Dixit et Pindyck[1994, p. 85] ont donné comme exemple la baisse du prix du bien final suite à l'entrée d'un nouveau concurrent sur le marché oligopolistique[2].

Un processus de Poisson est un processus soumis à des chocs d'amplitude fixe ou aléatoire dont la probabilité d'occurrence suit une distribution de Poisson. Ces chocs caractérisent des évènements. Si λ est le taux moyen d'occurrence d'un évènement pendant l'intervalle de temps infinitésimal dt, alors λdt est la probabilité d'occurrence d'un évènement. La probabilité qu'un évènement ne se produise pas est donnée par la probabilité complémentaire $(1 - \lambda dt)$.

Le processus de diffusion X_t est la solution de l'équation différentielle de Poisson[3] :

$$dX = f(t, X_t)dt + g(t, X_t)dq,$$

où q est un processus de Poisson[4] tel que :

- $dq = \begin{cases} 0 \text{ avec une probabilité d'occurrence } (1 - \lambda dt), \\ u \text{ avec une probabilité d'occurrence } \lambda dt\,; \end{cases}$
- l'évènement est un choc d'amplitude u qui peut elle-même être une variable aléatoire ;

$f(t, X_t)$ et $g(t, X_t)$ sont deux fonctions certaines connues.

[2] "Un exemple pourrait être l'entrée d'un nouveau concurrent dans un marché avec un petit nombre d'entreprises, de sorte que le prix baisse soudainement" (Dixit et Pindyck[1994, p. 85]).

[3] par analogie au processus d'Itô : $dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dz_t$

[4] par analogie au processus de Wiener dz_t

Le lemme d'Itô

* Soit X_t la solution de l'EDS :

$$dX = \mu(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dz,$$

où z_t suit un processus de Wiener et $\mu(t, X_t)$ et $\sigma(t, X_t)$ sont des processus $\mathcal{I}_t$-mesurables continus.

Soit f une application, $f \in C^2$ et $f : \mathsf{R}_+ \times \mathsf{R} \to \mathsf{R}$. Alors $Y_t = f(t, X_t)$ est un processus de diffusion stochastique.

dY est obtenue par la formule de Taylor et par le fait que comme z_t suit un processus de Wiener alors $dz = dt$ et $dtdz = 0$.

$$dY = \left[\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial X_t}\mu(t, X_t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X_t^2}\sigma^2(t, X_t)\right]dt + \frac{\partial f}{\partial X_t}\sigma(t, X_t)dz,$$

expression dans laquelle $Df = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial X_t}\mu(t, X_t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X_t^2}\sigma^2(t, X_t)$ est le dynkin du processus.

* Soit X_t la solution de l'équation différentielle de Poisson :

$$dX = f(t, X_t)dt + g(t, X_t)dq,$$

où q suit un processus de Poisson tel que :

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec une probabilité d'occurrence } (1 - \lambda dt), \\ u \text{ avec une probabilité d'occurrence } \lambda dt\,; \end{cases}$$

$f(t, X_t)$ et $g(t, X_t)$ sont deux fonctions certaines connues.

Soit H une application telle que H est une fonction différentiable en t et en X_t. Alors $Y_t = H(t, X_t)$ est un processus de diffusion qui est solution de l'équation[5]

$$dY = dH = \frac{\partial H}{\partial t}dt + \frac{\partial H}{\partial X_t}dX_t = \frac{\partial H}{\partial t}dt + \frac{\partial H}{\partial X_t}\left[f(t, X_t)dt + g(t, X_t)dq\right].$$

[5] A la différence du processus d'Itô, dX_t ne dépend pas de dt et donc les termes du premier ordre tendent plus rapidement vers 0 que dt.

L'espérance de ce processus de Poisson est donnée par :

$$E[dH] = \left[\frac{\partial H}{\partial t} + f(t, X_t)\frac{\partial H}{\partial X_t}\right] dt + E[\frac{\partial H}{\partial X_t} g(t, X_t) dq].$$

La probabilité d'occurrence d'un évènement pendant un intervalle de temps dt est λdt. Si un évènement de Poisson survient, la variable X_t varie d'une amplitude aléatoire $ug(t, X_t)$ et entraîne la variation de $H(t, X_t)$.

Donc $E\left[\frac{\partial H}{\partial X_t} g(t, X_t) dq\right] = E[\lambda \{H(t, X_t + ug(t, X_t)) - H(t, X_t)\}]dt$, amplitude moyenne d'un évènement sur un intervalle de temps dt.

Ainsi[6] $E[dH] = \left[\frac{\partial H}{\partial t} + f(t, X_t)\frac{\partial H}{\partial X_t}\right] dt + E[\lambda \{H(t, X_t + ug(t, X_t)) - H(t, X_t)\}]dt$.

* Soit X_t un processus qui combine un processus d'Itô et un processus de Poisson :

$$dX = \mu(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dz + g(t, X_t)dq,$$

où z_t suit un processus de Wiener, $\mu(t, X_t)$, $\sigma(t, X_t)$ et $g(t, X_t)$ sont des processus $\mathcal{I}_t$-mesurables continus et où q suit un processus de Poisson tel que :

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec une probabilité d'occurrence } (1 - \lambda dt)\,; \\ u \text{ avec une probabilité d'occurrence } \lambda dt, \end{cases}$$

Soit H une application telle que H est une fonction différentiable en t et en X_t. Alors $Y_t = H(t, X_t)$ est un processus de diffusion qui est solution de l'équation :

$$dY_t = dH = \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \mu(t, X_t)\frac{\partial H}{\partial X_t} + \frac{1}{2}\sigma^2(t, X_t)\frac{\partial^2 H}{\partial X_t^2}\right] dt + \frac{\partial H}{\partial X_t}\sigma(t, X_t)dz_t + \frac{\partial H}{\partial X_t} g(t, X_t)dq.$$

L'espérance de ce processus combiné est donnée par :

$$E[dH] = \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \mu(t, X_t)\frac{\partial H}{\partial X_t} + \frac{1}{2}\sigma^2(t, X_t)\frac{\partial^2 H}{\partial X_t^2}\right] dt + E\left[\lambda \{H(t, X_t + ug(t, X_t)) - H(t, X_t)\}\right] dt.$$

[6] par analogie au lemme d'Itô

Dixit et Pindyck[1994, p. 86] ont donné les conditions d'application : "[N]otons que la dérivée du second ordre n'est pertinente que pour la variance de la partie continue du processus. La partie de saut contribue au dernier terme de droite, impliquant une différence dans les valeurs de H à des points différents discrétisés".

* Soit X_t la solution d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck :

$$dX = \eta(\bar{X} - X_t)dt + \sigma(t, X_t)dz,$$

où $\bar{X}$ est la tendance à long terme et η est la vitesse de convergence ou la force de rappel.

Lund[1991][7] a démontré que les prix X_t des ressources non renouvelables suivent des processus Ornstein-Uhlenbeck.

`I` Si $\sigma = 0$, alors $\frac{dX_t}{dt} = \eta(\bar{X} - X_t) \Longrightarrow \frac{dX_t}{dt} + \eta X_t = \eta\bar{X}$. Si nous simplifions les notations en portant en indice la variable qui sert à dériver, l'équation s'écrit :

$$X_t + \eta X = \eta\bar{X}.$$

La solution générale de l'équation homogène $X_t + \eta X = 0$ s'obtient par intégration :

$$\int_0^t \frac{X_t}{X}dv = \int_0^t \eta dv \Longrightarrow X_t = X_0 e^c e^{-\eta t} = Ce^{-\eta t}.$$

Nous recherchons une solution particulière de l'équation complète à l'aide de la méthode de variation des constantes. Ainsi à présent $X_t = C(t)e^{-\eta t}$. Nous remplaçons la valeur que nous venons de trouver pour X_t dans l'équation complète :

$[-\eta C(t)e^{-\eta t} + C_t(t)e^{-\eta t}] + \eta C(t)e^{-\eta t} = \eta\bar{X} \Longrightarrow C_t(t) = \eta\bar{X}e^{\eta t} \Longrightarrow C(t) = \bar{X}e^{\eta t}$.

La solution générale de l'équation complète s'obtient :

$X_t = X_0 e^c e^{-\eta t} + C(t)e^{-\eta t} = X_0 e^c e^{-\eta t} + \bar{X}e^{\eta t}e^{-\eta t} = X_0 Ce^{-\eta t} + \bar{X}$.

Comme à l'instant $t = 0$, $X_t = X_0 = X_0 C + \bar{X}$, alors $C = \frac{X_0 - \bar{X}}{X_0}$. D'où

$$X_t = (X_0 - \bar{X})e^{-\eta t} + \bar{X}.$$

`I` Si $\sigma \neq 0$, alors nous posons le changement de variable suivant :

$$Y_t = f(t, X_t) = e^{\eta t}(\bar{X} - X_t).$$

[7] Cf. Dixit et Pindyck[1994]

Si nous appliquons le développement de Taylor au second ordre pour les variables aléatoires[8],

$dY_t = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial X_t}dX_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X_t^2}(dX_t)^2$

$\Longrightarrow dY_t = [\eta e^{\eta t}(\bar{X} - X_t)]dt - e^{\eta t}dX_t + 0$

$\Longrightarrow dY_t = [\eta e^{\eta t}(\bar{X} - X_t)]dt - e^{\eta t}[\eta(\bar{X} - X_t)dt + \sigma(t, X_t)dz_t]$

$\Longrightarrow dY_t = -e^{\eta t}\sigma(t, X_t)dz_t,$

d'où $Y_t - Y_0 = -\int_0^t e^{\eta v}\sigma(v, X_v)dz_v$.

Puisque $X_t = \bar{X} - e^{-\eta t}Y_t$, alors $X_t = \bar{X} - e^{-\eta t}[Y_0 - \int_0^t e^{\eta v}\sigma(v, X_v)dz_v]$.

Finalement

$$X_t = \bar{X} - e^{-\eta t}Y_0 + \int_0^t e^{-\eta(t-v)}\sigma(v, X_v)dz_v.$$

Les constantes se trouvent par les valeurs prises à l'instant $t = 0$, c'est-à-dire $X_0 = \bar{X} - Y_0$ et donc $X_t = \bar{X} - e^{-\eta t}(\bar{X} - X_0) + \int_0^t e^{-\eta(t-v)}\sigma(v, X_v)dz_v$.

Et si σ est une constante,

$$X_t = \bar{X} - e^{-\eta t}(\bar{X} - X_0) + \sigma\int_0^t e^{-\eta(t-v)}dz_v.$$

Ainsi X_t est une variable aléatoire qui suit une loi normale[9] dont nous allons calculer l'espérance et la variance.

Puisque $E[dz_t] = 0$, l'espérance est telle que $E[X_t] = \bar{X} - (X_0 - \bar{X})e^{-\eta t}$.

La variance est donnée par $Var[X_t] = Var\left[\sigma\int_0^t e^{-\eta(t-v)}dz_v\right] = \sigma^2\int_0^t e^{-2\eta(t-v)}dv$, puisque $Var[dz_t] = dt$. Donc $Var[X_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})$.

Annexe (2-b). *La valeur en incertitude de l'entreprise flexible : les choix de continuation et d'arrêt*

L'entreprise est face à un choix binaire à tout instant t : continuer d'investir dans un équipement marginal pour produire, ou arrêter définitivement la production et de revendre son capital. Si elle décide d'investir à la date courante, elle reçoit le profit courant d'exploitation et le supplément de valeur, qui résulte de l'investissement courant. Sa valeur courante (à l'instant t) égale à la somme du flux de trésorerie supplémentaire généré par l'investissement $\pi(t, p_t)dt$, de la valeur courante qui se déprécie $(1 - \rho dt)V(t, p_t)$, où ρ est le taux d'actualisation, et du

[8] par analogie avec le lemme d'Itô.

[9] Si X_t peut s'écrire $X_t = \int_0^t \theta_u dz_u$ où θ_u est une fonction déterministe et si $E[X_t] = 0$ et $Var[X_t] = \int_0^t \theta_u^2 du$, alors X_t est gaussienne.

supplément de valeur attendue dans le futur $E\left[V(t+dt, p_t+dp)/t, p_t\right]$. Si elle décide de sortir de la branche industrielle, elle reçoit le paiement supplémentaire terminal $\Omega(t, p_t)dt$. L'entreprise rationnelle cherche à maximiser sa valeur courante. Elle retient la décision qui maximise cette valeur :

$$V(t, p_t) =$$
$$\max_{p_t} \left\{\pi(t, p_t)dt + (1-\rho dt)V(t, p_t) + E\left[V(t+dt, p_t+dp)/t, p_t\right], \Omega(t, p_t)dt\right\}.$$

Ce programme dynamique univarié[10] se récrit comme une équation d'Hamilton-Bellman-Jacobi, en temps continu et pour un horizon infini[11]. Si les valeurs ne dépendent que du prix de revient (dont nous ne faisons plus apparaître l'indice temporel t), l'équation se simplifie :

$$V(p) = \max\left\{\pi(p)dt + (1-\rho dt)V(p) + E[dV], \Omega(p)dt\right\}. \qquad \text{(2-b-1)}$$

Or, le prix de revient est incertain, et son évolution suit un mouvement brownien géométrique :

$$dp = \mu p dt + \sigma p dz,$$

où dz est un processus de Wiener standard.

A tout instant t, il existe une région optimale de continuation ("*continuation region*") et une région optimale d'arrêt ("*stopping region*"). La frontière qui délimite ces deux régions est donnée par un prix de revient seuil constant : $p_t = p^*, \forall t$. Si $p_t > p^*$, alors la région optimale est la région de continuation. Si $p_t < p^*$, la région d'arrêt est alors optimale[12].

Les valeurs critiques p^* pour les différents paramètres, notamment de capital investi, forment une courbe seuil optimale ("*optimal threshold curve, free boundary*") qui sépare ces deux régions. Cette courbe est endogène au problème de programmation dynamique ("*free-boundary problem*"), problème global de résolution de l'équation et de détermination de sa région de validité.

[10] Il n'y a en effet qu'une variable de contrôle $u_t \in$ {investir ; abandonner}.

[11] Cette décomposition prise en un instant t quelconque est valable, puisque "le principe d'optimalité de Bellman : une politique optimale a la propriété que, quelle que soit l'action initiale, les choix restants constituent une politique optimale en respect avec le sous-problème débutant à l'état qui résulte des actions initiales", (Dixit et Pindyck[1994, p. 100]).

[12] Ces deux régions sont inversées si $\pi(p) - \rho\Omega(p)$ est monotone décroissante quand p augmente.

I La résolution de cette maximisation (2-b-1) se ramène à une procédure récursive[13] de recherche du point fixe[14] $V(p)$. Puisque $p_t > p^*$ détermine la région optimale de continuation et $p_t < p^*$ celle d'arrêt, la décision de continuation doit être préférée au choix d'arrêt pour des valeurs élevées de p. Il suffit de poser deux conditions.

Soit $V'(p) = V(p) - \Omega(p)$. Le programme (2-b-1) se récrit :

$V'(p) = \max\{\pi(p)dt + (1 - \rho dt)V'(p) + E[dV']; 0\}$

$\Leftrightarrow \rho V(p)dt = \max\{\pi(p)dt - \rho\Omega(p)dt + E[dV']; 0\}$.

Le paiement final Ω est constant et connu, donc $d\Omega = 0$,

et $E[dV'] = E[dV] = E[V(p_t + dp)/p_t] = \int_0^\infty V(p_t)d\Phi(p_t + dp/p_t)$.

Nous obtenons le programme équivalent à (2-b-1) :

$$\rho V(p)dt = \max\left\{\pi(p)dt - \rho\Omega(p)dt + \int_0^\infty V(p_t)d\Phi(p_t + dp/p_t); 0\right\}.$$

Les conditions suffisantes portent sur $\pi(p) - \rho\Omega(p)$ et sur $E[V(p_t + dp)/p_t]$:

- $\pi(p) - \rho\Omega(p)$ correspond au supplément de valeur[15] de la décision de continuation par rapport à celle d'arrêt de la production. C'est par hypothèse une fonction monotone croissante par rapport à la variable d'état p ;
- $E[dV] = E[V(p_t + dp)/p_t] = \int_0^\infty V(p_t + dp)d\Phi(p_t + dp/p_t)$, où $\Phi(p_t + dp/p_t)$ est la distribution de probabilité conditionnelle des valeurs futures du prix de revient $p_t + dp$. Lorsque le prix de revient courant p_t augmente, la distribution conditionnelle $\Phi(p_t + dp/p_t)$ de ces valeurs futures $p_t + dp$ donne plus de poids aux valeurs élevées : elle se déplace uniformément vers la droite. Cette condition est remplie par les marches aléatoires, les mouvements browniens et les processus de retour à la moyenne ("*mean-reverting autoregressive processes*").

  Cette hypothèse traduit le fait que la décision ne peut jamais se prendre en information complète. Elle correspond à la notion de dominance stochastique d'ordre 1. Si $\widetilde{x}$ et $\widetilde{y}$ sont deux variables aléatoires continues de fonctions de répartition F et G, alors $\widetilde{y}$ est plus risquée que (ou dominée stochastiquement à l'ordre 1 par) $\widetilde{x}$ si et seulement si $G(x) - F(x) > 0$. Cette notion n'exige pas la connaissance complète de la structure

[13] ou à rebours ou principe de rétroaction ou "*feed-back*"

[14] Le théorème du point fixe de Kakutani est énoncé : "Supposons que Z est un sous-ensemble convexe, compact et non vide de R^n et que, pour tout x appartenant à Z, $\varphi(x)$ est un sous-ensemble convexe, compact et non vide de Z. Supposons également que $\{(x, y) \in Z \times Z : x \in \varphi(y)\}$ est fermé. Alors il existe x^* appartenant à Z tel que $x^* \in \varphi(x^*)$" (Duffie[1994, p. 14]).

[15] Notons que $\pi(p)$ est un flux, alors que $\Omega(p)$ est un stock.

des préférences des agents[16], mais celle de la distribution de probabilité des perspectives risquées.

I Déterminons la région de continuation. D'après (2-b-1), il est optimal de continuer la production si :

$V(p) = \pi(p)dt + (1 - \rho dt)V(p) + E[dV] \Leftrightarrow \rho V(p)dt = \pi(p)dt + E[dV]$

$$\Leftrightarrow \rho V(p) = \pi(p) + \frac{1}{dt}E[dV]. \tag{2-b-2}$$

En l'absence d'opportunité d'arbitrage, la valeur instantanée de cette entreprise est égale sa valeur attendue, c'est-à-dire

$$\rho V(p) = \pi(p) + \frac{1}{dt}dV \ (E[dV] \equiv dV).$$

D'après le lemme d'Itô,

$$dV = DVdt + V_p\sigma dz.$$

Ainsi $dV = [\rho V - \pi]dt = DVdt + V_p\sigma dz \Longrightarrow \begin{cases} \rho V - \pi = DV\,; \\ V_p\sigma = 0. \end{cases}$

L'équation différentielle partielle[17] (2-b-2) à résoudre se ramène à une équation différentielle ordinaire. Elle se récrit :

$\rho V - \pi = DV \Leftrightarrow \rho V - \pi = V_t + \mu p V_p + \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2 p^2 V_{pp} + \mu p V_p + V_t - \rho V + \pi = 0. \tag{2-b-3}$$

Nous cherchons la solution générale de cette EDO sous la forme : $V(p) = ap^\beta + c, \forall (a, \beta, c) \in \mathsf{R}^3$.

Les dérivées de la valeur de l'entreprise sont les suivantes :

$\begin{cases} V_t = 0, \text{ puisqu'elle ne dépend pas du temps}\,; \\ V_p = a\beta p^{\beta-1}\,; \\ V_{pp} = a\beta(\beta-1)p^{\beta-2}. \end{cases}$

[16] Les agents, qui ont de l'aversion pour le risque, préfèrent la perspective la moins risquée à l'inverse des agents risquophiles, tandis que les agents neutres au risque sont indifférents.

[17] Il s'agit plus précisément d'une équation différentielle ordinaire, puisque la valeur ne dépend pas du temps. Mais nous conservons cette appellation, par cohérence avec des modèles plus généraux come celui de Dixit et Pindyck[1998] présenté dans ce chapitre.

L'EDO (2-b-3) devient égale à :

$\frac{1}{2}\sigma^2 a\beta(\beta-1)p^\beta + \mu a\beta p^\beta - \rho(ap^\beta + c) + \pi = 0$

$\Rightarrow \left[\frac{1}{2}\sigma^2 a\beta(\beta-1) + \mu a\beta - \rho a\right] p^\alpha + (-\rho c + \pi) = 0$

Si nous récrivons l'équation sous la forme $Ap^\alpha + B = 0$ (avec $(A, B) \in \mathsf{R}^2$), elle implique que $A = 0$ et $B = 0$ (car nous écartons la solution banale $p = 0$) :

$$\begin{cases} A = \left[\frac{1}{2}\sigma^2 a\beta(\beta-1) + \mu a\beta - \rho a\right] = 0 \\ B = -\rho c + \pi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\beta - \rho = 0, \text{ pour } a \neq 0 \\ c = \frac{\pi}{\rho} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta_P = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2 - 2\mu + \sqrt{\sigma^2 - 4\sigma^2\mu + 4\mu^2 + 8\sigma^2\rho}}{\sigma^2} > 1\,; \\ \beta_N = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2 - 2\mu - \sqrt{\sigma^2 - 4\sigma^2\mu + 4\mu^2 + 8\sigma^2\rho}}{\sigma^2} < 0, \end{cases}$$

sachant que par hypothèse le taux d'escompte est supérieur au taux de croissance : $\rho > \mu$ (McDonald et Siegel[1986, p. 714]).

Nous obtenons deux solutions particulières de cette EDO,

$$V_1(p) = \frac{\pi}{\rho} + A_1 p^{\beta_P} \text{ ou } V_2(p) = \frac{\pi}{\rho} + A_2 p^{\beta_N}.$$

La solution générale intègre ces deux solutions particulières, puisqu'elles sont linéairement indépendantes : le wronskien des solutions V_1 et V_2 n'est pas nul, $\Delta(V_1, V_2) = V_1\frac{\partial V_2}{\partial p} - \frac{\partial V_1}{\partial p}V_2 \neq 0$.

La valeur de l'entreprise est égale à :

$$V(p) = \frac{\pi}{\rho} + A_1 p^{\beta_P} + A_2 p^{\beta_N}, \tag{2-b-4}$$

quand elle continue d'investir et de produire, i.e. pour $p > p^*$.

Les "*boundary conditions*" nous permettent de trouver les valeurs des constantes A_1 et de A_2. Elles regroupent les conditions initiales et celles de continuité et de dérivabilité le long de la frontière d'indifférence entre les deux termes du choix $p = p^*$.

Il est optimal d'arrêter la production si $V(t, p) = \Omega(t, p)$ pour $p < p^*$. Cette condition permet en fait de trouver p^* conjointement à la fonction $V(t, p)$.

La condition initiale montre que si le prix de revient est nul, l'entreprise choisit d'abandonner :

$$\forall t, V(t, 0) = \Omega(t, 0).$$

La condition de continuité, "*value-matching condition*", exprime l'égalité des valeurs de l'entreprise et de son paiement terminal à la frontière de prix p^* :

$$\forall t, V(t, p^*) = \Omega(t, p^*).$$

A cette frontière de prix de revient p^*, l'entreprise est indifférente entre poursuivre son investissement et sortir du marché.

La condition de dérivabilité ("*smooth-pasting condition, high-order contact*") indique l'égalité non seulement des valeurs mais aussi des pentes de ces deux fonctions tangentes à la frontière p^* :

$$\forall t, V_p(t, p^*) = \Omega_p(t, p^*).$$

A partir de ces trois conditions, nous trouvons la valeur optimale de prix de revient seuil de déclenchement des choix de continuation et d'arrêt. Au-delà de ce seuil, l'entreprise investit et continue de produire. Elle accroît sa valeur, qui devient égale à son expression (2-b-4). En deçà de ce seuil, elle choisit d'arrêter sa production et de sortir du marché. Elle reçoit la valeur terminale $\Omega(t, p)$.

Annexe (3-a). *Les coûts d'investissement du nucléaire et les coûts actualisés de production en base*

– Les coûts d'investissement du nucléaire :

	Nucléaire N4 - Coûts d'investissement - F/kW$^{(euro/kW)}$			
	Actualisation à 8%		Actualisation à 5%	
Programme de 10 tranches	N4 2ème train	N4 amélioré	N4 2ème train	N4 amélioré
Coût de construction	$7040^{(1073,24)}$	$7170^{(1093,06)}$	$7040^{(1073,24)}$	$7170^{(1093,06)}$
Frais de maîtrise de gestion	$780^{(118,91)}$	$780^{(118,91)}$	$780^{(118,91)}$	$780^{(118,91)}$
Intérêts intercalaires	$2244^{(342,10)}$	$2165^{(330,05)}$	$1335^{(203,52)}$	$1292^{(196,96)}$
Frais de préexploitation	$558^{(85,07)}$	$558^{(85,07)}$	$558^{(85,07)}$	$558^{(85,07)}$
Aléas sur le planning	$322^{(49,09)}$	$315^{(48,02)}$	$241^{(36,74)}$	$237^{(36,13)}$
Démantèlement	$76^{(11,59)}$	$76^{(11,59)}$	$212^{(32,32)}$	$209^{(31,86)}$
TOTAL (programme de 10 tranches)	$11020^{(1679,99)}$	$11064^{(1686,70)}$	$10166^{(1549,80)}$	$10246^{(1561,99)}$
TOTAL (programme de 4 tranches)	$12673^{(1931,99)}$	$12724^{(1939,76)}$	$11691^{(1782,28)}$	$11783^{(1796,31)}$

(source DIGEC[1997, p. 26])

– Les coûts de production en base :

Nucléaire N4 - Coût actualisé de production en base - c/kWh$^{(euro/kWh)}$							
Base à 8760 h/an - Actualisation à 8% /an							
Programme de 10 tranches	N4 2ème train - MSI 2000				N4 amélioré - MSI 2005		
Taux de change - USD/FF$^{(USD/euro)}$	5,00$^{(0,76)}$		6,50$^{(0,99)}$		5,00$^{(0,76)}$		
Prix du combustible, Uranium naturel, (USD/lb U308)	20$^{(3,05)}$	25$^{(3,81)}$	20$^{(3,05)}$	25$^{(3,81)}$	20$^{(3,05)}$	25$^{(3,81)}$	2
Investissement	12,70$^{(1,94)}$				12,55$^{(1,9}$		
Exploitation	3,37$^{(0,51)}$				3,32$^{(0,5}$		
Combustible	4,27$^{(0,65)}$	4,47$^{(0,68)}$	4,51$^{(0,69)}$	4,78$^{(0,73)}$	4,26$^{(0,65)}$	4,46$^{(0,68)}$	4,
R&D	0,36$^{(0,05)}$				0,36$^{(0,0}$		
Coût total actualisé	20,7$^{(3,16)}$	20,9$^{(3,19)}$	20,9$^{(3,19)}$	21,2$^{(3,23)}$	20,5$^{(3,13)}$	20,7$^{(3,16)}$	20

(3-a-1)

(source : DIGEC[1997, p. 28])

Ce coût est obtenu pour un programme de dix tranches et se renchérit si le nombre de tranches diminue. L'objectif de cet exemple est donc seulement illustratif. La prévision d'une mise en service industriel (MSI) respectivement pour 2000 et pour 2005 a été étudiée en 1997. Les tranches envisagées sont des centrales du palier "nouveau 4 boucles" (N4). Cette technologie prend en compte l'expérience acquise par le fonctionnement des réacteurs à eau sous pression (REP) 900 MWe (palier P4) et 1300 MWe (palier P'4) du parc nucléaire français. Chaque unité de production dégage une puissance de 1450 MWe. De plus ce palier, engagé en 1982, est affranchi de toute licence américaine.

CCG 650 MWe - Coût actualisé de production en base - c/kWh$^{(euro/kWh)}$					
Durée d'appel de 8760 h/an - Actualisation à 8% /an					
Caractéristiques / MSI	actuelles / 2000		futures / 2005		
Taux de change - USD/FF$^{(USD/euro)}$	5,00$^{(0,76)}$				
Prix du gaz en 2001 - USD/MBtu et scénario correspondant	2,0$^{(0,30)}$ Bulle	2,7$^{(0,41)}$ Bas	2,0$^{(0,30)}$ Bulle	2,7$^{(0,41)}$ Bas	3,3$^{(0,50)}$ Médian
Coût actualisé de production en base	19,1$^{(2,91)}$	20,5$^{(3,13)}$	18,3$^{(2,79)}$	18,6$^{(2,84)}$	20,8$^{(3,17)}$

(3-a-2)

(source : DIGEC[1997, p. 78])

Annexe (3-b). *Influence de la volatilité, du taux d'intérêt et de la tendance sur la prime d'option*

La valeur du multiple de la valeur d'option est égale, d'après (3.12) à :

$$\phi = \frac{\beta_P}{\beta_P - 1} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}}{-\frac{1}{2} - \frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} > 1.$$

Nous pouvons en déduire la valeur de la prime d'option : $\Delta = \frac{\beta}{\beta - 1} - 1 = \phi - 1 > 0$, qui exprime la différence entre les deux seuils calculés par la VAN et par la VANE.

Cette différence est croissante avec σ, r et $\bar{\mu}$:

* $\frac{\partial \Delta}{\partial \sigma} = 8\sigma \frac{\bar{\mu}\sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2} + \bar{\mu}\sigma^2 - 2\bar{\mu}^2 - 2r\sigma^2}{\left[-\sigma^2 - 2\bar{\mu} + \sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2}\right]^2 \sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2}} > 0\,;$

* $\frac{\partial \Delta}{\partial r} = -8\sigma^4 \frac{1}{\left[-\sigma^2 - 2\bar{\mu} + \sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2}\right]^2 \sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2}} < 0\,;$

* $\frac{\partial \Delta}{\partial \bar{\mu}} = 4\sigma^2 \frac{\sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2} - 2\bar{\mu} + \sigma^2}{\left[-\sigma^2 - 2\bar{\mu} + \sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2}\right]^2 \sqrt{\left(2\bar{\mu} - \sigma^2\right)^2 + 8r\sigma^2}} > 0.$

Annexe (3-c). *Les deux cas limites d'une évolution par sauts tendanciellement linéaire*

Si l'évolution du prix de revient (3.30) est linéaire en moyenne :

$$dp = \bar{\mu} dt - p_t dq,$$

où q suit un processus de Poisson dont l'incrément

$$dq = \begin{cases} 0 \text{ avec la probabilité } (1 - \psi dt) \\ \varphi \text{ avec la probabilité } \psi dt \end{cases}$$

et qui peut être interprété comme une fonction d'anticipation de la part de l'entreprise de l'intervention du régulateur ;

ψ est le taux d'occurrence moyen ;

φ est le pourcentage de baisse du prix de revient en cas d'occurrence d'un événement de Poisson, $0 \leq \varphi \leq 1$.

L'entreprise cherche à résoudre l'équation (3.4), ou de façon équivalente la condition de premier ordre (3.5). Ce programme admet deux valeurs limites de φ : $\varphi = 0$ (cas déterministe)

ou $\varphi = 1$ (puisqu'après l'intervention du régulateur, l'électricité produite ne vaut plus jamais rien).

Si $\varphi = 1$, l'EDO se simplifie en une équation de Bernoulli :

$$\bar{\mu} V_p(p) - (\psi + r) V(p) = 0$$

$\Longrightarrow \frac{V_p(p)}{V(p)} = \frac{\psi + r}{\bar{\mu}}$ (une constante)
$\Longrightarrow \int_{p_0}^{p} \frac{V_p(p)}{V(p)} du = \int_{p_0}^{p} \frac{\psi + r}{\bar{\mu}} du$
$\Longrightarrow V(p) = V(p_0) e^{c} e^{\int_{p_0}^{p} \frac{\psi + r}{\bar{\mu}} du} = C e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)}$.

La méthode de variation de la constante de Lagrange oblige à poser $C = C(p)$, et :

$$\begin{cases} V(p) = C(p) e^{\frac{\lambda + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)} ; \\ V_p(p) = C_p(p) e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)} + \frac{\psi + r}{\bar{\mu}} C(p) e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)} . \end{cases}$$

L'équation de Bernoulli devient égale à :
$\bar{\mu} \left[C_p(p) e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)} + \frac{\psi + r}{\bar{\mu}} C(p) e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)} \right] - (\psi + r) C(p) e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)} = 0$
$\Longrightarrow C_p(p) = 0 \Longrightarrow C(p) = C$ et la valeur de l'entreprise qui délimite les deux zones de décision optimale est : $V(p) = C e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)}$. A l'instant $t = 0$, $p = p_0$ et $V(p_0) = V_0$ alors $V_0 = C$.

Ainsi la valeur optimale de l'entreprise dépend du prix de revient :

$$V(p) = V_0 e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p - p_0)}.$$

La valeur seuil de l'entreprise $V(p^*) = V_0 e^{\frac{\psi + r}{\bar{\mu}} (p^* - p_0)}$ dépend de la valeur du sous-jacent p^* qui constitue le seuil au déclenchement de l'investissement. Cette valeur seuil du sous-jacent p^* ("*threshold curve*") est une frontière non contrainte ("*free boundary*") qui délimite les deux zones optimales d'exercice (région de continuation, "*continuation region*") et de non exercice (région d'arrêt, "*stopping region*") de l'option. Pour ce faire elle doit satisfaire les conditions aux bornes ("*boundary conditions*") du premier ordre ("*value-matching condition*") et du second ordre ("*smooth-pasting condition, "high contact condition*").

Le seuil d'investissement ne varie pas pendant toute la durée de vie de l'option et la frontière d'exercice choisie p^* est alors une fonction déterministe, définie telle que la valeur de l'option est maximale. La condition du premier ordre est une condition de continuité qui signifie qu'au moment d'investir, l'entreprise reçoit juste la recette nette de l'investissement :

$$V(p^*) = p^* - K. \tag{3-c-1}$$

La condition du second ordre est une condition technique de dérivabilité qui garantit la continuité entre la valeur de l'entreprise et l'option exercée, soit :

$$V_p(p^*) = 1. \tag{3-c-2}$$

D'après (3-c-2) $\frac{\partial V(p^*)}{\partial p^*} = V_0 \frac{\psi+r}{\bar{\mu}} e^{\frac{\psi+r}{\bar{\mu}}(p^*-p_0)}$

$\Longrightarrow V_0 e^{\frac{\psi+r}{\bar{\mu}}(p^*-p_0)} = \frac{\bar{\mu}}{\psi+r}$,

que nous remplaçons dans (3-c-1) :

$\frac{\bar{\mu}}{\psi+r} = p^* - K \Longleftrightarrow p^* = \frac{\bar{\mu}}{\psi+r} + K$, la frontière d'exercice de l'option.

Cette frontière d'exercice de l'option nous permet de trouver la valeur de la constante V_0 puisque d'après (3-c-1) : $V(p_0^*) = V_0 e^{\frac{\psi+r}{\bar{\mu}}(p_0^*-p_0^*)} = p_0^* - K$

$$\Longrightarrow V_0 = \frac{\bar{\mu}}{\psi + r} \leq 0.$$

Une solution intérieure triviale $V(0) = 0$ (un prix nul entraîne une valeur de l'entreprise nulle, c'est-à-dire qu'il n'est pas optimal pour l'entreprise d'investir) nous permet de déterminer la région d'arrêt : si $p_t \leq p^*$, l'entreprise n'exerce pas l'option et si $p_t > p^*$, l'entreprise exerce l'option et investit. Nous pouvons en déduire que si l'évènement se produisait, l'entreprise n'investirait plus jamais dans le cas où cet évènement entraînerait un prix nul de l'électricité ($\varphi = 1$).

Donc la valeur de l'entreprise se détermine de la façon suivante :

$$V(p_t) = \begin{cases} 0 \text{ si } p_t \leq p^* ; \\ \frac{\bar{\mu}}{\psi+r} e^{\frac{\psi+r}{\bar{\mu}}(p_t-p_0)} \text{ si } p_t > p^*. \end{cases}$$

L'entreprise, à la différence du cas déterministe ($\varphi = 0$), reformule son choix pour chaque date t. L'entreprise n'exerce son option que si le prix de revient p_t est supérieur au prix seuil de déclenchement de l'investissement $p^* = \frac{\bar{\mu}}{\psi+r} + K < K$, qui prend en compte la tendance $\bar{\mu}$ négative de l'évolution du prix de revient et la probabilité ψ de déclenchement de l'action gouvernementale. Nous pouvons remarquer que ce seuil de déclenchement de l'investissement est inférieur à celui déterminé par le critère de la valeur actuelle nette : l'entreprise anticipe sur la règle de la VAN de façon à bénéficier du fait que le bien devienne public. Le seuil d'investissement en incertitude se rapproche de celui du cas certain, quand la probabilité d'ajustement du taux de rendement augmente, le futur se déprécie ou la tendance du prix de revient diminue.

Annexe (3-d). *La fonction de Lambert*

La fonction de Lambert $W(.)$ est définie comme l'inverse multivoque de la fonction $x \longmapsto xe^x$. Elle possède deux branches réelles et une infinité de branches complexes. Nous ne nous intéressons qu'aux branches réelles :

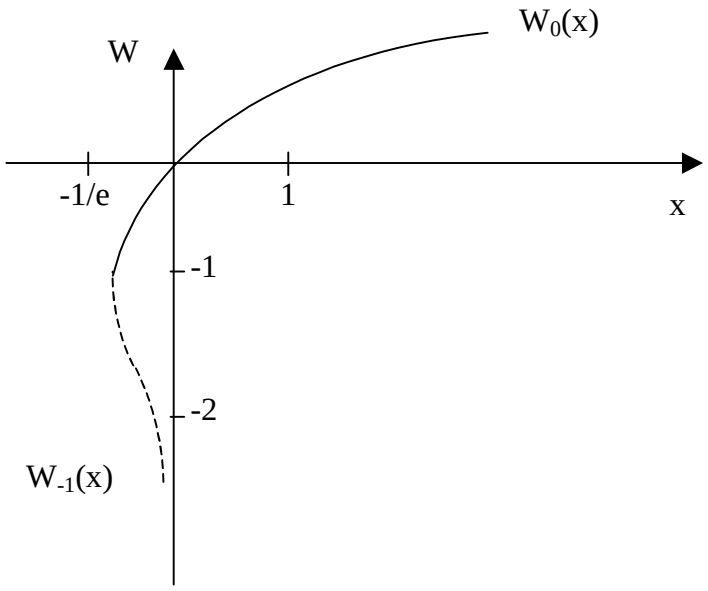

Fig. 1: Les deux branches réelles de W(x).

Si x est réel alors pour $-\frac{1}{e} \leq x \leq 0$, il y a deux valeurs réelles possibles de $W(x)$. La branche satisfaisant $-1 \leq W(x)$, encore notée $W_0(x)$ ou $W(x)$ s'il n'est fait référence qu'à elle, est la branche principale de la fonction de Lambert. Elle vérifie les propriétés : $W(-\frac{1}{e}) = -1$, $W(0) = 0$ et $W_x(x) = \frac{W(x)}{x(1+W(x))} > 0$.

La branche satisfaisant $W(x) \leq -1$ est notée $W_{-1}(x)$.

Annexe (3-e). *Le signe de β*

$$\beta = -\frac{\bar{\mu} W\left(\frac{\ln(1-\varphi)\psi e^{\frac{(\psi+r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}}{\bar{\mu}}\right) - (\psi+r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}\ln(1-\varphi)}, \text{ où } \bar{\mu} \leq 0,\ (\varphi,\psi) \in [0;1]\times[0;1],\ r > 0.$$

Nous nous apercevons que $r = 0$ est racine de β. Notons $W\left(\frac{\ln(1-\varphi)\psi e^{\frac{(\psi+r)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}}{\bar{\mu}}\right) = W(w)$.

β est décroissant en r puisque $\frac{\partial\beta}{\partial r} = \frac{\ln(1-\varphi) - \frac{\ln(1-\varphi)W(w)}{1+W(w)}}{\bar{\mu}\ln(1-\varphi)} = \frac{1}{\bar{\mu}[1+W(w)]} < 0$

$$\boxed{\beta < 0 \text{ pour } r > 0}$$

Annexe (3-f). *Prix de revient seuil pour un mouvement brownien : existence, influence de la tendance et de la volatilité*

Nous devons résoudre l'EDO du second degré :

$$\bar{\mu}V_p + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{pp} - rV = 0,$$

sachant que la solution de la forme $A_1 e^{p\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}} + A_2 e^{-p\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}$ vérifie les trois conditions aux bornes suivantes :

- $V(0) = 0 \Longrightarrow A_1 = -A_2$;
- $V(p^*) = p^* - K \Longrightarrow A_2 = \frac{(-p^*+K)e^{p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}{e^{p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}-1}$;
- $V_p(p^*) = 1 = \frac{(-p^*+K)e^{p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}}{\sigma^2\left(e^{p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}-1\right)} \left[\begin{array}{l} e^{p^*\frac{-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}\left(-\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right) \\ -e^{-p^*\frac{\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}\left(\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right) \end{array}\right]$.

Nous pouvons en déduire que :

$$\frac{(-p^*+K)\left[\left(\bar{\mu}-\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right)e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}-\left(\bar{\mu}+\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}\right)\right]}{\sigma^2\left(e^{2p^*\frac{\sqrt{\bar{\mu}^2+2\sigma^2 r}}{\sigma^2}}-1\right)} = 1,$$

écriture que nous simplifions en remplaçant $\Theta = \sqrt{\bar{\mu}^2 + 2r\sigma^2} > 0$:

$$\frac{(-p^*+K)\left[\left(\bar{\mu}-\Theta\right)e^{2p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}}-\left(\bar{\mu}+\Theta\right)\right]}{\sigma^2\left(e^{2p^*\frac{\Theta}{\sigma^2}}-1\right)} = 1,$$

puis en remplaçant $\Gamma(p^*) = \frac{2p^*\Theta}{\sigma^2} > 0$:

$$\frac{(-p^*+K)\left[\left(\bar{\mu}-\Theta\right)e^{\Gamma(p^*)}-\left(\bar{\mu}+\Theta\right)\right]}{\sigma^2\left(e^{\Gamma(p^*)}-1\right)} = 1.$$

La prime d'option est égale à :

$$\Delta = p^* - K = \frac{\sigma^2\left(e^{\Gamma(p^*)}-1\right)}{\left(\Theta-\bar{\mu}\right)e^{\Gamma(p^*)}+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)} > 0. \tag{3-g-1}$$

Appelons $F(.) = \frac{\sigma^2\left(e^{\Gamma(p)}-1\right)}{\left(\Theta-\bar{\mu}\right)e^{\Gamma(p)}+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)}$. Parce que nous avons endogénéisé les constantes A_1 et A_2 par leur valeur au prix de revient optimum, cette fonction n'est égale à la fonction de valeur

$V(.)$ qu'à l'optimum p^*. Pour illustrer le raisonnement, prenons un exemple numérique :

$$\begin{cases} \bar{\mu} = -1 \\ \sigma = 1 \\ r = 1/20 \\ K = 1 \end{cases}$$

Le prix de revient seuil de déclenchement de l'investissement est égal à :

$$p^* = 1,47.$$

Il est équivalent d'obtenir cette valeur optimale par la relation $\Delta = p^* - K = V(p^*)$:

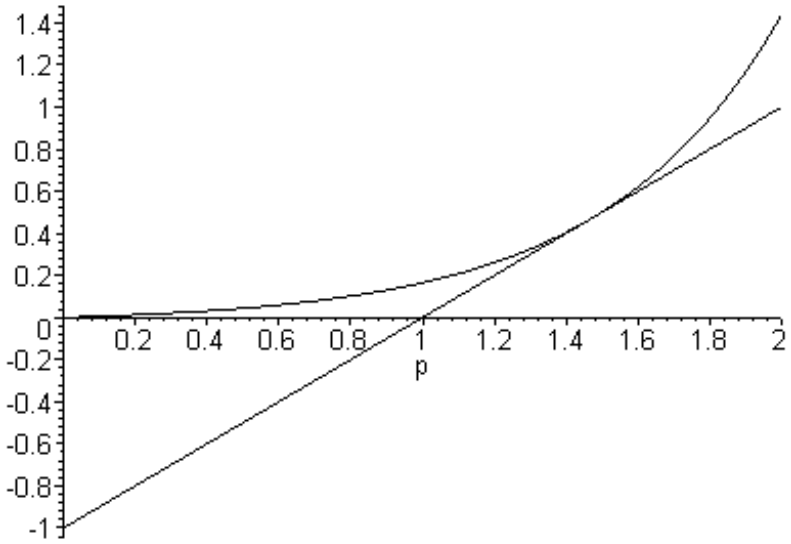

Fig. 2: Détermination du prix de revient seuil p^* à partir de la prime et de la fonction de valeur $V(.) : \Delta = V(p^*)$

ou par la relation $\Delta = p^* - K = F(p^*)$:

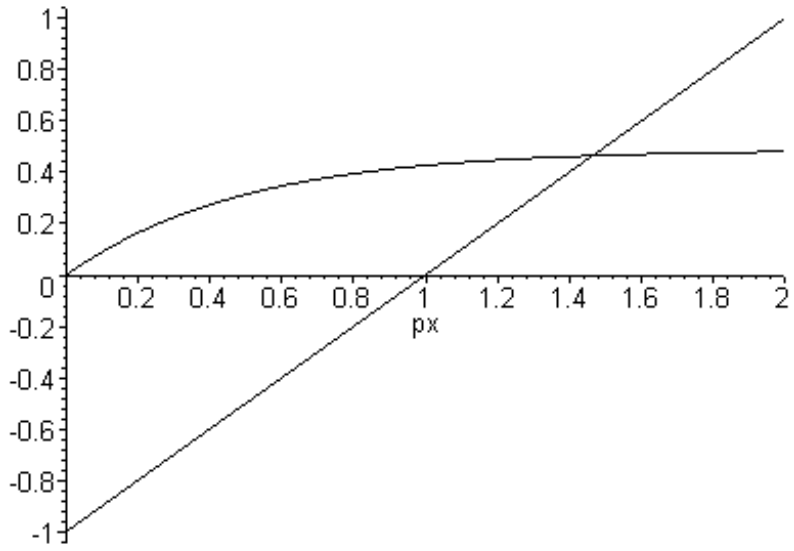

Fig. 3: Détermination du prix de revient seuil p^* à partir de la prime et de la fonction $F(.)$: $\Delta = F(p^*)$

Nous allons calculer l'effet de la variation de la tendance et de la volatilité sur cette prime par statique comparative.

La variation de la prime Δ par rapport à $\bar{\mu}$:

Nous partons de la relation précédente (3-g-1) :

$$\Delta\left(p(\bar{\mu})\right) = F\left(p(\bar{\mu}), \bar{\mu}\right), \tag{3-g-2}$$

où $\quad \Delta\left(p(\bar{\mu})\right) \equiv p - K\,;$

$$F\left(p(\bar{\mu}), \bar{\mu}\right) \equiv \frac{\left(e^{\Gamma(p)}-1\right)\sigma^2}{e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)} > 0.$$

Rappelons que :

$$\begin{cases} \bar{\mu} \leq 0 \Longrightarrow \Theta - \bar{\mu} > 0\,; \\ e^{\Gamma(p)} > 1. \end{cases}$$

D'après l'expression (3-g-2), les deux fonctions dépendent de la variable $\bar{\mu}$. La variation de la prime par rapport à $\bar{\mu}$ ne se réduit pas à son seul effet direct. Dérivons la relation (3-g-2) par

la variable $\bar{\mu}$:

$$\frac{\partial \Delta\left(p(\bar{\mu})\right)}{\partial \bar{\mu}} = \frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}} + \frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial \Delta\left(p(\bar{\mu})\right)}\frac{\partial \Delta\left(p(\bar{\mu})\right)}{\partial \bar{\mu}}. \tag{3-g-3}$$

Nous constatons que : $\frac{\partial \Delta\left(p(\bar{\mu})\right)}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}(p-K) = 1$. L'expression (3-g-3) se récrit :

$$\frac{\partial \Delta\left(p(\bar{\mu})\right)}{\partial \bar{\mu}} = \frac{\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}}}{1 - \frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p}}. \tag{3-g-4}$$

I $\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p} = \frac{4\Theta^2 e^{\Gamma(p)}}{\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]^2} > 0.$

De plus :

* $\frac{\partial^2 F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p^2} = 8\Theta^3 \frac{\left[e^{\Gamma(p)}\left(\bar{\mu}-\Theta\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]}{\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]^3} < 0$: $F(.)$ est concave par rapport à p ;

* $\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p} < 1.$

Preuve :

$\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p} = \frac{4\Theta^2 e^{\Gamma(p)}}{\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]^2} < \frac{4\left(\Theta-\bar{\mu}\right)^2 e^{\Gamma(p)}}{\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta-\bar{\mu}\right)\right]^2} \equiv \frac{4e^{\Gamma(p)}}{\left[e^{\Gamma(p)}+1\right]^2},$

et $4e^{\Gamma(p)} < \left[e^{\Gamma(p)}+1\right]^2 = e^{2\Gamma(p)} + 2e^{\Gamma(p)} + 1 \Longleftrightarrow e^{2\Gamma(p)} - 2e^{\Gamma(p)} + 1 = \left[e^{\Gamma(p)}-1\right]^2 > 0.$

La fonction $F(.)$ est concave en p et bornée sur $]0;1[$ ($\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p} \in]0;1[$) : p^* existe et la variation de la prime par rapport à la tendance du prix de revient est du signe de l'effet direct.

I $\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}} = \frac{4\Theta\bar{\mu}pe^{\Gamma(p)} - 2\Theta\sigma^2 e^{\Gamma(p)} + \sigma^2 e^{2\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right) + \sigma^2\left(\Theta+\bar{\mu}\right)}{\Theta\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]^2}$, l'effet direct.

En factorisant, $\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}} = \frac{\Theta\sigma^2\left[-2e^{\Gamma(p)} + e^{2\Gamma(p)} + 1\right] + \bar{\mu}\sigma^2\left[\frac{4p}{\sigma^2}e^{\Gamma(p)} - e^{2\Gamma(p)} + 1\right]}{\Theta\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]^2}$

$\Longrightarrow \frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}} = \frac{\Theta\sigma^2\left[e^{\Gamma(p)}-1\right]^2 - \bar{\mu}\sigma^2\left[e^{2\Gamma(p)} - 1 - \Gamma(p)e^{\Gamma(p)}\right]}{\Theta\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta-\bar{\mu}\right)+\left(\Theta+\bar{\mu}\right)\right]^2} > 0.$

Preuve : $\left[e^{2\Gamma(p)} - 1 - \Gamma(p)e^{\Gamma(p)}\right] > 0.$

L'effet de la variation de la tendance de prix sur la prime nous est donné par la relation (3-g-4) : $\frac{\partial \Delta\left(p(\bar{\mu})\right)}{\partial \bar{\mu}} = \frac{\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}}}{1 - \frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p}}$, où $\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial \bar{\mu}} > 0$ et $\frac{\partial F\left(p(\bar{\mu}),\bar{\mu}\right)}{\partial p} \in]0;1[$, c'est-à-dire qu'à

l'optimum[18] p^* :

$$\boxed{\frac{\partial \Delta\left(p^*(\bar{\mu})\right)}{\partial \bar{\mu}} > 0}$$

La prime d'option augmente avec la tendance du prix de revient $\bar{\mu}$. En raisonnant à partir de la fonction $F(.)$, la représentation graphique de l'effet de la variation de $\bar{\mu}$ (en rappelant que $\bar{\mu}$ 6 0) est la suivante :

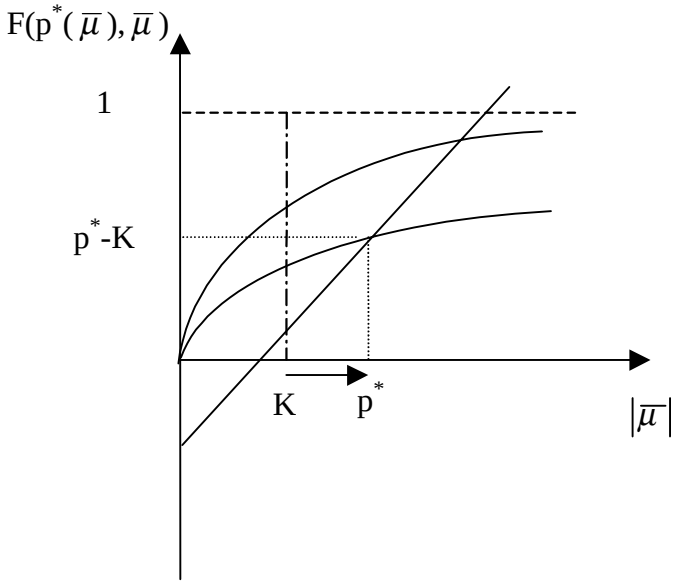

Fig. 4: Effet de la variation de la tendance sur l'écart des seuils optimaux

[18] C'est à l'optimum p^* que nous retrouvons l'égalité entre les fonctions $F(.)$ et $V(.)$.

En complétant notre exemple numérique avec le cas suivant :

$$\begin{cases} \bar{\mu} = -0,5 \\ p^* = 1,80, \end{cases}$$

nous pouvons illustrer l'effet de l'accroissement de la tendance $\bar{\mu}$ sur le prix seuil p^* :

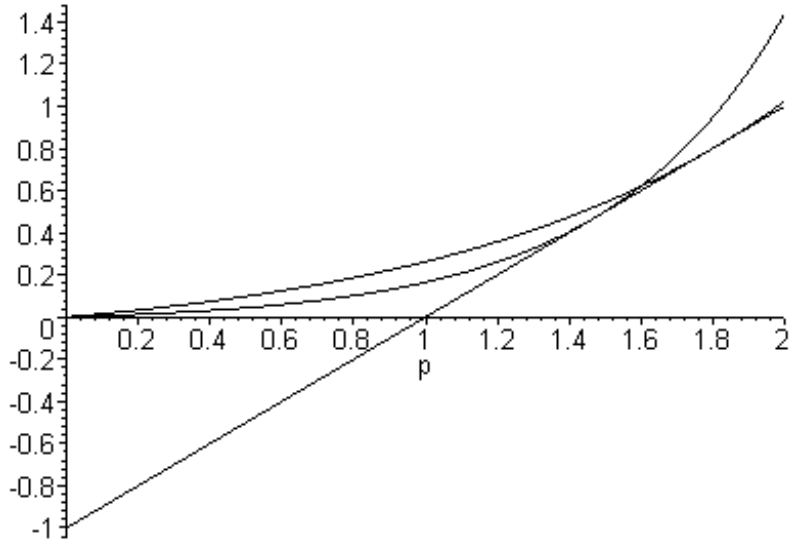

Fig. 5: Effet de l'augmentation de la tendance du prix de revient μ sur le prix seuil p^*

La variation de la prime Δ par rapport à σ :

Nous partons de la relation précédente (3-g-1) :

$$\Delta\left(p(\sigma)\right) = F\left(p(\sigma), \sigma\right), \tag{3-g-5}$$

où $\quad \Delta\left(p(\bar{\mu})\right) \equiv p - K\,;$

$$F\left(p(\sigma), \sigma\right) \equiv \frac{\left(e^{\Gamma(p)} - 1\right)\sigma^2}{e^{\Gamma(p)}\left(\Theta - \bar{\mu}\right) + \left(\Theta + \bar{\mu}\right)} > 0.$$

Nous simplifions les calculs en dérivant par la variance σ^2 du prix de revient plutôt que par sa volatilité σ, en notant $\Sigma = \sigma^2$ et en vérifiant que la dérivée de la prime par Σ est du même signe que celle par σ : $\frac{d\Sigma}{d\sigma} = 2\sigma\Sigma$, qui est bien du même signe que σ. La relation (3-g-5) s'exprime sous la forme :

$$\Delta\left(p(\Sigma)\right) = F\left(p(\Sigma), \Sigma\right). \tag{3-g-6}$$

Ces deux fonctions dépendent de la variable Σ. Nous allons dériver la relation (3-g-6) pour obtenir la variation de la prime par rapport à Σ :

$\frac{\partial \Delta(p(\Sigma))}{\partial \Sigma} = \frac{\partial F(p(\Sigma),\Sigma)}{\partial \Sigma} + \frac{\partial F(p(\Sigma),\Sigma)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \Delta(p(\Sigma))} \frac{\partial \Delta(p(\Sigma))}{\partial \Sigma}$

$$\frac{\partial \Delta\left(p(\Sigma)\right)}{\partial \Sigma} = \frac{\frac{\partial F(p(\Sigma),\Sigma)}{\partial \Sigma}}{1 - \frac{\partial F(p(\Sigma),\Sigma)}{\partial p}}. \tag{3-g-7}$$

I Nous avons démontré précédemment que $\frac{\partial F(p(\Sigma),\Sigma)}{\partial p} \in]0;1[$ et que $F(.)$ est concave par rapport à p.

I L'effet direct est positif :

$\frac{\partial V(p(\Sigma),\Sigma)}{\partial \Sigma} = \frac{\left(\Sigma r + \bar{\mu}^2\right)\left[e^{2\Gamma(p)} - 1 - 2\Gamma(p)e^{\Gamma(p)}\right] - \bar{\mu}\Theta\left[e^{2\Gamma(p)} - 2e^{\Gamma(p)} + 1\right]}{\Theta\left[e^{\Gamma(p)}\left(\Theta - \bar{\mu}\right) + \left(\Theta + \bar{\mu}\right)\right]^2} > 0.$

Preuve :

* $\left[e^{2\Gamma(p)} - 1 - 2\Gamma(p)e^{\Gamma(p)}\right] > 0$;
* $\left[e^{2\Gamma(p)} - 2e^{\Gamma(p)} + 1\right] = \left[e^{\Gamma(p)} - 1\right]^2 > 0.$

D'après la relation (3-g-7), l'effet de la volatilité sur la prime d'option est du signe de l'effet direct exprimé à l'optimum[19] p^* :

$$\boxed{\frac{\partial \Delta(p^*(\Sigma))}{\partial \Sigma} > 0}$$

L'augmentation de la volatilité du prix de revient entraîne celle de la prime d'option.

[19] où $V(p^*) = F(p^*)$.

A partir de notre exemple numérique,

$$\begin{cases} \sigma = 1,5 \\ p^* = 1,90, \end{cases}$$

nous illustrerons l'effet de l'accroissement de la volatilité σ sur le prix seuil p^* :

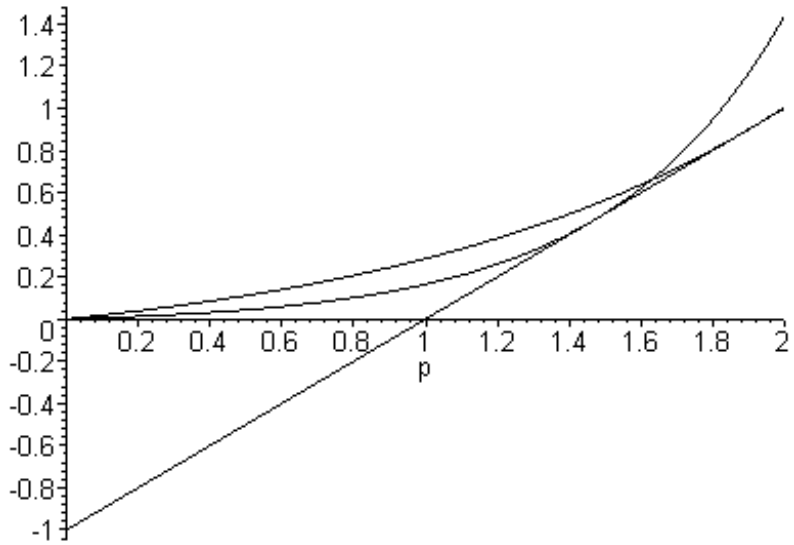

Fig. 6: La prime d'option Δ est positive et augmente avec la volatilité

Annexe (3-h). *Les propriétés du processus Ornstein-Uhlenbeck*

Si $\sigma \neq 0$, alors nous posons le changement de variable suivant : $\mathsf{P}_t = f(t, p_t) = e^{\eta t}(\bar{p} - p_t)$.

Si nous appliquons le développement de Taylor au second ordre pour les variables aléatoires[20],

$d\mathsf{P}_t = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial p_t}dp_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial p_t^2}(dp_t)^2$

$\Longrightarrow d\mathsf{P}_t = \left[\eta e^{\eta t}(\bar{p} - p_t)\right] dt - e^{\eta t}dp_t + 0$

$\Longrightarrow d\mathsf{P}_t = \left[\eta e^{\eta t}(\bar{p} - p_t)\right] dt - e^{\eta t}\left[\eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz_t\right]$

$\Longrightarrow d\mathsf{P}_t = -e^{\eta t}\sigma dz_t,$

d'où $\mathsf{P}_t - \mathsf{P}_0 = -\sigma \int_0^t e^{\eta v}dz_v$.

Puisque $p_t = \bar{p} - e^{-\eta t}\mathsf{P}_t$, alors $p_t = \bar{p} - e^{-\eta t}\left[\mathsf{P}_0 - \sigma \int_0^t e^{\eta v}dz_v\right]$.

Finalement $p_t = \bar{p} - e^{-\eta t}\mathsf{P}_0 + \sigma \int_0^t e^{-\eta(t-v)}dz_v$.

[20] par analogie avec le lemme d'Itô

Le prix de revient p_t admet en espérance $E[p_t] = \bar{p} - (p_0 - \bar{p})e^{-\eta t}$ puisque $E[dz_t] = 0$. La variance est donnée par $Var[p_t] = Var\left[\sigma \int_0^t e^{-\eta(t-v)} dz_v\right] = \sigma^2 \int_0^t e^{-2\eta(t-v)} dv$ puisque $Var[dz_t] = dt$. Ainsi $Var[p_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})$ et $Var[p_t - \bar{p}] = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})$. Donc le prix de revient p_t est une variable aléatoire qui suit une loi normale[21].

Le processus $dp_t = \eta(\bar{p} - p_t)dt + \sigma dz_t$ est la limite en temps continu d'un processus autorégressif d'ordre un[22] dont l'aléa est distribué selon une loi normale d'espérance nulle et de variance $\frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})$:

- quand $\eta \to 0$, le prix de revient suit un mouvement brownien tel que $dp_t = \sigma dz_t$ et $Var[p_t] = \sigma^2 t$;
- quand $\eta \to \infty$, $Var[p_t] = 0$ et le prix de revient ne dévie jamais de son coût marginal de long terme.

Annexe (3-i). *Règle de décision de l'entreprise autofinancée : développements quand le mouvement du prix est un processus Ornstein-Uhlenbeck*

- Détermination du prix de revient seuil p^* :

Or $F(1,3;x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ... = 1 + 2!\left[\frac{x^2}{3!} + \frac{x^3}{4!} + ...\right] = 1 + \frac{2!}{x^2}\left[\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + ...\right]$
$\Longrightarrow F(1,3;x) = 1 + \frac{2}{x^2}\left[e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}\right] = \frac{2}{x^2}[e^x - 1 - x]$,
alors la fonction de Kummer vérifiant les conditions au bord s'écrit :
$F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = 1 + \frac{2}{\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right)^2}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1 - \frac{2\eta}{\sigma^2}p^* - \frac{\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right)^2}{2}\right] = \frac{\sigma^2}{2\eta^2 p^{*2}}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1 - \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right]$,
que nous dérivons pour obtenir :
$F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{\sigma^2}{\eta^2 p^{*3}}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1 - \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right] + \frac{\sigma^2}{2\eta^2 p^{*2}}\left[\frac{2\eta}{\sigma^2}e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - \frac{2\eta}{\sigma^2}\right]$
$\Longrightarrow F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{1}{\eta p^{*2}}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1\right]$
$\Longrightarrow F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{1}{\eta p^{*2}}\frac{2\eta\sigma^2}{2\eta\sigma^2}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1 - \frac{2\eta}{\sigma^2}p^* + \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right]$
$\Longrightarrow F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2}{\sigma^2 p^*}$
$\Longrightarrow Ap^*F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -2AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2A\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)p^* + \frac{2A}{\sigma^2}$
$\Longrightarrow Ap^*F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2A\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)p^* + \frac{2A}{\sigma^2} = 1$
d'après (3.40). En remplaçant $F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)$ par sa valeur exprimée en (3.39),

[21] Si X_t peut s'écrire $X_t = \int_0^t \theta_u dz_u$ où θ_u est une fonction déterministe et si $E[X_t] = 0$ et $Var[X_t] = \int_0^t \theta_u^2 du$, alors X_t est gaussienne.

[22] En temps discret, cet AR(1) s'écrit : $p_t - p_{t-1} = (1 - e^{-\eta})\bar{p} - (1 - e^{-\eta})p_{t-1} + \epsilon_t$, avec ϵ_t distribué selon une loi normale d'espérance nulle et de variance $\frac{\sigma^2}{2\eta}\left(1 - e^{-2\eta t}\right)$.

$-\frac{p^*-K}{p^*}+\frac{2\eta}{\sigma^2}(p^*-K)+\frac{2A}{\sigma^2}=1$
$\Longrightarrow \frac{2\eta}{\sigma^2}p^{*^2}+\left(\frac{2A}{\sigma^2}-2-\frac{2\eta}{\sigma^2}K\right)p^*+K=0$

$$\boxed{\Longrightarrow \frac{2\eta}{\sigma^2}p^{*^2}+\left(\frac{2A}{\sigma^2}-2-\frac{2\eta}{\sigma^2}K\right)p^*+K=0}$$

– Détermination de la constante A :

Pour trouver la valeur de la constante A en fonction de p^*, nous allons dériver l'équation (3.40).

$F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=\frac{2}{p^{*^2}}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)-\frac{2}{p^*}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)+\frac{2\eta}{\sigma^2}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)-\frac{2}{\sigma^2p^{*^2}}$.

Sachant que $\left[Ap^*F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)\right]'=Ap^*F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)+AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=1$ d'après (3.39), la dérivée seconde est égale à 0 :

$\left[Ap^*F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)\right]''=Ap^*F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)+2AF'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=0.$
$\Longrightarrow Ap^*F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=A\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)-2AF'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)+Ap^*\frac{2\eta}{\sigma^2}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)-\frac{2A}{\sigma^2p^*}$
$\Longrightarrow Ap^*F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)+2AF'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=\frac{2A}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)+Ap^*\frac{2\eta}{\sigma^2}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)-\frac{2A}{\sigma^2p^*}=0$
$\Longrightarrow 2\frac{p^*-K}{p^{*^2}}+\frac{2\eta}{\sigma^2}\left(1-AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)\right)-\frac{2A}{\sigma^2p^*}=0$ d'après (3.39),
$\Longrightarrow 2\frac{p^*-K}{p^{*^2}}+\frac{2\eta}{\sigma^2}\left(1-\frac{p^*-K}{p^*}\right)-\frac{2A}{\sigma^2p^*}=0$
$\Longrightarrow A=\sigma^2p^*\left[\frac{p^*-K}{p^{*^2}}+\frac{\eta}{\sigma^2}\left(1-\frac{p^*-K}{p^*}\right)\right]$
$\Longrightarrow A=\left[\sigma^2-\sigma^2\frac{K}{p^*}+\eta p^*-\eta p^*+\eta K\right]$

$$\boxed{\Longrightarrow A=-\sigma^2\frac{K}{p^*}+\sigma^2+\eta K}$$

Annexe (3-j). *Règle de décision de l'entreprise endettée pour raison institutionnelle : développements quand le mouvement du prix est un processus Ornstein-Uhlenbeck*

– Détermination du prix de revient seuil p^* :

Or $F(1,3;x)=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+...=1+2!\left[\frac{x^2}{3!}+\frac{x^3}{4!}+...\right]=1+\frac{2!}{x^2}\left[\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+...\right]$
$\Longrightarrow F(1,3;x)=1+\frac{2}{x^2}\left[e^x-1-x-\frac{x^2}{2}\right]=\frac{2}{x^2}\left[e^x-1-x\right]$,
alors la fonction de Kummer vérifiant les conditions au bord s'écrit :
$F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=1+\frac{2}{\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right)^2}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*}-1-\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*-\frac{\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right)^2}{2}\right]=\frac{\sigma^2}{2\eta^2p^{*^2}}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*}-1-\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right]$
que nous dérivons pour obtenir :
$F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)=-\frac{\sigma^2}{\eta^2p^{*3}}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*}-1-\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right]+\frac{\sigma^2}{2\eta^2p^{*^2}}\left[\frac{2\eta}{\sigma^2}e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*}-\frac{2\eta}{\sigma^2}\right]$

$\Longrightarrow F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{1}{\eta {p^*}^2}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1\right]$

$\Longrightarrow F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{1}{\eta {p^*}^2}\frac{2\eta\sigma^2}{2\eta\sigma^2}\left[e^{\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*} - 1 - \frac{2\eta}{\sigma^2}p^* + \frac{2\eta}{\sigma^2}p^*\right]$

$\Longrightarrow F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2}{\sigma^2 p^*}$

$\Longrightarrow Ap^*F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -2AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2A\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)p^* + \frac{2A}{\sigma^2}$

$\Longrightarrow Ap^*F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = -AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2A\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)p^* + \frac{2A}{\sigma^2} = (1-\lambda)$

d'après (3.47). En remplaçant $F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)$ par sa valeur exprimée en (3.46),

$\Longrightarrow -AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2A\eta}{\sigma^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)p^* + \frac{2A}{\sigma^2} = (1-\lambda)$

$\Longrightarrow -\frac{1}{p^*}\left[(1-\lambda)\,p^* - (1-\lambda)\,C - K\right] + \frac{2\eta}{\sigma^2}\left[(1-\lambda)\,p^* - (1-\lambda)\,C - K\right] + \frac{2A}{\sigma^2} = (1-\lambda)$

$\Longrightarrow p^*\left\{\frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)\right\} + \left\{\frac{2A}{\sigma^2} - (1-\lambda) - \frac{2\eta}{\sigma^2}\left[(1-\lambda)\,C + K\right]\right\} + \frac{1}{p^*}\left\{(1-\lambda)\,C + K\right\} = (1-\lambda)$

$$\boxed{\Longrightarrow p^*\left\{\frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)\right\} + p^*\left\{\frac{2A}{\sigma^2} - 2(1-\lambda) - \frac{2\eta}{\sigma^2}\left[(1-\lambda)\,C + K\right]\right\} + \left\{(1-\lambda)\,C + K\right\} = 0} \quad \text{(3-j-1)}$$

– <u>Détermination de la constante A :</u>

Pour trouver la valeur de la constante A en fonction de p^*, nous allons dériver l'équation (3.47),

$F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = \frac{2}{{p^*}^2}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) - \frac{2}{p^*}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2\eta}{\sigma^2}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) - \frac{2}{\sigma^2{p^*}^2}$.

Sachant que $\left[Ap^*F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)\right]' = Ap^*F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = (1-\lambda)$ d'après (3.46), la dérivée seconde est égale à 0 :

$\left[Ap^*F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)\right]'' = Ap^*F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + 2AF'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = 0.$

$\Longrightarrow Ap^*F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = A\frac{2}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) - 2AF'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + Ap^*\frac{2\eta}{\sigma^2}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) - \frac{2A}{\sigma^2p^*}$

$\Longrightarrow Ap^*F''(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + 2AF'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) = \frac{2A}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + Ap^*\frac{2\eta}{\sigma^2}F'(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) - \frac{2A}{\sigma^2p^*} = 0.$

$\Longrightarrow \frac{2A}{p^*}F(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) + \frac{2\eta}{\sigma^2}\left[(1-\lambda) - AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*)\right] - \frac{2A}{\sigma^2p^*} = 0$

$\Longrightarrow \left[\frac{2}{p^*} - \frac{2\eta}{\sigma^2}\right]AF(1,3;\frac{2\eta}{\sigma^2}p^*) - \frac{2A}{\sigma^2p^*} = -\frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)$

$\Longrightarrow \frac{2}{\sigma^2p^*}A = \left[\frac{2}{p^*} - \frac{2\eta}{\sigma^2}\right]\frac{[(1-\lambda)p^* - (1-\lambda)C - K]}{p^*} + \frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)$

$\Longrightarrow A = \frac{\sigma^2p^*}{2}\left[\frac{2}{p^*} - \frac{2\eta}{\sigma^2}\right]\frac{[(1-\lambda)p^* - (1-\lambda)C - K]}{p^*} + \frac{\sigma^2p^*}{2}\frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)$

$\Longrightarrow A = \left[\frac{\sigma^2}{p^*} - \eta\right]\left[(1-\lambda)\,p^* - (1-\lambda)\,C - K\right] + p^*\eta\,(1-\lambda)$

$\Longrightarrow A = \left[(1-\lambda)\,\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{p^*}(1-\lambda)\,C - \frac{\sigma^2}{p^*}K\right] - \eta\left[(1-\lambda)\,p^* - (1-\lambda)\,C - K\right] + p^*\eta\,(1-\lambda)$

$$\boxed{\Longrightarrow A = -\frac{\sigma^2}{p^*}\left[(1-\lambda)\,C + K\right] + \eta\,(1-\lambda)\,C + \eta K + (1-\lambda)\,\sigma^2}$$

– Détermination du prix de revient seuil, en remplaçant A par son expression :

Nous remplaçons alors la constante A par sa valeur dans l'équation (3.48) :

$$\left\{\begin{array}{l} p^{*^2}\left\{\frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)\right\} \\ \qquad +p^*\left\{\begin{array}{c} \frac{2}{\sigma^2}\left\langle\begin{array}{c} -\frac{\sigma^2}{p^*}\left[(1-\lambda)C+K\right] \\ +\eta(1-\lambda)C+\eta K+(1-\lambda)\sigma^2 \end{array}\right\rangle \\ -2(1-\lambda)-\frac{2\eta}{\sigma^2}\left[(1-\lambda)C+K\right] \end{array}\right\} \\ \qquad +\left\{(1-\lambda)C+K\right\}=0 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow p^{*^2}\left\{\frac{2\eta}{\sigma^2}(1-\lambda)\right\}-\left\{(1-\lambda)C+K\right\}=0$$

Comme $\bar{p}=\frac{\sigma^2}{2\eta}$,

$$p^{*^2}\left[(1-\lambda)\frac{1}{\bar{p}}\right]-\left[(1-\lambda)C+K\right]=0$$

$$\Longrightarrow p^*=\sqrt{\bar{p}\frac{(1-\lambda)C+K}{(1-\lambda)}}>0.$$

Donc le seuil de déclenchement de l'investissement retenu pour $\bar{p}=\frac{\sigma^2}{2\eta}$ est égal à :

$$\boxed{p^*=\sqrt{\bar{p}\left[C+\frac{K}{1-\lambda}\right]}=\sqrt{\bar{p}p^*_{VAN}}<\bar{p}}$$

Annexe (4-a). *Effet de la variation des paramètres sur β et sur le prix endogène de faillite*

Nous avons montré en annexe 3-e que :

$$(r+\psi)\ln(1-\varphi)-\bar{\mu}W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)<0.$$

β est corrélé négativement avec ψ, r et $\bar{\mu}$:

* $\frac{\partial\beta}{\partial\psi}=-\frac{-(r+\psi)\ln(1-\varphi)+\bar{\mu}W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)}{\bar{\mu}\psi\ln(1-\varphi)\left[1+W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\right]}<0\,;$

* $\frac{\partial\beta}{\partial r}=\frac{1}{\bar{\mu}\left[1+W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\right]}<0\,;$

* $\frac{\partial\beta}{\partial\bar{\mu}}=\frac{-(r+\psi)\ln(1-\varphi)+\bar{\mu}W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)}{\bar{\mu}^2\ln(1-\varphi)\left[1+W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\right]}<0\,;$

et positivement avec φ :

$$* \ \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} = \frac{W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\left[-(r+\psi)\ln(1-\varphi)+\bar{\mu}W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\right]}{\bar{\mu}[\ln(1-\varphi)]^2(\varphi-1)\left[1+W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\right]} > 0.$$

p_B est corrélé négativement avec r :

Nous savons que :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \beta}{\partial r} = \dfrac{1}{\bar{\mu}\left[1+W\left(\frac{\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}\psi e^{\frac{(r+\psi)\ln(1-\varphi)}{\bar{\mu}}}\right)\right]} < 0 \\ p_B = (1-\tau)\dfrac{C}{r}\left(\dfrac{\beta}{\beta-1}\right) \end{cases}$$

La dérivée de p_B par rapport à r est égale à :

$$\boxed{\frac{\partial p_B}{\partial r} = \underbrace{-(1-\tau)\frac{C}{r^2}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)}_{<0} \underbrace{-(1-\tau)\frac{C}{r}\frac{1}{(\beta-1)^2}\frac{\partial \beta}{\partial r}}_{>0} < 0}$$

Preuve :

$(1-\tau)\frac{C}{r^2}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right) < (1-\tau)\frac{C}{r}\frac{1}{(\beta-1)^2}\frac{\partial \beta}{\partial r} \Longleftrightarrow \frac{\beta}{r} < 0 < \frac{1}{(\beta-1)}\frac{\partial \beta}{\partial r}$, toujours vrai.

Annexe (4-b). *Impact du taux d'impôt sur les sociétés τ et du coût de faillite α sur le prix seuil de déclenchement de l'investissement p^**

Le seuil de déclenchement de l'investissement p^*, quand le prix de revient subit un choc aléatoire, est donné par l'expression (4.30) :

$$p^* = \left\{\frac{(1-\tau)\beta}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}[-\tau-\alpha\beta(1-\tau)]}\right\}K$$

L'influence du taux d'IS sur ce prix seuil :

$$\frac{\partial p^*}{\partial \tau} = K\left|\begin{array}{l} -\frac{\beta}{(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))}\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{-\frac{1}{\beta}} \\ -\frac{(1-\tau)\left(\frac{\alpha\beta}{\tau}+\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau^2}\right)}{(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))}\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{-\frac{1+\beta}{\beta}} \\ -\frac{(1-\tau)\beta(-1+\alpha\beta)}{(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))^2}\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{-\frac{1}{\beta}} \end{array}\right.$$

Le dénominateur est positif : $(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))^2\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1+\beta}{\beta}}>0$.

$\frac{\partial p^*}{\partial \tau}$ est du signe du numérateur $N\equiv\left|\begin{array}{l}-\beta\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))\\-(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))(1-\tau)\left(\frac{\alpha\beta}{\tau}+\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau^2}\right)\\-(1-\tau)\beta(-1+\alpha\beta)\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)\end{array}\right.$

$\iff \beta\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)+\left(\tau(1-\tau)+\alpha\beta(1-\tau)^2\right)\left(\frac{\alpha\beta}{\tau}+\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau^2}\right)$

$\iff \beta-\left(1+\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}\right)\beta^2+\frac{\alpha\beta\tau(1-\tau)+\alpha^2\beta^2(1-\tau)^2}{\tau}+\frac{\tau(1-\tau)^2\alpha\beta+\alpha^2\beta^2(1-\tau)^3}{\tau^2}$

Comme $\tau>0$, N est du signe de :

$\tau^2\beta-\tau^2\left(1+\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}\right)\beta^2+\tau\left(\alpha\beta\tau(1-\tau)+\alpha^2\beta^2(1-\tau)^2\right)+\tau(1-\tau)^2\alpha\beta+\alpha^2\beta^2(1-\tau)^3$

$\iff \left[\tau^2+\tau(1-\tau)^2\alpha+\alpha\tau^2(1-\tau)\right]\beta+\left[-\tau^2-\alpha(1-\tau)\tau+\alpha^2(1-\tau)^3+\alpha^2\tau(1-\tau)^2\right]\beta^2$

$$\iff \left[(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau\right]\beta+\left[\left(\alpha^2+\alpha-1\right)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2\right]\beta^2$$

Comme $\beta<0$, $\frac{\partial p^*}{\partial \tau}$ est du *signe opposé* à :

$\left[(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau\right]+\left[(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2\right]\beta$

$(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2$ est un polynôme qui admet les deux racines :

$\left\{\begin{array}{l}\tau=\frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1}\\\tau=\frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1+\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1},\end{array}\right.$

où $-3\alpha^2-2\alpha+5>0$, car $\alpha\in[0;1]$.

– $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2>0$

Le polynôme $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2$ est :

– * du signe opposé à celui de $(\alpha^2+\alpha-1)<0$ pour $\alpha\in\left[0;\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right]$.

Nous en déduisons le signe des deux racines :

$\left\{\begin{array}{l}\tau=\frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1}>0\\\tau=\frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1+\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1}<0\end{array}\right.$

$$0<\alpha<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\iff\tau\in\left[\frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1};1\right]$$

* du signe de $(\alpha^2+\alpha-1)>0$ pour $\alpha \in \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2};1\right]$.

Nous déterminons le signe des deux racines :

$$\begin{cases} \tau = \frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1} > 0 \\ \tau = \frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1+\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1} > 1 \end{cases}$$

$$1 > \alpha > \frac{-2+\sqrt{5}}{2} \Longleftrightarrow \tau \in \left[0; \frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1}\right]$$

Si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2>0$,
et si $0>\beta>-\frac{(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau}{(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2}$
$\Longrightarrow \frac{\partial p^*}{\partial \tau}<0$,
sinon $\beta<-\frac{(1-\alpha)\tau^2+\alpha\tau}{(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2}$
$\Longrightarrow \frac{\partial p^*}{\partial \tau}>0$.

– $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2<0$

Le polynôme $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2$ est :

* du signe opposé à celui de $(\alpha^2+\alpha-1)>0$

$$\text{pour } \alpha \in \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2};1\right] \Longleftrightarrow \tau \in \left[\frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1};1\right]$$

* du même signe que $(\alpha^2+\alpha-1)<0$

$$\text{pour } \alpha \in \left[0;\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right] \Longleftrightarrow \tau \in \left[0; \frac{\alpha}{2}\frac{\alpha+1-\sqrt{-3\alpha^2-2\alpha+5}}{\alpha^2+\alpha-1}\right]$$

Si $(\alpha^2+\alpha-1)\tau^2-\alpha(1+\alpha)\tau+\alpha^2<0$,
alors $\frac{\partial p^*}{\partial \tau}<0$ puisque $\beta<0$.

L'influence du coût de faillite sur ce prix seuil :

$$\frac{\partial p^*}{\partial \alpha} = K\left\{\frac{(1-\tau)^2\beta}{\tau(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))}\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{-\frac{1+\beta}{\beta}} + \frac{(1-\tau)^2\beta^2}{(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))^2}\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right\}$$

Le dénominateur est négatif : $\frac{1}{\tau(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))^2}\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{-\frac{1+\beta}{\beta}}>0$.

$\frac{\partial p^*}{\partial \alpha}$ est du signe du numérateur $N \equiv (1-\tau)^2 \beta (-\tau - \alpha\beta(1-\tau)) + (1-\tau)^2 \beta^2 \tau \left(1 - \beta - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)$
$\iff (1-\tau)^2 \beta \left[-\tau - \alpha\beta(1-\tau) + \beta\tau \left(1 - \beta - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)\right]$

Comme $(1-\tau)^2 \beta < 0$, $\frac{\partial p^*}{\partial \alpha}$ est du *signe opposé* à :
$-\tau - \alpha\beta(1-\tau) + \beta(\tau - \beta\tau - \alpha(1-\tau)\beta) = -\tau + \beta[\tau - \alpha(1-\tau)] - \beta^2[\tau + \alpha(1-\tau)] < 0$
pour $\alpha \in [0;1]$ et $\tau \in [0;1]$.

Si $\alpha \in [0;1]$ et $\tau \in [0;1]$, alors $\frac{\partial p^*}{\partial \alpha} > 0$.

L'influence de β sur ce prix seuil :

$$\frac{\partial p^*}{\partial \beta} = K \left| \begin{array}{l} \frac{1-\tau}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))} \equiv A \\ -\frac{(1-\tau)\beta\left(-\frac{\ln\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}{\beta^2}+\frac{-1-\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}}{\beta\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}\right)}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))} \equiv B \\ +\frac{(1-\tau)^2\beta\alpha}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))^2} \equiv C \end{array} \right.$$

Par hypothèse, nous avons posé $(-\tau - \alpha\beta(1-\tau)) < 0$.

$A \equiv \frac{1-\tau}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))} < 0$
$B \equiv \frac{(1-\tau)^2\beta\alpha}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))^2} < 0$
$C \equiv -\frac{(1-\tau)\beta\left(-\frac{\ln\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}{\beta^2}+\frac{-1-\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}}{\beta\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}\right)}{\left(1-\beta-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)^{\frac{1}{\beta}}(-\tau-\alpha\beta(1-\tau))}$ du *signe opposé* à : $\left(-\frac{\ln\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}{\beta^2}+\frac{-1-\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}}{\beta\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}\right)$

Comme :

– la fonction logarithme est une fonction concave, inférieure à sa dérivée ;

– $\beta > \frac{-\tau}{\alpha(1-\tau)} \Longrightarrow 1 - \tau - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau} > 1 - \tau + \alpha > 1$,
$\frac{\ln\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}{\beta} < 0 < \ln\left(1 - \tau - \frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right) < \frac{-1-\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}}{\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}$
$\iff \frac{-1-\frac{\alpha(1-\tau)}{\tau}}{\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)} - \frac{\ln\left(1-\tau-\frac{\alpha(1-\tau)\beta}{\tau}\right)}{\beta} > 0$
$\Longrightarrow C < 0$

$\frac{\partial p^*}{\partial \beta} < 0$

Annexe (4-c). *Influence du taux d'intérêt, de la tendance et de la volatilité du prix de revient sur* β_N

β_N est corrélé négativement avec $\bar{\mu}$ et r :

- $\frac{\partial \beta_N}{\partial \bar{\mu}} = \frac{\left(-\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}+\frac{1}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}}{\sigma^2\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}} < 0$

  Preuve : $\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}} > \left(-\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}+\frac{1}{2}\right)$;

- $\frac{\partial \beta_N}{\partial r} = -\frac{1}{\sigma^2\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}} < 0.$

β_N est corrélé positivement avec σ :

$\frac{\partial \beta_N}{\partial \sigma}$ est du même signe que $\frac{\partial \beta_N}{\partial \Sigma}$: $\frac{\partial \Sigma}{\partial \sigma} = 2\sigma$.

$$\frac{\partial \beta_N}{\partial \Sigma} = \frac{2\bar{\mu}\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}+2\left[\bar{\mu}\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)+r\right]}{\sigma^3\sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}} > 0$$

Preuve : $\frac{\partial \beta_N}{\partial \Sigma} = 0$ pour les deux racines $r = \bar{\mu} \leq 0$ et $r = 0$.
$\frac{\partial \beta_N}{\partial \Sigma}$ est positive en dehors des racines, donc pour $r > 0$.

Nous pouvons en déduire que : $\frac{\partial \beta_N}{\partial \sigma} > 0$.

Annexe (4-d). *L'influence des paramètres* τ, α, C, r *et* K *sur le prix de revient seuil*

Le prix seuil de déclenchement de l'investissement est donné par la relation :

$$p^*F(p^*) = \bar{p}F(\bar{p}) - \frac{r}{\tau C}K\left(\bar{p}F(\bar{p}) - p_BF(p_B)\right).$$

Comme $p^*F(p^*)$ est indépendant de ces facteurs, nous allons ne prendre en compte que l'effet direct.

* $\frac{\partial p^*F(p^*)}{\partial \tau} = \frac{rK}{\tau^2 C}\left(\bar{p}F(\bar{p}) - p_BF(p_B)\right) > 0$;
* $\frac{\partial p^*F(p^*)}{\partial \alpha} = \frac{rK}{\tau C}\frac{\partial p_BF(p_B)}{\partial \alpha} = \frac{rK}{\tau}\frac{(\tau C - rK)}{[(1-\alpha)rK-\tau C]^2} > 0$, d'après l'expression (4.47) du prix de revient de faillite ;

* $\frac{\partial p^* F(p^*)}{\partial C} = \frac{rK}{\tau C^2}\left(\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)\right) > 0\,;$
* $\frac{\partial p^* F(p^*)}{\partial r} = -\frac{K}{\tau C}\left(\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)\right) < 0\,;$
* $\frac{\partial p^* F(p^*)}{\partial K} = -\frac{r}{\tau C}\left(\bar{p}F(\bar{p}) - p_B F(p_B)\right) < 0.$

Annexe (4-e). *Le signe de* $\left(\frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C}\right)$

La valeur du projet et celle de la dette sont données dans les expressions (4.37) et (4.38) :

$$V(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}\right\}$$
$$D(p) = \frac{C}{r}\left\{1 - \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}$$

Nous en déduisons la valeur des fonds propres :

$$E(p) = V(p) - D(p) = p + \tau\frac{C}{r}\left\{1 - h\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}\right\} - \frac{C}{r}\left\{1 - \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}$$

$\iff E(p) = p - \frac{C}{r}(1-\tau) - \frac{C}{r}(\tau h - g)\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}$

$\iff E(p) = p - \frac{C}{r}(1-\tau) - \frac{C}{r}(\tau - \tau\beta_N - \alpha(1-\tau)\beta_N - 1 + \beta_N - (1-\alpha)(1-\tau)\beta_N)\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} m$

$\iff E(p) = p - \frac{C}{r}(1-\tau) - \frac{C}{r}(\tau - 1)\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} m$

$$E(p) = p - (1-\tau)\frac{C}{r}\left[1 - \left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} m\right].$$

Signe de $\frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C}$

Nous obtenons la variation des fonds propres par rapport à la valeur du coupon :

$$\frac{\partial E}{\partial C} = -\frac{(1-\tau)}{r}\left(1 - (1-\beta_N)\frac{1}{C}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} m\right)$$

D'après (4.38), la rentabilité de la dette est égale à :

$$\frac{D}{C} = \frac{1}{r}\left\{1 - \frac{1}{C}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}$$

$\Longrightarrow \frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C} = -\frac{(1-\tau)}{r}\left(1 - (1-\beta_N)\frac{1}{C}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} m\right) + \frac{1}{r}\left\{1 - \frac{1}{C}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N} g\right\}$

$\iff \frac{\partial E}{\partial C} + \frac{D}{C} = \frac{\tau}{r} - \frac{1}{r}\frac{1}{C}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}[-(1-\tau)(1-\beta_N)m + g],$

où $-(1-\tau)(1-\beta_N)m+g=-(1-\tau)(1-\beta_N)m+[1-\beta_N+(1-\alpha)(1-\tau)\beta_N]m$

Comme $m>0$, $-(1-\tau)(1-\beta_N)m+g$ est du signe de :

$-(1-\tau)(1-\beta_N)+1-\beta_N+(1-\alpha)(1-\tau)\beta_N$

$\iff -1+\beta_N-\tau+\tau\beta_N+1-\beta_N+(1-\alpha)(1-\tau)\beta_N$

$\iff -\tau+\tau\beta_N+\beta_N-\tau\beta_N-\alpha(1-\tau)\beta_N$

$\iff -\tau+[1-\alpha(1-\tau)]\beta_N<0$ car $1-\alpha(1-\tau)>0$ $((\alpha,\tau)\in[0;1]\times[0;1])$.

Donc $-(1-\tau)(1-\beta_N)m+g<0 \Longrightarrow -\frac{1}{r}\frac{1}{C}\left(\frac{C}{p}\right)^{-\beta_N}[-(1-\tau)(1-\beta_N)m+g]>0$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial C}+\frac{D}{C}>0}$$

Bibliographie

[1] Abel A.B.[1985], A stochastic model of investment, marginal q and the market value of the firm, *International economic review* 26 n°2, 305-322

[2] Abel A.B.[1983], Optimal investment under uncertainty, *American economic review* 73, 228-233

[3] Abel A.B., Dixit A.K., Eberly J.C. et Pindyck R.S.[1996], Options, the value of capital, and investment, *Quarterly journal of economics* CXI n°3, 753-777

[4] Abel A.B. et Eberly J.C.[1999], The effects of irreversibility and uncertainty on capital accumulation, *Journal of monetary economics* 44 n°3, 339-377(NBER Working paper[1995] W5363)

[5] Abel A.B. et Eberly J.C.[1998], The mix and scale of factors with irreversibility and fixed costs of investment, *Carnegie-Rochester conferences series on public policy* 48 n°1, 101-135 (NBER Working paper[1997] W6148)

[6] Abel A.B. et Eberly J.C.[1997], An exact solution for investment and value of a firm facing uncertainty, adjustment costs, and irreversibility, *Journal of economic dynamics and control* 21, 831-852 (NBER Working paper[1993] W4412)

[7] Abel A.B. et Eberly J.C.[1996], Optimal investment with costly reversibility, *Review of economic studies* 63 n°4, 581-593

[8] Abel A.B. et Eberly J.C.[1994], A unified model of investment under uncertainty, *American economic review* LXXXIV, 1369-1384

[9] Akerlof G.[1970], The market of lemons : quality uncertainty and the market mechanism, *Quarterly journal of economics* 89, 488-500

[10] Allais M.[1967], Les conditions de l'efficacité dans l'économie, CESES, Rapallo

[11] Allais M.[1953], Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats de l'école américaine, *Econometrica* 21, 503-546

[12] Armstrong M., Cowan S et Vickers J.[1997], Regulatory reform - Economic analysis and british experience, The MIT press, Cambridge, Massachusetts

[13] Arrow K.J.[1968], Optimal capital policy with irreversible investment, in Wolfe N.J., Value, capital and growth, essays in honor of sir John Hicks, Edinburgh University press, Edinburgh

[14] Arrow K.J. et Debreu G.[1954], Existence of an equilibrium for a competitive economy, *Econometrica* 2 n°3

[15] Arrow K.J. et Fisher A.C.[1974], Environmental preservation, uncertainty and irreversibility, *Quarterly journal of economics* 88, 312-319

[16] Asquith P. et Mullins D.W.[1986], Equity issues and offering dilution, *Journal of financial economics* 15, 61-89

[17] Averch H. et Johnson L.L.[1962], Behavior of the firm under regulatory constraint, *American economic review* 52 n°5, 1053-1069

[18] Babusiaux D.[1990], Décision d'investissement et calcul économique dans l'entreprise, Economica, Paris

[19] Baldursson F.M.[1998], Irreversible investment under uncertainty in oligopoly, *Journal of economic dynamics and control* 22, 627-644

[20] Bancel F. et Richard A.[1995], Les choix d'investissement _ Méthodes traditionnelles, flexibilité et analyse stratégique, Economica, Paris

[21] Bar-Ilan A. et Strange W.[1998], A model of sequential investment, *Journal of economic dynamics and control* 22 n°3, 437-463

[22] Bar-Ilan A. et Strange W.[1996], Investment lags, *American economic review* LXXXVI, 610-622 (Mimeo[1992], University of British Columbia[1992])

[23] Barone-Adesi G. et Whaley R.[1987], Efficient anaytic approximation of american option values, *The journal of finance* 42 n°2, 301-320

[24] Baumol W.J., Bailey E.E. et Willig R.D.[1977], Weak invisible hand theorems on substainability of the natural monopoly, *American economic review* 67, 350-365

[25] Baumol W. et Bradford D.[1970], Optimal departures from marginal cost pricing, *American economic review* 60, 265-283

[26] Baumol W.J.[1982], Contestable markets : an uprising in the theory of industry structure, *American economic review* 72 n°1, 1-15

[27] Baumol W.J., Panzar J.C. et Willig R.D.[1982], Contestable markets and the theory of industry structure, Harcourt Brace Jovanovich, New-York

[28] Bawa V.S. et Sibley D.S.[1980], Dynamics behavior of a firm subject to stochastic regulatory review, *International economic review* 21, 627-642

[29] Bell G.K. et Campa J.M.[1997], Irreversible investments and volatile markets : a study of the chemical processing industry, *Review of economics and statistics* 79 n°1,79-87

[30] Bellalah M.[2000], Le choix des investissements et les options réelles : une revue de la littérature, Cahiers de recherche de CEREG n°2000-05, Université Paris IX - Dauphine

[31] Bentolila S. et Bertola G.[1990], Firing costs and labor demand : how bad is eurosclerosis, *Review of economic studies* 57, 381-402

[32] Bergougnoux J.[1987], Les leçons de l'expérience du financement du programme électronucléaire français, Chapitre 8 in Terny G. et Prud'homme R., Le financement des équipements publics de demain

[33] Bergougnoux J., Carême F. et Mosconi J.-J.[1986], Tarification et financement : quelques approches dans le cas d'Electricité de France, *Economies et sociétés* série *Energie* 2, Flux d'énergie et flux financiers, 175-201

[34] Berk J.B.[1998], A simple approach for deciding when to invest, NBER Working paper W6678

[35] Bernanke B.S.[1983*a*], Irreversibility, uncertainty, and cyclical investment, *Quarterly journal of economics* 98, 85-106

[36] Bernanke B.S.[1983*b*], The determinants of investment : another look, *American economic review - Papers and proceeding* 73 n°2, 71-75

[37] Bertola G. et Caballero R.[1994], Irreversibility and aggregate investment, *Review of economic studies* 61, 223-246

[38] Bezzina J.[1998], Equité, tarification, réglementation : analyse des politiques de cost allocation d'une industrie électrique de service public, Thèse de doctorat, Université de Montpellier1

[39] Bhattacharya S.[1988], Corporate finance and legacy of Miller and Modigliani, *Journal of economics perspectives* 2 n°4, 127-139

[40] Black F. et Scholes M.[1973], The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of political economy* 81, 637-659

[41] Black F., Jensen M.C. et Scholes M.[1972], The capital asset pricing : some empirical tests, in Studies in the theory of capital markets, Jensen M.C. (ed.), Praeger

[42] Boiteux M.[1969], Note sur le taux d'actualisation, *Revue d'économie politique* n°1, 117-128

[43] Boiteux M.[1956], Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire, *Econométrica* 24 n°1, 22-40

[44] Bouglet T. et Vergnaud J.-C.[1999], Une approche non bayésienne de la théorie des irréversibilités décisionnelles, Journées de l'AFSE, Université Sophia Antipolis, Nice

[45] Bradley M., Jarrell G.A. et Kim E.H.[1984], On the existence of an optimal capital structure : theory and evidence, *The journal of finance* XXXIX n°3, 857-880

[46] Brennan M. et Kraus A.[1987], Efficient financing under asymmetric information, *The journal of finance* 42, 1225-1243

[47] Brennan M. et Schwartz E.[1985], Evaluating natural resource investments, *Journal of business* 58 n°2, 135-157

[48] Brennan M. et Schwartz E.[1984], Optimal financial policy and the firm valuation, *The journal of finance* XXXIX n°3, 593-609

[49] Brennan M. et Schwartz E.[1978], Corporate income taxes, valuation, and the problem of optimal capital structure, *Journal of business* 51 n°1, 103-114

[50] Buchanan J.M. et Tullock G.[1962], A generalized economic theory of constitutions, in The calculus of consent, chapitre 6, University of Michigan press, 63-84

[51] Caballero T.J.[1997], Aggregate investment, NBER Working paper W6264

[52] Caballero R.J.[1991], On the sign of the investment-uncertainty relationship, *American economic review* 81 n°1, 279-288

[53] Caballero R.J. et Engel E.N.R.A.[1998], Nonlinear aggregate investment dynamics : theory and evidence, NBER Working paper W6420

[54] Caballero R.J. et Pindyck R.S.[1996], Uncertainty, investment and industry evolution, *International economic review* 37 n°3, 641-662 (Mimeo[1993], Massachusetts institute of technology / NBER Working paper[1992] W4160)

[55] Carruth A., Dickerson A. et Henley A.[1998], What do we know about investment under uncertainty ?, Working paper 98-04, Department of economics, University of Kent

[56] Carruth A., Dickerson A. et Henley A.[1997], Econometric modelling of UK aggregate investment : the role of profits and uncertainty, Aberystwyth economic Working paper 97-06, University of Wales Aberystwyth

[57] Chaton C.[1997], Décisions d'investissement sous incertitude : application au secteur électrique, Thèse de doctorat, Université de Toulouse 1

[58] Chevalier J.-M.[1997], Contestabilité des marchés et nouvelle dynamique concurrentielle : une nouvelle problématique économique de l'énergie, *Revue de l'énergie* 486, 209-216

[59] Chevalier J.-M.[1995], Les réseaux de gaz et d'électricité : multiplication des marchés contestables et nouvelle dynamique concurrentielle, *Revue d'économie industrielle* 72, 7-30

[60] Chirinko R.S.[1993], Business fixed investment spending : modeling strategies, empirical results and policy implications, *Journal of economic literature* XXXI, 1875-1911

[61] Coase R.[1937], The nature of the firm, *Economica* 4, 386-405

[62] Cobbaut R.[1997], Théorie financière, Economica, Paris

[63] Constantinides G.[1978], Market risk adjustment in project valuation, *Journal of finance* 33 n°2, 603-616

[64] Constantinides G.M. et Grundy B.D.[1989], Optimal investment with stock repurchase and financing as signals, *The review of financial studies* 2, 451-468

[65] Cox J., Ingersoll J. et Ross S.A.[1985*b*], An intertemporal general equilibrium model of asset prices, *Econometrica* 53, 363-384

[66] Cox J., Ingersoll J. et Ross S.A.[1985*a*], A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica* 53, 385-407

[67] Cox J. et Ross S.A.[1976], The valuation of options for alternative stochastic processes, *Journal of financial economics* 3, 145-166

[68] Cox J., Ross S.A. et Rubinstein M.[1979], Option pricing : a simplified approach, *Journal of financial economics* 7, 229-263

[69] Cox J., Ross S.A. et Rubinstein M.[1976], The valuation of options for alternative stochastic processes, *Journal of financial economics* 3 n°1-2, 145-166

[70] Craine R.[1988], Risky business : the allocation of capital, *Journal of monetary economics* 23, 201-218

[71] Cukierman A.[1980], The effects of uncertainty on investment under risk neutrality with endogenous information, *Journal of political economy* 88 n°3, 462-475

[72] Dammon R.M. et Senbet L.W.[1988], The effects of taxes and depreciation on corporate investment and financial leverage, *The jurnal of finance* 43, 357-373

[73] David L.[2000], La restructuration des industries gazières américaine et britannique : la réglementation de la charge d'accès aux réseaux de gazoducs, Thèse de doctorat, Université de Montpellier 1

[74] Davis S.J. et Haltiwanger J.[1992], Gross job creation, gross job destruction, and employment reallocation, *Quarterly journal of economics* 107, 819-864

[75] DIGEC[1997], Les "coûts de référence" en production électrique, sous la direction de Batail J., Ministère de l'économie, des finances et de l'industrie, Secrétariat d'Etat à l'industrie, DGMP

[76] Dimson E. et Mussavian M.[1999], Three centuries of asset pricing, *Journal of banking and finance* 23, 1745-1769

[77] Dixit A.K.[1995], Irreversible investment with uncertainty and scale economies, *Journal of economic dynamics and control* 19, 327-350

[78] Dixit A.K.[1992], Investment and hysteresis, *Journal of economic perspectives* 6 n°1, 107-132

[79] Dixit A.K.[1991], Irreversible investment with price ceilings, *Journal of political economy* 99, 541-557

[80] Dixit A.K.[1989], Entry and exit decisions under uncertainty, *Journal of political economy* 97, 620-638

[81] Dixit A.K.[1980], The role of investment in entry-deterrence, *The economic journal* 90, 95-106

[82] Dixit A.K. et Pindyck R.S.[1998], Expandibility, reversibility, and optimal capacity choice, NBER working paper n°6373

[83] Dixit A.K. et Pindyck R.S.[1994], Investment under uncertainty, Princeton university press, Princeton

[84] Dotan A. et Ravid S.A.[1985], On the interaction of real and financial decisions of the firm under uncertainty, *The journal of finance* XL n°2, 501-517

[85] Driver C.[1999], Contrasting effects of risk on investment in two sectors : evidence from Ireland on real options, Economics letters 64, 315-318

[86] Duffie D.[1996], Modèles dynamiques d'évaluation, Presses universitaires de France collection Finance, Paris

[87] *Economies et sociétés*[1986], Flux d'énergie et flux financiers, *Cahiers de l'ISMEA* série *énergie* 2

[88] Eeckhoud L. et Treich N.[1999], (In)flexibility and the level of output : a word of caution, *Economics letters* 63, 335-339

[89] Ellsberg D.[1961], Risk, ambiguity and Savage axioms, *Quarterly Journal of economics* 75, 643-669

[90] Encaoua D.[1986], Réglementation et concurrence : quelques éléments de théorie économique, *Economie et prévision* 76, 7-46

[91] Epaulard A. et Gallon S.[2000], The prospects of nuclear power in Europe's deregulated energy markets using realoption theory to assess nuclear investment value, Paper for the IAEE european energy conference 2000

[92] Faig M. et Shum P.[1999], Irreversible investment and endogenous financing : an evaluation of the corporate tax effects, *Journal of monetary economics* 43, 143-171 (Working paper[1996], Irreversible investment, financing choice and asymmetric corporate taxes, UT-ECIPA-FAIG-96-01, Department of economics and institute for policy analysis, University of Toronto, Ontario, Canada)

[93] Fama E.F.[1970], Multi-period investment-consumption decision, *American economic review* 60, 163-174

[94] Fane G.[1987], Neutral taxation under uncertainty, *Journal of public economics* 33, 95-105

[95] Faulhaber G.[1975], Cross-subsidization : pricing in public enterprises, *American economic review* 65, 966-977

[96] Federer J.P.[1993], The impact of uncertainty on agregate investment spending : an empirical analysis, *Journal of money, credit and banking* 25, 30-48

[97] Fischer E.O., Heinkel R. et Zechner J.[1989], Dynamic capital structure choice : theory and tests, *The journal of finance* XLLV n°1, 19-40

[98] Freixas X.[1987], L'effet d'irréversibilité dans le choix de grands projets, *Revue économique* 38, 149-155

[99] Freixas X. et Laffont J.-J.[1983], Tarification au coût marginal ou équilibre budgétaire ?, *Annales de l'INSEE* 51, 65-87

[100] Garman M.B.[1976], Market microstructure, *Journal of financial economics* 3, 257-275

[101] Ghosal V. et Loungani P.[1996], Product market competition and the impact of price uncertainty on investment : some evidence from US manufacturing industries, *Journal of industrial economics* 44 n°2, 217-228

[102] Goffin R.[1999], Principes de finance moderne, Economica, Paris

[103] Gollier C., Jullien B. et Treich N.[1997], Learning and irreversibility : an economic interpretation of the "precautionary principle", Cahiers de recherche du GREMAQ n°97.27.470

[104] Gramlich E.M.[1994], Infrastructure investment : a review essay, *Journal of economic literature* XXXII, 1176-1196

[105] Green R.[1984], Investment incentives, debt and warrants, *Journal of financial economics* 13, 115-136

[106] Grossman S.J. et Hart O.D.[1986], The costs and benefits of ownership : a theory of vertical and lateral integration, *Journal of political economy* 94 n°4, 691-719

[107] Groszmann R.[1979], Problèmes actuels de financement de l'industrie électrique, *Annales de l'économie publique, sociale et coopérative* juillet-septembre, 137-147

[108] Guiso L. et Parigi G.[1999], Investment and demand uncertainty, *Quarterly journal of economics* 114 n°1, 185-227 (Discussion paper[1996] n°1497, Centre for economic policy research, Londres)

[109] Hamada R.S.[1969], Portfolio analysis, market equilibrium and corporation finance, *The journal of finance* 24 n°1, 13-31

[110] Harchaoui T.M. et Lasserre P.[1999], Testing the option value theory of irreversible investment, Working paper n°9905, Département des sciences économiques, Université du Québec à Montréal (Cahier de recherche du CIRANO[1995], Série scientifique, n°95s-41)

[111] Harris M. et Raviv A.[1991], The theory of capital structure, *The journal of finance* XLVI n°1, 297-355

[112] Harrison J.M.[1985], Brownian motion and stochastic flow systems, Krieger publishing company, Malabar, FL

[113] Harrison J.M. et Kreps D.M.[1979], Martingales and arbitrage in multiperiods securities markets, *Journal of economic theory* 20, 381-408

[114] Hartman R.[1972], The effects of price and cost uncertainty on investment, *Journal of economic theory* 5, 258-266

[115] Heath C. et Tversky A.[1991], Preferences and belief : ambiguity and competence in choice under uncertainty, *Journal of risk and uncertainty* 4, 5-28

[116] Heinkel R. et Zechner J.[1990], The role of debt and preferred stock as a solution to adverse investment incentives, *Journal of financial and quantitative analysis* 25, 1-24

[117] Henry C.[1997], Concurrence et services publics dans l'Union Européenne, *Revue de l'énergie* 486, 187-198

[118] Henry C.[1994], Concurrence et obligations de service public dans une perspective européenne, *Réalités industrielles, Annales de mines*, 27-30

[119] Henry C.[1974*b*], Investment decisions under uncertainty : the irreversibility effect, *American economic review* 64 n°6, 1006-1012

[120] Henry C.[1974*a*], Option values in the economics of irreplaceable assets, *Review of economic studies* 41, 89-104

[121] Hirshleifer J.[1966], Investment decisions under uncertainty : applications of the state-preference approach, *Quarterly journal of economics* 80, 252-277

[122] Hirshleifer J.[1958], On the theory of optimal investment decision, *The journal of political economy* 66, 329-352

[123] Hirshleifer J. et Riley J.G.[1992], The analytics of uncertainty and information, Cambridge university press

[124] Hirshleifer J. et Riley J.G.[1979], The analytics of uncertainty and information - An expository survey, *Journal of economic literature* XVII, 1375-1421

[125] Hite G.L.[1977], Leverage, output effects and the M-M theorems, *Journal of financial economics* 4, 177-203

[126] Hubbard R.G.[1994], Investment under uncertainty : keeping one's options open, *Journal of economic literature* 32, 1816-1831

[127] Humphreys H.B. et McClain K.T.[1998], Reducing the impacts of energy price volatility through dynamic portfolio selection, *The energy journal* 19 n°3, 107-131

[128] Hurn A.S. et Wright R.E.[1994], Geology or economics ? Testing models of irreversible investment using North Sea oil data, *Economic journal* 104, 363-371

[129] Ingersoll J. et Ross S.A.[1992], Waiting to invest : investment and uncertainty, *Journal of business* 65, 1-29

[130] Jaeger M.[1996], Le concept et les modèles d'évaluation des options réelles : domaine, enjeux et limites, *Economies et sociétés* série *Sciences de gestion* 22, 33-60

[131] Jenkins C. et Harberger A.[1995], Cost-benefit analysis decisions, Cambridge, MA

[132] Jensen M.[1986], The agency costs of free cash flow : corporate finance and takeovers, *American economic review* 76, 323-329

[133] Jensen M. et Meckling W.[1976], Theory of the firm : managerial behavior, agency costs and ownership structure, *Journal of financial economics* 4, 305-360

[134] Jones R.A. et Ostroy J.M.[1984], Flexibility and uncertainty, *Review of economic studies* LI, 13-32

[135] Jorgenson D.W.[1963], Capital theory and investment behavior, *American economic review - Papers and proceedings* 53, 247-259

[136] Joskow P.L.[2001], California's electricity crisis, NBER Working paper 8442.

[137] Joskow P.L.[1998], Electricity sectors in transition, *The energy journal* 19 n°2, 25-55

[138] Josselin J.-M.[1997], Irréversibilité et financement des infrastructures par les fonds propres, *Revue économique* 48 n°2, Le financement des grandes infrastructures, 247-256

[139] Kalatilaka N.[1995], The value of flexibility : a general model of real options, in Real options in capital investment, Trigeorgis L., Praeger

[140] Keppo J. et Räsänen M.[1999], Pricing of electricity tariffs in competitive markets, *Energy economics* 21, 213-223

[141] Kester C.W.[1986], Capital and ownership structure : a comparison of united states and japanese manufacturing corporations, *Financial management*, 5-16

[142] Klevorick A.K.[1973], The behavior of a firm subject to stochastic regulatory review, *Bell journal of economics* 4, 57-88

[143] Laffont J.-J.[1991], Economie de l'incertain et de l'information, vol. 2 Cours de théorie microéconomique, Economica, Paris

[144] Laffont J.-J.[1988], Fondements de l'économie publique. Volume1-Cours de théorie microéconomique, Economica, Paris

[145] Laffont J.-J. et Tirole J.[1993], A theory of incentives in procurement and regulation, The MIT press, Cambridge, Massachusetts

[146] Leahy J.V.[1993], Investment in competitive equilibrium : the optimality of myopic behavior, *Quarterly journal of economics* 108, 1105-1133

[147] Leahy J.V. et Whited T.M.[1996], The effect of uncertainty on investment : some stylized facts, *Journal of money, credit and banking* 28 n°1, 64-83

[148] Leibenstein H.[1978], General X-efficiency theory and economic development, Oxford University press

[149] Leland H.E.[1998], Agency costs, risk management, and the capital structure, *The journal of finance* LIII n°4, 1213-1243

[150] Leland H.E.[1994], Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure, *The journal of finance* XLIX n°4, 1213-1252

[151] Lescoeur B. et Penz P.[1999], La problématique du financement des investissements électronucléaires, *Revue d'économie financière* 51, Le financement des infrastructures, 167-182

[152] Lester R.K. et McCabe M.J.[1993], The effect of industrial structure on learning by doing in nuclear plant power operation, *RAND journal of economics* 24 n°3, 418-438

[153] Lewellen W. et Long M.[1972], Simulation versus single-value estimates in capital expenditure analysis, *Decision science*, 19-33

[154] Lintner J.[1965], The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of economics and statistics*, 13-37

[155] Lipsey R.G. et Lancaster K.[1956], The general theory of second best, *Review of economic studies* 24 n°1, 11-32

[156] Liston C.[1993] , Price-cap versus rate-of-return regulation, *Journal of regulatory economics* n°5, 25-48

[157] Logan J.W., Masson R.T. et Reynolds R.J.[1989], Efficient regulation with little information : reality in the limit ?, *International economic review* 29 n°3, 227-247

[158] Mackie-Mason J.K.[1990], Some nonlinear tax effects on asset values and investment decisions under uncertainty, *Journal of public economics* 42, 301-327

[159] Magee J.[1964], How to use decision trees in capital investment, *Havard business review* 42 n°4, 79-96

[160] Majd S. et Pindyck R.S.[1989], The learning curve and optimal production under uncertainty, *RAND journal of economics* 20 n°3, 331-343 (NBER Working paper[1987] W2423)

[161] Majd S. et Pindyck R.S.[1987], Time to build, option value and investment decisions, *Journal of financial economics* 18 n°1, 7-27 (NBER Working paper[1985] W1654)

[162] Marglin S.[1967], Approaches to dynamic investment planning, Amsterdam, North-Holland

[163] Markowitz H.M.[1959], Portfolio selection : efficient diversification of investment, Wiley, New-York

[164] Marshall J.M. et Navarro P.[1991], Costs of nuclear power plant construction : theory and new evidence, *RAND jounal of economics* 22 n°1, 148-154

[165] Mash R.[1999], Irreversible investment and the expected capital stock with stationary uncertainty, *Economics letters* 64, 193-196

[166] Mauer D.C. et Ott S.H.[1995], Investment under uncertainty : the case of replacement investment decisions, *Journal of financial and quantitative analysis* 30, 581-606

[167] Mauer D.C. et Triantis A.J.[1994], Interactions of corporate financing and investment decisions : a dynamic framework, *The journal of finance* XLIX n°4, 1253-1277

[168] McDonald R. et Siegel D.[1986], The value of waiting to invest, *The quarterly journal of economics* CI n°3, 707-727

[169] McDonald R. et Siegel D.[1985], Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down, *International economic review* 26 n°2, 331-349

[170] McKenzie K.J.[1994], The implications of reisk and irreversibility for the measurement of marginal effective tax rates on capital, *Canadian journal of economics* XXVII n°3,603-619

[171] Meade J.E.[1955], Trade and welfare, Oxford university press

[172] Mello A.S. et Parsons J.E.[1992], Measuring the agency cost of debt, *The journal of finance* XLVII n°5, 1887-1904

[173] Merton R.[1990], Continuous time finance, Basil Blackwell, Cambridge

[174] Merton R.C.[1977], On pricing of contingent claims and the Modigliani-Miller theorem, *Journal of financial economics* 5, 241-249

[175] Merton R.[1973], An intertemporal capital asset pricing model, *Econometrica* n°41, 867-888

[176] Merton R.[1972], An analytical derivation of efficient portfolio frontier, *Journal of financial and quantitative analysis* 7, 373-413

[177] Merton R.[1971], Optimum consumption and portfolio rules in a continuous time model, *Journal of economic theory* 3, 373-413

[178] Merton R.[1969], Lifetime portfolio selection under uncertainty : the continuous time case, *Review of economics and statistics* 51, 257-267

[179] Metcalf G.E. et Hassett K.A.[1995], Investment under alternative return assumptions : comparing random walks and mean reversion, *Journal of economic dynamics and control* 19, 1471-1488

[180] Miller M.H.[1988], The Modigliani-Miller propositions after thirty years, *Journal of economics perspectives* 2 n°4, 99-120

[181] Miller M.H.[1977], Debt and taxes, *Journal of finance* 32 n°2, 261-275

[182] Miller M.H. et Modigliani F.[1966], Some estimates of the cost of capital to the utility industry, *American economic journal* 56 n°3, 333-391

[183] Miller M.H. et Scholes M.S.[1978], Dividends and taxes, *Journal of financial economics* 6 n°4, 333-364

[184] Milne A. et Whalley A.E.[2000], 'Time to build, option value and investment decisions' : a comment, *Journal of financial economics* 56, 325-332

[185] Mirabel F.[1999], L'environnement des entreprises EdF-GdF, Document interne CREDEN

[186] Modigliani F.[1988], MM - Past, present, future, *Journal of economics perspectives* 2 n°4, 141-150

[187] Modigliani F.[1982], Debt, dividend policy, taxes, inflation and market valuation, *Journal of finance* 37 n°2, 255-273

[188] Modigliani F. et Miller M.H.[1963], The cost of capital, corporation finance and the theory of investment : a correction, *American economic journal* 53 n°3, 433-443

[189] Modigliani F. et Miller M.H.[1959], The cost of capital, corporation finance and the theory of investment : a reply, *American economic journal* 49 n°4, 655-669

[190] Modigliani F. et Miller M.H.[1958], The cost of capital, corporation finance and the theory of investment, *American economic journal* 48 n°3, 261-297

[191] Mougeot M.[1989], Economie du secteur public, Economica, Paris

[192] Mussa M.[1977], External and internal adjustment costs and the theory of aggregate and firm investment, *Economica* XLIV, 163-178

[193] Myers S.C.[1993], Still searching for capital structure, *Journal of applied corporate finance*

[194] Myers S.C.[1984], The capital structure puzzle, *Journal of finance* 39, 575-592

[195] Myers S.C.[1977], Determinants of corporate borrowing, *Journal of financial economics* 5, 147-175

[196] Myers S.C.[1974], Interactions of corporate financing and investment decisions _ Implications for capital budgeting, *Journal of finance* 29 n°1, 1-25

[197] Myers S.C. et Majd S.[1990], Abandonment value and project life, *Advances in futures and options research* 4, 1-21

[198] Myers S.C. et Majluf N.S.[1984], Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have, *Journal financial economics* 13, 187-221

[199] Narayanan M.P.[1988], Debt versus equity under asymmetric information, *Journal of financial and quantitative analysis* 23, 39-51

[200] Negishi T.[1960], Welfare economics and existence of an equilibrium for a competitive economy, *Metroeconometrica* 12, 92-97

[201] Noe T.[1988], Capital structure and signaling game equilibria, *Review of financial studies* 1, 331-356

[202] Oehmke J.F.[2000], Anomalies in net present value calculations, *Economics letters* 67, 349-351

[203] OFGEM[2000], An overview of the New Electricity Trading Arrangements _ A high-level explanation of the New Electricity Trading Arrangements (NETA), 31 mai, Londres

[204] Paddock J., Siegel D. et Smith J.[1988], Options valuation of claims on physical assets : the case of of off-shore petroleum leases, *Quarterly journal of economics* 103 n°3, 479-508

[205] Peltzman S.[1976], Toward a more general theory of regulation, *Journal of law and economics* 19 n°2, 211-248

[206] Percebois J.[1997], L'apport de la théorie économique aux débats énergétiques, Cahier de recherche du CREDEN n°99.11.15

[207] Percebois J.[1997], La dérégulation de l'industrie électrique en Europe et aux Etats-Unis : un processus de décomposition-recomposition, *Revue de l'énergie* 490, 523-542 (Cahier de recherche du CREDEN n°97.04.08)

[208] Percebois J.[1989], Economie de l'énergie, Economica, Paris

[209] Pindyck R.S.[1999], The long-run evolution of energy prices, *Energy journal* 20 n°2, 1-27 (Working paper[1999] MA 02142, MIT, Cambridge)

[210] Pindyck R.S.[1993*b*], A note on competitive investment under uncertainty, *American economic review* 83 n°1, 273-277

[211] Pindyck R.S.[1993*a*], Investments under uncertain cost, *Journal of financial economics* 34, 53-76

[212] Pindyck R.S.[1991], Irreversibility, uncertainty and investment, *Journal of economic literature* XXIX n°3, 1110-1148 (NBER Working paper[1980] W3307)

[213] Pindyck R.S.[1988*b*], Irreversible investment, capacity choice and the value of the firm, *American economic review* 78 n°5, 969-985 (NBER Working paper[1986] W1980)

[214] Pindyck R.S.[1988*a*], Risk aversion and determinants of stock market behavior, *Review of economics and statistics* 70 n°2, 183-190 (NBER Working paper[1986] W1921)

[215] Pindyck R.S.[1982*b*], Adjustment costs, uncertainty and the behavior of the firm, *American economic review* 72 n°3, 415-427

[216] Pindyck R.S.[1982*a*], The optimal phasing of phased deregulation, *Journal of economic dynamics and control* 4 n°3, 281-294

[217] Pindyck R.S. et Solimano A.[1993], Economic instability and agregate investment, National bureau of economic research macroeconomics annual

[218] Pondaven C.[1994], Economie des décisions publiques, Vuibert économie, Paris

[219] Posner R.A.[1975], The social costs of monopoly and regulation, *Journal of political economy* 83, 279-300

[220] Ramsey F.[1927], A contribution to the theory of taxation, *Economic journal* 37 n°1

[221] Rapport[2000], Civil nuclear energy : fuel of the future or relic of the past ?, sous la direction de P. Beck et M.C. Grimston, The royal institute of international affairs, Energy and environment programme

[222] Rapport au Premier ministre[2000], Etude économique prospective de la filière électrique nucléaire, sous la direction de J.-M. Charpin, B. Dessus et R. Pellat, La documentation française, collection des rapports officiels

[223] Rapport du ministère de l'industrie, des postes et télécommunications et du commerce extérieur[1993], sous la direction de Mandil C., La réforme de l'organisation électrique et gazière française, Direction générale de l'énergie et des matières premières

[224] Reimeringer J.N.[1982], La vente au coût marginal et le financement d'un service public, Note EdF EI.81.275

[225] *Revue d'économie financière*[1999], Le financement des infrastructures, 51

[226] *Revue économique*[1997], Le financement des grandes infrastructures, sous la direction de P. Thalmann, 48 n°2

[227] *Revue de l'énergie*[2000], Etude économique prospective de la filière électrique nucléaire, 519

[228] *Revue de l'énergie*[1997], Compétitivité de l'énergie nucléaire, 492

[229] *Revue de l'énergie*[1997], 486

[230] Roberts K. et Weitzman M.[1981], Funding criteria for research, development and exploration projects, *Econometrica* 49 n°5, 1261-1288

[231] Robichek A. et Myers S.C.[1966], Conceptual problems in the use of risk-adjusted discount rates, *Journal of finance* 21, 727-730

[232] Robinson L.J. et Barry P.J.[1996], Present value models and investment analysis, The academic page, Northport AL

[233] Rochet J.-C. et Demange G.[1997], Méthodes mathématiques de la finance, Economica, Paris

[234] Rothwell G. et Rust J.[1995], On the optimal lifetime of nuclear power plants, Working paper C41 - Duration analysis, Stanford university, Californie

[235] Rubinstein M.E.[1973], A mean-variance synthesis of corporate financial theory, *The journal of finance*, 167-181

[236] Rudkevich A., Duckworth M. et Rosen R.[1998], Modeling electricity pricing in a deregulated generation industry : the potential for oligopoly pricing in a poolco, *The energy journal* 19 n°3, 19-48

[237] Sarkar S.[2000], On the investment-uncertainty relationship in a real options model, *Journal of economic dynamics and control* 24, 219-225

[238] Savage L.J.[1954], The foundations of statistics, Wiley, New-York

[239] Schmalensee R.[1972], Option demand and consumer's surplus : valuing price changes under uncertainty, *American economic review* 62, 813-824

[240] Senbet L.W. et Thompson H.E.[1978], The equivalence of alternative mean-variance capital budgeting models, *The journal of finance* XXXIII n°2, 395-401

[241] Sharpe W.[1964], Capital asset prices : a theory of market equilibrium under conditions of risk, *The journal of finance*, 425-442

[242] Simon H.A.[1956], Dynamic programming under uncertainty with a quadratic criterion function, *Econometrica* XXIV, 74-81

[243] Smeers Y.[1997], Evaluation des investissements électriques vers une évolution des méthodes, *Revue de l'énergie* 492, Compétitivité de l'énergie nucléaire, 674-682

[244] Smith W.T.[1994], Investment, uncertainty and price stabilization schemes, *Journal of economic dynamics and control* 18, 561-579

[245] Smith C. et Warner J.[1979], On financial contracting : an analysis of bond covenants, *Journal of financial economics* 7, 117-161

[246] Stigler G.J.[1971], The theory of economic regulation, *Bell journal of economics and management science* 2 n°1, 3-21

[247] Stiglitz J.E.[1988], Why financial structure matters, *Journal of economics perspectives* 2 n°4, 121-126

[248] Stiglitz J.E.[1972], On the optimality of the stock market allocation of investment, *Quarterly journal of economics* 86, 25-60

[249] Stiglitz J.E.[1969], A reexamination of the Modigliani Miller theorem, *American economic review* 59, 784-793

[250] Sugden R. et Williams A.[1978], The principles of practical cost-benefit analysis, Oxford university press, Oxford

[251] Sundaresan S.M.[2000], Continuous-time methods in finance : a review and an assessment, *The journal of finance* LV n°4, 1569-1622

[252] Sweeting A.[2000], The wholesale market for electricity in England and Wales : recent developements and future reforms, Working paper WP-2000-007, MIT, Department of economics

[253] Theil H.[1957], A note on certainty in dynamic planning, *Econometrica* 25, 346-349

[254] Titman S.[1985], Urban land prices under uncertainty, American economic review 75 n°3, 505-514

[255] Titman S. et Wessels R.[1988], The determinants of capital structure choice, *Journal of finance* 43, 1-19

[256] Tobin J.[1969], A general equilibrium approach to monetary theory, *Journal of money, credit and banking* 1, 15-29

[257] Tobin J.[1958], Liquidity preference as behavior towards risk, *Review of economic studies* 25, 65-86

[258] Treynor J.L.[1965], How do rate management of investment funds, *Havard business review* 43 n°1

[259] Trigeorgis L.[1996], Real options, The MIT press, Cambridge, Massachusetts

[260] Trigeorgis L.[1993*b*], The nature of the option interactions and the valuation of investments with multiple real options, *Journal of financial and quantitative analysis* 28 n°1, 1-20

[261] Trigeorgis L.[1993*a*], Real option and interactions with financial flexibility, *Financial management* 22 n°3, 202-224

[262] Trigeorgis L.[1991*b*], Anticipated competitive entry and early preemptive investment in deferrable projects, *Journal of economics and business* 43 n°2, 143-156

[263] Trigeorgis L.[1991*a*], A log-transformed binomial numerical analysis method of valuing complex multi-optimal investments, *Journal of financial and quantitative analysis* 26 n°3, 309-326

[264] Trigeorgis L. et Mason[1987], The valuing managerial flexibility, *Midland corporate finance journal* 5 n°1, 14-21

[265] Vacicek O.A.[1977], An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of financial economics* 5 n°2, 177-188

[266] Varian H.R.[1995], Analyse économique, De Boeck, Bruxelles

[267] Von Neumann J. et Morgenstern O.[1944], Theory of games and economic behavior, Princeton university press, Princeton

[268] Warner J[1977], Bankrupty costs : some evidence, *Journal of finance* 26, 337-348

[269] Yildizoğlu M.[1994], Investissement stratégique, incertitude et effet d'irréversibilité, *Annales d'économie et de statistique* 35, 87-106

Table des matières

Introduction générale 1

1 La déréglementation et son impact sur la règle d'investissement 13

1.1 La mutation du contexte institutionnel : l'incertitude du prix de revient 15

1.1.1 La recherche de l'optimum collectif dans l'industrie électrique 16

1.1.1.1 Définition de l'optimum collectif 16

1.1.1.2 Le monopole comme réalisation de l'optimum collectif 18

1.1.1.2.1 EdF, auparavant système verticalement intégré à dominante publique - 18

1.1.1.2.2 La réglementation au coût du service - 20

1.1.1.2.2.1 Principe 20

1.1.1.2.2.2 Convergence vers des prix socialement optimaux 20

1.1.1.2.2.3 Orientation de la demande par l'offre : la planification de la production 25

1.1.1.2.2.4 Inconvénients 27

1.1.2 L'introduction de la concurrence par la Directive électrique européenne 29

1.1.2.1 L'objectif de concurrence 29

1.1.2.1.1 Au niveau du marché électrique - 29

1.1.2.1.2 Au niveau de la production électrique - 31

1.1.2.2 Le cadre réglementaire : la Directive 96/92/CE 32

1.1.2.3 Nouvelle organisation du marché français : le respect du principe de subsidiarité 33

1.1.3 La programmation de l'investissement 36

1.2 L'irréversibilité de l'investissement 37

1.2.1 Les caractéristiques de l'équipement nucléaire 38
1.2.1.1 Un investissement standardisé 38
1.2.1.2 Le fonctionnement en base 40
1.2.1.3 L'investissement risqué 42
1.2.2 L'irréversibilité de la décision d'investissement 44
1.2.2.1 Définition 44
1.2.2.2 Affinement de la définition de l'effet d'irréversibilité 46
1.3 Le critère d'investissement en environnement certain 47
1.3.1 Définition du critère de la valeur actuelle nette 48
1.3.2 La valeur actuelle nette vs le taux de rendement interne 50
1.3.2.1 Une approche intuitive de la divergence des deux critères : le cas de deux projets incompatibles 51
1.3.2.2 Les limites du critère du taux de rendement interne incitent à lui préférer le critère de la valeur actuelle nette... 53
1.3.2.2.1 Conditions d'existence d'un taux de rentabilité unique - 54
1.3.2.2.2 Typologie des projets - 55
1.3.2.2.2.1 Le projet est classique, simple ou "pur" : projet d'investissement, soit de financement 55
1.3.2.2.2.2 Le projet est "mixte", interprété à la fois comme un projet d'investissement et un projet de financement 56
1.3.2.3 ... mais les cas de taux de rendement interne multiples révèlent les limites du critère de la valeur actuelle nette 57
1.3.3 Le critère des options réelles versus le critère de la valeur actuelle nette . 58
1.3.3.1 Le problème d'arbitrage dans le temps du critère de la VAN est illustré par un exemple simple 59
1.3.3.2 Les deux seuils de déclenchement optimaux de l'investissement M et H 62
1.3.3.3 Le futur est incertain ou relativement peu valorisée : le critère de la VAN n'est pas pertinent 66
1.3.4 La réalité d'un environnement incertain : le critère de la VAN ajusté au risque 67
1.3.4.1 L'approche en équivalent-certain 68

1.3.4.1.1 Les prix de marché prennent en compte l'actualisation - 69
1.3.4.1.2 Incertitude et attitude des agents face au risque - . . . 71
1.3.4.2 Deux autres extensions équivalentes au critère de la VAN en incertitude . . . 76
1.3.4.2.1 Le taux d'escompte ajusté au risque - . . . 77
1.3.4.2.1.1 Définition de cette méthode . . . 77
1.3.4.2.1.2 Le cas particulier de Robichek et Myers[1966] . 78
1.3.4.2.2 Le modèle d'évaluation des actifs financiers, le MEDAF - . . . 80
1.3.4.2.2.1 Hypothèses . . . 80
1.3.4.2.2.2 Le lien de chaque projet avec le marché . . . 81
1.3.4.2.3 L'équivalence de ces méthodes - . . . 84
1.3.4.3 Trois approches alternatives pour intégrer l'incertitude dans le critère de la VAN . . . 85
1.3.4.3.1 L'approche de la sensibilité - . . . 85
1.3.4.3.2 La simulation - . . . 86
1.3.4.3.3 L'arbre de décision - . . . 87
1.3.5 Limites de ces extensions à la stochastique . . . 87
1.3.5.1 Le MEDAF en continu, ICAPM . . . 87
1.3.5.2 Le comportement rationnel du décideur . . . 92
1.4 Conclusion . . . 96

2 Approche théorique optionnelle des règles d'investissement et de financement en incertitude 99
2.1 Les opportunités d'investissement : des options réelles . . . 101
2.1.1 Définition . . . 104
2.1.1.1 La séquence d'investissement . . . 105
2.1.1.2 La valeur de l'entreprise . . . 106
2.1.2 Détenir une option d'expansion rend possible l'investissement . . . 108
2.1.2.1 Définition . . . 108
2.1.2.2 La valeur de l'option d'achat . . . 110
2.1.2.3 Effet de l'option d'achat sur l'investissement . . . 111
2.1.3 Le désinvestissement par exercice d'une option de flexibilité . . . 112

2.1.3.1 Définition et valeur de l'option de vente 112
2.1.3.2 Effet de l'option de vente sur l'investissement 113
2.1.4 Le multiple de la valeur d'option 113
2.1.4.1 Mise en évidence du multiple de la valeur d'option 113
2.1.4.2 Interprétation en terme de prime de l'option 116
2.1.4.3 Classification des options 119
2.1.4.4 Les méthodes d'évaluation des options pour déterminer la valeur du multiple de la valeur d'option 123
2.1.4.4.1 Conditions d'existence - 123
2.1.4.4.1.1 Le prix de revient contient totalement l'information du marché 123
2.1.4.4.1.2 Le marché est complet et imparfait, mais ne permet pas les opportunités d'arbitrage 124
2.1.4.4.2 La valorisation par les équations différentielles stochastiques - 127
2.1.4.4.2.1 Le modèle de Black et Scholes 127
2.1.4.4.2.2 Les équations différentielles partielles 129
2.1.4.4.3 La valorisation par les méthodes numériques - 149
2.1.4.4.3.1 La méthode d'approximation aux différences finies 149
2.1.4.4.3.2 La procédure de simulation de Monte Carlo . . 149
2.1.4.5 Détermination de la prime nette : les approches équivalentes du quotient de Tobin et de Jorgenson 149
2.1.4.5.1 Le quotient de Tobin - 150
2.1.4.5.1.1 Définition 150
2.1.4.5.1.2 L'effet sur l'investissement 151
2.1.4.5.2 L'approche de Jorgenson - 152
2.1.4.5.2.1 La généralisation du coût d'usage pour tenir compte de la possibilité d'attente 153
2.1.4.5.2.2 L'effet sur l'investissement 154
2.1.5 Les conséquences sur les seuils d'investissement et de désinvestissement d'une modification des croyances sur le prix de revient 154
2.2 La structure de financement de cet investissement : le débat entre emprunt et fonds propres 157

2.2.1 Des décisions de financement et d'investissement séparables 159
2.2.1.1 Le théorème de Modigliani - Miller : le marché des capitaux est parfait 159
2.2.1.1.1 Le financement au coût moyen du capital - 159
2.2.1.1.2 La prise en compte de la fiscalité - 164
2.2.1.1.3 Equivalence de la théorie de Modigliani-Miller et du MEDAF - 165
2.2.1.1.3.1 Sans fiscalité 165
2.2.1.1.3.2 En présence de fiscalité 166
2.2.1.1.3.3 Dette risquée 168
2.2.1.1.4 Décision d'investissement - 168
2.2.1.2 Financement par la dette : une opération sur options 171
2.2.1.2.1 La valeur des fonds propres, valeur de l'option d'achat des créanciers - 172
2.2.1.2.2 L'équivalence avec la théorie de Modigliani et Miller : le coût moyen du capital - 173
2.2.2 Prise en compte des imperfections du marché 175
2.2.2.1 La théorie statique du compromis 177
2.2.2.1.1 Deux imperfections du marché des capitaux : l'impôt sur les sociétés (IS) et la faillite - 177
2.2.2.1.2 Taux d'endettement optimal - 179
2.2.2.1.3 Validité empirique de la théorie - 180
2.2.2.2 Imperfections dues à l'organisation de l'entreprise 181
2.2.2.2.1 Asymétrie d'information entre dirigeants et actionnaires - 181
2.2.2.2.1.1 Projets à VAN positive non retenus 182
2.2.2.2.1.2 Projets à VAN négative retenus 184
2.2.2.2.1.3 Théorie du "Pecking Order" 185
2.2.2.2.2 Les coûts d'agence - 187
2.2.2.2.2.1 Conflits d'intérêt entre actionnaires et dirigeants 187
2.2.2.2.2.2 Conflits possibles entre actionnaires et obligataires 188
2.2.2.2.2.3 Théorie du compromis revisitée 191
2.3 Conclusion 193

3 La décision d'investissement nucléaire : l'influence de la structure industrielle 197

3.1 Le choix courant de l'entreprise : investir ou attendre 199

3.2 Choix théorique d'investissement : l'évolution log-linéaire du prix de revient . . . 206

3.2.1 La règle d'investissement 206

3.2.2 La prime de risque systématique 210

3.2.3 L'effet de l'irréversibilité et de l'incertitude sur l'investissement 215

3.2.3.1 L'effet sur le seuil d'investissement 216

3.2.3.2 L'investissement agrégé soulève des problèmes de données . . . 218

3.2.3.3 L'effet net sur le niveau optimal d'investissement et sur l'échelle optimale de l'entreprise 220

3.2.3.3.1 Cet effet est supposé négatif - 221

3.2.3.3.2 L'effet positif mis en évidence quand l'entreprise est en concurrence parfaite - 224

3.2.3.4 Mise en évidence de l'effet d'inertie et de l'effet d'hysteresis . . 228

3.2.3.4.1 Définition - 228

3.2.3.4.2 L'analyse du problème par l'approche de Jorgenson - . 229

3.2.3.4.3 La valeur attendue du stock de capital dépend de ces deux effets - 234

3.2.3.5 L'accumulation à long terme du capital 235

3.3 Déréglementation et investissement : effet de l'évolution du prix de revient sur la valeur du projet 237

3.3.1 Le cas du monopole : l'évolution contrôlée du tarif 240

3.3.1.1 Le cas déterministe : la règle du "now or never" 242

3.3.1.1.1 Le problème - 242

3.3.1.1.2 La tendance de l'évolution du prix est non positive, . . 244

3.3.1.2 Le cas du choc aléatoire sur le prix de revient : l'action ad nutum du régulateur 245

3.3.1.3 Généralisation du cas du choc aléatoire sur le prix de revient . . 246

3.3.2 Le cas du pool : la concurrence incite l'entreprise à baser son prix sur le coût marginal en développement 248

3.3.2.1 Le prix de revient fluctue comme le coût marginal et suit un mouvement brownien 252

3.3.2.2 Généralisation : le prix de revient fluctue selon un mouvement brownien géométrique . . . 255
3.3.2.3 Le prix de revient fluctue autour du coût marginal selon un processus Ornstein-Uhlenbeck ou processus de retour à la moyenne 256
3.3.2.3.1 Concurrence en base : les contrats à long terme du NETA - . . . 258
3.3.2.3.1.1 La compétitivité du CCG . . . 259
3.3.2.3.1.2 La compétitivité nucléaire . . . 260
3.3.2.3.2 Concurrence sur le pool - . . . 261
3.3.3 Commentaires et conclusion . . . 265
3.4 Le choix d'investissement d'une entreprise endettée pour des raisons institutionnelles . . . 270
3.4.1 La réglementation monopolistique au coût du service . . . 272
3.4.1.1 Le cas déterministe : la règle du "now or never" . . . 272
3.4.1.2 L'ajustement aléatoire du taux de rendement du "cost plus" . . . 274
3.4.2 Le pool concurrentiel . . . 274
3.4.2.1 Le prix de revient fluctue comme le coût marginal . . . 274
3.4.2.2 La référence aux CCG : la détermination du prix de revient par leur coût marginal . . . 277
3.4.3 Conclusion . . . 279

4 La décision d'investissement et son financement optimal dans un secteur en cours de déréglementation 283
4.1 Ajustement du ratio d'endettement de l'entreprise dans le temps : la dynamique de la dette . . . 285
4.1.1 Interactions entre décisions de production, d'investissement et de financement . . . 286
4.1.1.1 L'analyse de Mauer et Triantis[1994] . . . 287
4.1.1.2 Les hypothèses . . . 288
4.1.1.3 Le modèle . . . 290
4.1.1.3.1 Le programme - . . . 291
4.1.1.3.2 Les conditions aux bords et conditions initiales - . . . 291

4.1.1.3.2.1 Les conditions de continuité ("free-boundary conditions") . . . 291
4.1.1.3.2.2 Les conditions de dérivabilité ("smooth-pasting conditions") . . . 292
4.1.1.3.2.3 Les conditions initiales ("fixed-boundary conditions") . . . 293
4.1.1.3.3 La décision d'investissement - . . . 293
4.1.1.4 Conclusions . . . 294
4.1.1.4.1 L'absence d'effet de la politique de financement sur la politique de production - . . . 295
4.1.1.4.2 Levier et flexibilité de la production - . . . 296
4.1.1.4.3 Financement et investissement - . . . 297
4.1.1.4.4 Conclusion de cette analyse - . . . 298
4.1.2 Investissement et financement séquentiels : effet de la fiscalité . . . 299
4.1.2.1 L'analyse de Faig et Shum[1999] . . . 300
4.1.2.2 Les hypothèses . . . 301
4.1.2.3 Le modèle . . . 302
4.1.2.3.1 Les contraintes - . . . 305
4.1.2.3.2 Les conditions aux bornes - . . . 305
4.1.2.4 Conclusions . . . 307
4.1.2.4.1 Conclusions de l'analyse de Faig et Shum[1999] - . . . 307
4.1.2.4.2 Conclusion sur la question de la dynamique de la dette 308
4.2 Politique de financement sur le long terme et investissement : la détermination de l'endettement optimal au moment d'investir . . . 309
4.2.1 Les hypothèses . . . 311
4.2.2 Le modèle . . . 314
4.2.3 Réglementation de l'entreprise monopolistique au coût du service . . . 318
4.2.3.1 Décisions d'investissement et de financement en environnement certain . . . 318
4.2.3.1.1 Détermination du prix de cession de l'actif comme le seuil d'investissement - . . . 320
4.2.3.1.2 Détermination de la structure de financement - . . . 321
4.2.3.1.3 La règle d'investissement - . . . 321

4.2.3.2 Investissement et financement : l'ajustement exogène du taux de rendement du "cost plus" 322
4.2.3.2.1 Résolution de $V^*(p)$ au prix courant - 323
4.2.3.2.1.1 La valeur du projet financé par emprunt $V(p)$. 325
4.2.3.2.1.2 Détermination de p_B 328
4.2.3.2.1.3 Détermination du coupon optimal C^* 332
4.2.3.2.2 La structure optimale de financement - 334
4.2.3.2.3 La décision optimale d'investissement - 336
4.2.3.2.3.1 Le prix seuil d'investissement p^* 336
4.2.3.2.3.2 La prime d'option Δ 337
4.2.4 Le cas du pool 339
4.2.4.1 Pool concurrentiel : l'évolution du prix de revient se base sur le coût marginal de production 339
4.2.4.1.1 Résolution de $V^*(p)$ au prix courant - 339
4.2.4.1.1.1 La valeur du projet $V(p)$ 340
4.2.4.1.2 Détermination endogène de p_B : la dette non protégée 343
4.2.4.1.3 La structure optimale de financement - 345
4.2.4.1.4 La décision optimale d'investissement - 347
4.2.4.1.4.1 La règle d'investissement 347
4.2.4.1.4.2 La prime d'option Δ 347
4.2.4.2 Le coût marginal est donné par le cycle combiné au gaz 348
4.2.4.2.1 Résolution de $V^*(p)$ au prix courant - 349
4.2.4.2.1.1 La valeur du projet $V(p)$ 349
4.2.4.2.1.2 Dette protégée : le prix de faillite p_B exogène . . 351
4.2.4.2.2 La structure optimale de financement - 352
4.2.4.2.2.1 Le coupon optimal 352
4.2.4.2.2.2 Le levier optimal 352
4.2.4.2.3 La décision optimale d'investissement - 353
4.2.5 Conclusion et extensions du modèle 355
4.2.5.1 Conclusion 355
4.2.5.2 Extensions : trois hypothèses remises en cause 356
4.2.5.2.1 Le paiement des dividendes aux actionnaires - 357
4.2.5.2.2 L'existence de problèmes d'agence potentiels - 358

4.2.5.2.3 Variation de la dette : rachat ou renégociation de la dette - 359

Conclusion Générale 363

Annexes 369

Bibliographie 413